LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

FAKULTÄT FÜR PSYCHOLOGIE UND PÄDAGOGIK
LEHRSTUHL LERNBEHINDERTENPÄDAGOGIK

Der Einsatz des Mathematikmaterials von Maria Montessori und dessen Auswirkung auf die Entwicklung des Zahlbegriffs und die Rechenleistung lernschwacher Schülerinnen und Schüler im ersten Schuljahr

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades der Philosophie
an der Ludwig-Maximilians-Universität
München

München, 2. April 2012

---

vorgelegt von
Anja Lautner
aus Weiden/ OPf.

Erstgutachter:	**Prof. Dr. Ulrich Heimlich**
Zweitgutachter:	**Prof. Dr. Manfred Grohnfeldt**
Tag der mündlichen Prüfung:	**2. Juli 2012**

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich als allererstes Herrn Prof. Dr. Heimlich danken, der mir ermöglicht hat, als Wissenschaftliche Assistentin an seinen Lehrstuhl zu kommen, um dort dieses Promotionsprojekt umzusetzen. Gerade diese Stelle war für mich sehr wertvoll, was zeitliche, organisatorische und finanzielle Ressourcen anbelangt. Vielen Dank für die Betreuung und Unterstützung meiner Arbeit! An Herrn Prof. Dr. Grohnfeldt ein Dankeschön für die Bereitschaft, das Zweitgutachten zu übernehmen!

Danken möchte ich den Lehrkräften und Schulleitungen der insgesamt drei beteiligten Schulen in Unterschleißheim und Ingolstadt, ohne deren Offenheit, Interesse und Unterstützung dieses Projekt nicht durchführbar gewesen wäre. Ein besonderer Dank gilt insbesondere den Kindern, die sich immer sehr angestrengt und ihr Bestes gegeben haben. Es war faszinierend zu sehen, was sie schon alles können, obwohl die Aufgaben manchmal ziemlich knifflig waren!

Ein großes Dankeschön an alle, die mich in der Phase meiner Doktorarbeit begleitet und auf vielfältige Weise unterstützt haben! Besonders möchte ich mich bei Andrea, Isabel und Xandi bedanken! Danke an Xandi und Mirja für ihre Hilfe beim Korrekturlesen und an Reimar für den guten Ausgleich neben der Arbeit beim Ashtangayoga.

Ein sehr herzlicher Dank geht an meine Familie und gute Freunde, für die ich sehr wenig Zeit hatte, und besonders an meinen Freund Toni, der mich stets motiviert und immer an mich geglaubt hat!

Vielen Dank!

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abbildungen, Abkürzungen und Tabellen

Abbildungen

Abkürzungen

a.a.O.	am angegeben Ort
a.o.	and others (und andere)
Abb.	Abbildung
A. L.	Anja Lautner
BayEUG	Bayerisches Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen
DFK	Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklasse
ebd.	ebenda
Ed.	Editor (Herausgeber)
Eds.	Editors (Herausgeber)
Hrsg.	Herausgeber
PR	Prozentrang
SFZ	Sonderpädagogisches Förderzentrum
StMUK	Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus
u.a.	und andere
vgl.	vergleiche
VHN	Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete
VSO-F	Schulordnung für die Volksschulen zur sonderpädagogischen Förderung

Abkürzungen der Werke MARIA MONTESSORIS

DEdK	Die Entdeckung des Kindes. Hrsg. von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 11. Auflage 1994
DEdK	Die Entdeckung des Kindes. Hrsg. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2010
DkK	Das kreative Kind. Der absorbierende Geist. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 17. Auflage 2007
DLh	Dem Leben helfen. Das Kind in der Familie und andere Vorträge. Nach der Rückkehr aus Indien. Über die Bildung des Menschen. Hrsg. und eingeleitet von Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2. Auflage 1992
DMdSch	Die Macht der Schwachen. Vertrauen statt Kampf: Abrüstung in der Erziehung. Frieden und Erziehung. Spannungsfeld Kind – Gesellschaft – Welt. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 1989
EfenW	Erziehung für eine neue Welt: Die Anfänge. Erziehung für eine neue Welt. Weltanalphabetismus. Hrsg. und eingeleitet von Harald Ludwig und Günter Schulz-Benesch. Freiburg: Herder, 1998
EidSchdK	Entwicklungsmaterialien in der Schule des Kindes. Übersetzt von Mag. Karin Pellegrini. Dörfles: Renate Götz Verlag, 2003
GdMP	Grundgedanken der Montessori-Pädagogik. Quellentexte und Praxisberichte. Hrsg. von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Überarb. u. akt. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 21. Auflage 2008
GudK	Gott und das Kind. Grundgedanken: Gott und das Kind. Religiöse Erziehung: Buchauszüge und Kursusvorträge. Unbekannte Texte aus dem Nachlaß. Hrsg. u. eingel. von Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 4. Auflage 1995
KE	„Kosmische Erziehung“. Die Stellung des Menschen im Kosmos. Menschliche Potentialität und Erziehung. Von der Kindheit zur Jugend. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 7. Auflage 2005
Ksa	Kinder sind anders. Mit einem Vorwort v. Ingeborg Waldschmidt. Übersetzt v. Percy Eckstein u. Ulrich Weber; bearb. v. Helene Helming. Stuttgart: Klett-Cotta, 14. durchgesehene u. um ein Vorwort erw. Auflage 2009
LoD	Lernen ohne Druck. Schöpferisches Lernen in Familie und Schule. Hrsg. von Ingeborg Becker-Textor. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2007
PA	Psico Aritmética. La aritmética desarrollada con arreglo a las directrices señaladas por la psicología infantil, durante veinticinco años de experiencia. Ilustrada con 300 figuras en colores. Versión española. Primera edición de esta obra no publicada en otro idioma. Barcelona: Casa editorial Araluce, 1934
P-PA	Psychoarithmetik. Psico Aritmética – Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren. Hrsg. u. eingeleitet v. Harold Baumann. Die dt. Übers. nach der span. Ausg. besorgten Maria Kunz u. Jürg Marti. Volken: edition paeda media, 2000 (span. Originalausg. von 1934)
PdM	Praxishandbuch der Montessori-Methode. Hrsg. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2010
SchdK	Schule des Kindes. Montessori-Erziehung in der Grundschule. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 6. Auflage 1996
SEiFK	Selbsttätige Erziehung im frühen Kindesalter. Nach den Grundsätzen der wissenschaftlichen Pädagogik methodisch dargelegt. Stuttgart: Hoffmann, 1913 (später: Die Entdeckung des Kindes)

Tabellen

Vorwort

In verschiedenen Klassen der Schulen zur Lernförderung bzw. Sonderpädagogischen Förderzentren lernte ich seit dem Studium diverse Materialien und Anschauungsmittel im Mathematikunterricht kennen. Teilweise verwende ich sie heute als Lehrkraft selbst. In schulischen Verlagen findet man eine breite Palette davon: auf der einen Seite selbst aufgefädelte Perlenketten, naturbelassene Holzwürfel oder bunte Kunststoffplättchen, auf der anderen Seite komplexe Systeme, die der Jahrgangsstufe und dem Lehrplan entsprechende Zahlenräume darstellen. Häufig sind die Materialien – selbst innerhalb eines Verlags – nicht aufeinander abgestimmt, schließen sich in ihrem logischen Aufbau gegenseitig aus und erschweren den Schülern das Verständnis, statt eine mathematische Operation anschaulich und handelnd zu ermöglichen. Mit Farben wird oft gearbeitet und positiv ist hervorzuheben, wenn innerhalb eines Verlags in verschiedenen Lehrwerken bei der Erarbeitung des Hunderterraums einheitlich die Zehner rot, die Einer blau abgebildet sind[1]. In Lehrgängen oder Übungsheften anderer Verlage ist die Farbzuordnung dann aber genau umgekehrt oder es gibt für jede Ziffer eine eigene Farbe wie bei den Cuisenaire-Stäben. Manchmal wirkt die farbige Gestaltung des Materials zufällig, beispielsweise wenn alle Steck- oder Rechenwürfel bunt sind, aber die Farbigkeit ohne Bedeutung bleibt, s. Abbildung 0.1:

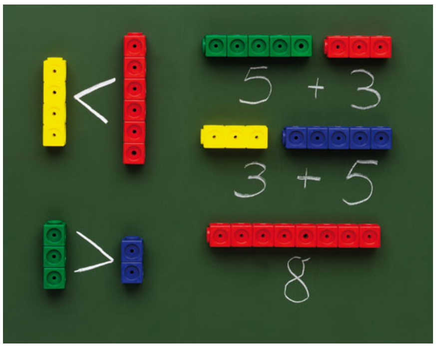


Abb. 0.1: *Rechnen mit bunten Steckwürfeln*[2]

Diese Variantenvielzahl erschwert insbesondere Kindern mit Lernschwierigkeiten den Zugang zu mathematischen Inhalten und ruft Verwirrung hervor.

Im Rahmen des *Internationalen Lehrgangs zur Montessoripädagogik und -heilpädagogik* der Theodor-Hellbrügge-Stiftung, den ich von Herbst 2007 bis zum Sommer 2008 absol-

---

[1] (vgl. KELLER, KARL-HEINZ/ PFAFF, PETER (Hrsg.): Das Mathebuch 2. Schülerbuch. Ausgabe Bayern. Offenburg: Mildenberger, 2002 und HEIDENREICH, MATTHIAS/ KINKEL-CRACIUNESCU, MARTINA/ LAUBIS, THOMAS: Mathetiger 1. Schülerbuch. Offenburg: Mildenberger, 2008)

[2] Riesensteckwürfel, magnetisch (Firma Betzold, URL: http://www.betzold.de (letzter Zugriff: 20.03.2012))

vierte, lernte ich die Mathematikmaterialien von MARIA MONTESSORI (1870-1952) kennen. Dabei faszinieren deren logischer Aufbau und die Möglichkeit, selbst abstrakte Aufgaben bis hin zum Potenz- und Wurzelrechnen sehr anschaulich zu lösen. Auch z. B. die kompliziert scheinende Formel $(a+b+c)^3$ lässt sich mit Hilfe des Trinomischen Kubus handelnd und konkret *begreifen*. Im Unterschied zu gewissen Mathematikstunden der eigenen Schulzeit scheint einem vieles leicht verständlich allein aufgrund des Materials, ohne dass es großer Worte oder Erklärungen bedarf. Das Zitat des Polen STANISLAW JERZY LEC passt dazu: „Ich hätte viele Dinge begriffen, hätte man sie mir nicht erklärt." (LEC 1990, 138). Insgesamt hatte es für mich den Anschein, als ob diese Materialien MONTESSORIS, von denen die ersten bereits ab dem Kindergartenalter einsetzbar sind, gut für Kinder mit Lernschwierigkeiten geeignet sein müssten. Denn dabei erfährt das Kind mathematische Inhalte jeweils mit verschiedenen Sinnen. CALUORI bestätigt in seiner Arbeit zur numerischen Kompetenz von Vorschulkindern, dass das Montessori-Material „[…] in weiten Teilen diese Forderung der ganzheitlichen Förderung […]" erfüllt (vgl. CALUORI 2004, 213; Auslassungen: A. L.). Ob und inwieweit es wirklich zutrifft, dass das Mathematikmaterial von MONTESSORI für Kinder mit Lernschwierigkeiten zum Schulbeginn geeignet ist, soll – neben anderen Schwerpunkten – in dieser Arbeit genauer erforscht werden.

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, dass in der vorliegenden Arbeit bei Personen und Personengruppen jeweils die maskuline Form verwendet wird. Dies dient der besseren Lesbarkeit, weibliche Personen sind jeweils eingeschlossen. Bezieht sich ein Abschnitt nur auf Personen des weiblichen Geschlechts, wird auch die entsprechende Form verwendet.

Bei Tabellen und Abbildungen werden nicht die Abkürzungen *a.a.O.* oder *ebd.* verwendet, sondern die Autoren immer genannt. Ziel ist, dass bereits anhand des Verzeichnisses am Beginn der Arbeit ersichtlich wird, auf wen die Abbildungen zurückgehen.

Verwendete Primärliteratur von MONTESSORI erhält bei der Literaturangabe im Text einen Zusatz, der sich aus den Anfangsbuchstaben der Wörter im Titel zusammensetzt, damit die Vielzahl dieser Werke leichter zuzuordnen ist. Ein Zitat auf Seite 63 aus MONTESSORIS Werk „Die Entdeckung des Kindes" wird demnach wie folgt angegeben: (MONTESSORI DEdK 2010, 63).

1.0 Einleitung

> „Maria Montessori (1870-1952) gehört zweifellos zu den bedeutendsten Pädagogen des 20. Jahrhunderts. Weltweit gesehen ist sie wohl die bekannteste Frau, die im vergangenen Jahrhundert einen innovativen Beitrag zur Pädagogik geleistet hat.“ (BÖHM/ FUCHS 2004, 7).

Mit diesen Worten beginnt eines der zahlreichen aktuellen Werke zur PÄDAGOGIK MONTESSORIS. Tatsächlich blickt diese auf eine bereits über 100-jährige Geschichte zurück. Im Januar 1907 wurde die erste Montessori-Einrichtung in Rom eröffnet (vgl. MONTESSORI 2010, 44). Die seither steigende Zahl an Neugründungen von Schulen und Kinderhäusern beweist, dass die Pädagogik MONTESSORIS bis heute nichts von ihrer Anziehungskraft und Relevanz verloren hat. In Deutschland gibt es im Jahr 2007 ca. 1000 Einrichtungen, davon etwa 600 im Elementarbereich und 300 Schulen für die Primarstufe, d. h. Grund- und Förderschulen, in freier oder staatlicher Trägerschaft (vgl. SCHMUTZLER 2007, 7).

In Bayern findet man von Grundschulen über Haupt- und Förderschulen bis hin zu Einrichtungen für die Sekundarstufe II inzwischen knapp 100 Montessori-Schulen, die fast alle im Montessori-Landesverband organisiert sind (vgl. Montessori Landesverband Bayern e. V.[3]). In München eröffnete 2006 die erste inklusive Schule mit dem Namen Arche Nova, die auf der Basis der Pädagogik MONTESSORIS unterrichtet.

Mit dieser Dissertation soll herausgearbeitet werden, ob und inwieweit die Pädagogik MONTESSORIS für den Erstunterricht mit lernschwachen Schülern Bedeutung hat. Dabei wird der Fokus auf das Mathematikmaterial von MARIA MONTESSORI und dementsprechend auf das Fach Mathematik im Anfangsunterricht gelegt. Es wird ergründet, ob dieses Material dazu beitragen kann, zum einen den Zahlbegriffserwerb zu unterstützen, zum anderen die Rechenleistungen von Schülern mit gravierenden Lernschwierigkeiten im ersten Schuljahr positiv zu beeinflussen. Dabei wird der Frage nachgegangen, ob der Mathematikunterricht nach den Prinzipien der Pädagogik MONTESSORIS dem in der Förderschule überlegen ist.

[3] Montessori Landesverband Bayern e. V., URL: http://www.montessoribayern.de/projekt01/index.php?idcat=16 (letzter Zugriff: 20.03.2012)

2.0 Die Bedeutung der Intervention innerhalb einer Pädagogik bei Lernschwierigkeiten

Eine Pädagogik bei Lernschwierigkeiten soll Menschen, insbesondere Kinder und Jugendliche, unterstützen, diese Schwierigkeiten zu bewältigen (vgl. HEIMLICH 2007b, 181). Das kann entweder bereits vorbeugend geschehen als präventive Maßnahme oder, wenn die Schwierigkeiten schon eingetreten sind, im Rahmen einer Intervention. In den nächsten Abschnitten soll die Bedeutung von Interventionsmaßnahmen genauer aufgezeigt werden, da sie im Rahmen dieser Arbeit relevant sind. Dazu ist u. a. eine Klärung wesentlicher Begriffe sinnvoll. Zunächst soll dabei die Pädagogik bei Lernschwierigkeiten im Zentrum stehen.

2.1 Pädagogik bei Lernschwierigkeiten

> „Innerhalb einer Pädagogik bei Lernschwierigkeiten stehen Paradigmata für *unterschiedliche Zugangsweisen zum Phänomen „Lernschwierigkeiten”*. Sie können dabei helfen, eine Reihe von Erklärungshypothesen für die Entstehung und den Verlauf von Lernschwierigkeiten zu liefern, aber auch Interventionsansätze systematisch zu begründen.“ (HEIMLICH 2009, 205).

Auf historische Grundlagen der Pädagogik bei Lernschwierigkeiten wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen, da es den Umfang dieser Arbeit sprengen würde. Diese sind beispielsweise bei HEIMLICH (a.a.O., 91ff.) oder ELLGER-RÜTTGARDT (2008) nachzulesen. Im Folgenden sollen vielmehr Begründungszusammenhänge einer Pädagogik bei Lernschwierigkeiten dargestellt werden, da diese – wie oben im Zitat bereits angeklungen – wirksam sein können für eine Begründung von Interventionsansätzen.

2.1.1 Paradigmen der Lernbehindertenpädagogik

In der Pädagogik bei Lernschwierigkeiten bestehen nach HEIMLICH aktuell vier verschiedene Paradigmen: ein Materialistisches, ein Interaktionistisches, ein Systemtheoretisches und ein Ökologisches (vgl. HEIMLICH 2009, 206). Vernachlässigt werden nach dieser Auflistung z. B. das medizinische (vgl. STROBEL/ WARNKE 2007, 65ff.) oder das lern- und entwicklungstheoretische Paradigma (vgl. NESTLE 2007, 117ff.).

Weder gravierende Lernschwierigkeiten noch Rechenschwierigkeiten sind zu erklären als Problem des betroffenen Individuums allein, wie es beispielsweise im medizinischen Paradigma gesehen wird: Dort werden u. a. prä-, peri- und postnatale sowie genetische Faktoren genannt, die zu Lernschwierigkeiten führen können (vgl. STROBEL/ WARNKE 2007, 68ff.). Diese Erklärungsansätze greifen jedoch im Allgemeinen zu kurz. GANSER fordert beispielsweise, dass Lernschwierigkeiten systemisch gesehen werden müssten (vgl. GANSER 2009, 230). Betrachtet man Lernschwierigkeiten aus ökologischer Sicht, so zeigt sich,

> „[…] dass hier nicht nur ein personales Entwicklungsproblem oder ein soziales Beziehungsproblem vorliegt. Auch die Schule als System ist nur einer unter zahlreichen weiteren Bedingungsfaktoren von Lernschwierigkeiten." (HEIMLICH 2009, 222; Auslassung: A. L.).

Das Modell, Lernschwierigkeiten ökologisch bzw. ökosystemisch (vgl. SPECK 2003, 263) zu betrachten, ist demnach weniger eindimensional und wird deshalb im Folgenden genauer vorgestellt. Interessant ist zudem, dass beispielsweise OERTER MONTESSORI als eine frühe Vertreterin der ökologischen Perspektive nennt (vgl. OERTER 1996, 185):

> „Die Umgestaltung der Schule bzw. des Kindegartens in eine Umwelt, in der das Kind seine geistigen Kräfte frei entfalten kann, wie dies Montessori immer wieder beschreibt, entspricht der ökologischen-ganzheitlichen Idee, Lern- und Entwicklungsprozesse nicht isoliert zu sehen und zu studieren sondern im Gesamtkontext." (ebd.).

2.1.2 Lernschwierigkeiten aus ökologischer Sicht

Um Lernschwierigkeiten aus ökologischer Sichtweise zu beschreiben, soll zunächst der Ökologie-Begriff geklärt werden. Dieser geht etymologisch auf das griechische *oikos* (= Haus, Haushalt) und *logos* (= Lehre) zurück – *Lehre vom Haushalt* – und wird erstmals 1866 vom Biologen ERNST HAECKEL (1834-1916) definiert (vgl. HAECKEL 1866, 286; HEIMLICH 2009, 219). Sowohl von GREGORY BATESON (1904-1980) als auch von URIE BRONFENBRENNER (1917-2005) wird der Begriff später auch im Kontext der Sozialwissenschaft gebraucht (vgl. ebd.; SPECK 2003, 21). Die Bezeichnung *ökologisch* ist gerichtet

> „[…] auf den aktuell gewordenen Wert des Überlebens durch mehr Verständigung und gegenseitige Ergänzung anstelle bisher bestimmender Werte der aver-

> siven Selbstdurchsetzung partialisierter Systeminteressen […].“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Insbesondere BRONFENBRENNERS Werk „Ökologie der menschlichen Entwicklung“ (1981) beeinflusst bis heute die sozialwissenschaftliche Forschung (vgl. HEIMLICH 2009, 219). Dort wird definiert, dass sich die Ökologie der menschlichen Entwicklung mit der fortschreitenden Anpassung zwischen dem aktiven Menschen und den wechselnden Eigenschaften seiner ihn umgebenden Lebensbereiche beschäftigt (vgl. BRONFENBRENNER 1981, 37). Die Umwelt besteht für den Menschen nicht allein in dem ihn direkt umschließenden Umfeld, sondern unterliegt zusätzlich Einflüssen aus weiteren Bereichen um dieses Umfeld herum. BRONFENBRENNER beschreibt die Umwelt aus ökologischer Sicht als eine ineinandergeschachtelte Anordnung konzentrischer Strukturen, wo eine die jeweils nächste umschließt (vgl. a.a.O., 38). Dabei unterscheidet er zwischen Mikro-, Meso-, Exo- und Makrosystemen.

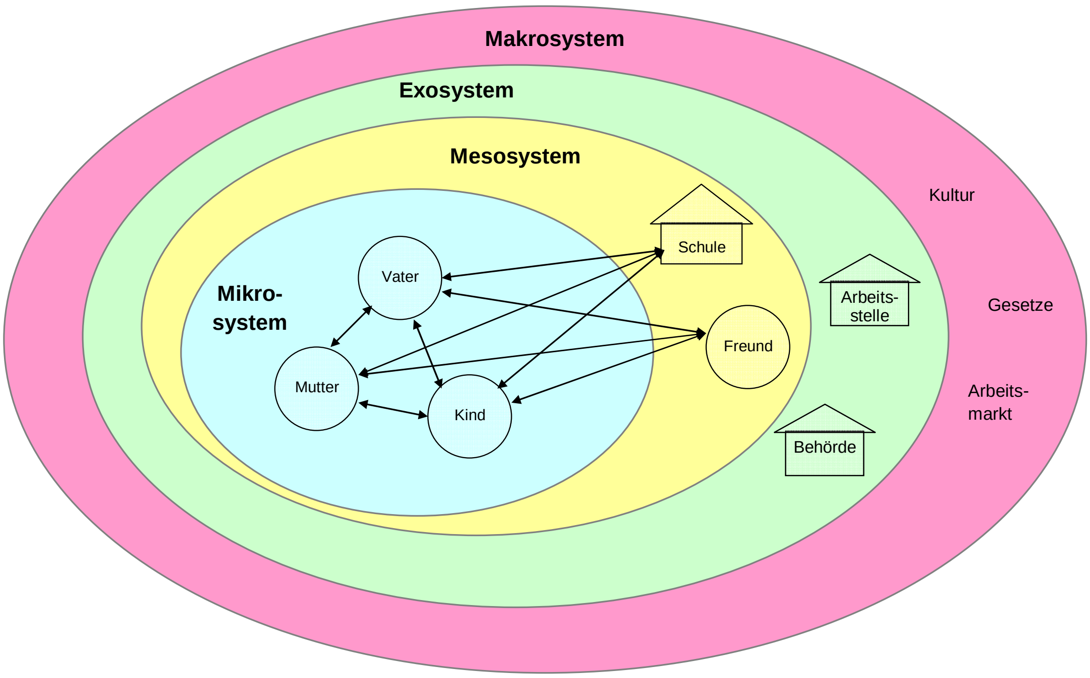


Abb. 2.1: *Mehrebenenmodell nach BRONFENBRENNER (vgl. auch HEIMLICH 2009, 221)*

Unter dem Mikrosystem sind Aktivitäten, Rollen und Beziehungen des Menschen mit seiner unmittelbaren Umwelt zu verstehen (vgl. ebd.; HEIMLICH 2009, 220).

> „Ein Mesosystem umfaßt die Wechselbeziehungen zwischen den Lebensbereichen, an denen die sich entwickelnde Person aktiv beteiligt ist (für ein Kind etwa die Beziehungen zwischen Elternhaus, Schule und Kameradengruppe in der Nachbarschaft; […]“ (BRONFENBRENNER 1981, 41; Auslassung: A. L.).

Damit besteht ein Mesosystem aus verschiedenen Mikrosystemen. Im Unterschied dazu ist das Exosystem zu sehen. Dieses beschreibt einen oder mehrere Lebensbereiche, an denen die Person nicht selbst aktiv beteiligt ist. Jedoch finden dort Ereignisse statt, die sich auf ihr Lebensumfeld auswirken (vgl. a.a.O., 42). Aus Sicht des Kindes ist das z. B. das Berufsfeld des Vaters oder die Schulklasse der älteren Geschwister (vgl. ebd.; SPECK 2003, 273). Das Makrosystem schließlich bezeichnet übergreifende soziale, politische oder kulturelle Zusammenhänge, die auf Mikro-, Meso- und Exosysteme indirekt einwirken. Dazu zählen u. a. sozio-ökonomische, ethnische oder religiöse Systeme (vgl. ebd.). Später ergänzt BRONFENBRENNER sein Modell um die Ebene der Zeit, das Chronosystem, da sich die Konstellation der Ebenen im Laufe der Biographie eines Menschen häufig verändert (vgl. HEIMLICH 2009, 221).

Für die Erziehungswissenschaft ist das ökologische Modell relevant, da es den Blick öffnet für die Bedeutung von Raum und Ort im Zusammenhang mit Erziehungs- und Bildungsprozessen (vgl. ebd.). Im Modell von BRONFENBRENNER stehen insbesondere die Wechselwirkungen zwischen einer Person und ihrer Umwelt im Zentrum. Wird das auf die Pädagogik übertragen, ist eine Kind-Umfeld-Orientierung unumgänglich, weil sie

> „[…] individuelle Ursachenzuschreibungen konsequent ausschließt und die Ressourcen für Bildungsangebote sowohl im Kind als auch im Umfeld sucht.“ (a.a.O., 222; Auslassung: A. L.).

Betrachtet man schließlich Lernschwierigkeiten aus ökologischer Perspektive, so wird deutlich, dass es nicht möglich ist, diese allein als Entwicklungsverzögerung oder als soziales Beziehungsproblem zu sehen. Auch das System Schule ist als möglicher Bedingungsfaktor von Lernschwierigkeiten in Erwägung zu ziehen (vgl. ebd.). Eine sonderpädagogische Förderung müsste ökologisch betrachtet Situationen schaffen, wo sich das Kind aktiv mit seiner Umwelt auseinandersetzen kann, viele Sinne einbezogen werden und individuelle Unterstützung angeboten wird (vgl. ebd.).

2.2 Begriffsklärung: Prävention und Intervention

Sowohl der Begriff der Prävention als auch der der Intervention spielt in der Heil- und Sonderpädagogik eine wichtige Rolle (vgl. SANDER 2007, 209f.). Mit der Prävention ist gleichzeitig auch eines der Arbeitsfelder der Pädagogik bei Lernschwierigkeiten angesprochen, das zusammen mit der Integration und Rehabilitation die gesamte Lebensspanne der Zielgruppe umfasst (vgl. HEIMLICH 2009, 169). Da in dieser Arbeit der schulische Bereich im Mittelpunkt steht, erscheinen im Folgenden nur die Begriffe der Prävention und Intervention.

2.2.1 Prävention

Prävention bedeutet allgemein Vorbeugung oder Verhütung (vgl. SANDER 2007, 209). In der Pädagogik gelten Maßnahmen als präventiv, die verhindern, dass Schwierigkeiten z. B. beim Lernen auftreten. WEIGERT definiert bereits 1987, was unter Prävention zu verstehen ist, und fasst darunter sämtliche medizinischen, pädagogischen, psychologischen, administrativen oder politischen Maßnahmen des Eingreifens. Diese sind verbunden mit dem Ziel, Lernbeeinträchtigungen generell zu vermeiden oder rechtzeitig zu erkennen, wenn möglich zu beseitigen oder zu mindern bzw. manifeste Lernbehinderungen speziell zu behandeln sowie drohende Folgebehinderungen auszuschalten (vgl. WEIGERT 1987b, 55). Dabei können unterschiedliche Fachdisziplinen zusammenarbeiten, um diese präventiven Maßnahmen in die Wege zu leiten bzw. umzusetzen, z. B. Psychologen, Pädagogen, Mediziner oder auch Kriminologen (vgl. MÄRZ 2007, 54; SANDER 2007, 210). Ein sehr positives Beispiel dieser interdisziplinären Zusammenarbeit zeigt sich in der Frühförderung, die sich in den 70er Jahren entwickelt hat (vgl. KLEIN 2007, 220f.)

Neben den diversen Disziplinen unterscheidet man außerdem zwischen primärer, sekundärer und tertiärer Prävention – eine Differenzierung, die ursprünglich auf CAPLAN zurückgeht, der sich in seinem Werk mit der Prävention psychischer Störungen befasst (vgl. CAPLAN 1974, 189f.).

> „Unter *primärer Prävention* werden alle Maßnahmen verstanden, die die Möglichkeit des Auftretens einer Schädigung generell verhindern sollen.“ (SANDER 2007, 210).

Da prinzipiell jeder von einer Beeinträchtigung betroffen sein kann, richtet sich diese Form der Prävention nicht an eine ausgewählte Risikopersonengruppe, sondern an die gesamte Bevölkerung. Schutzimpfungen für alle Kinder in einem bestimmten Alter sind ein Beispiel aus der medizinischen Prävention. Aus pädagogischer Sicht würden beispielsweise Kindergartenplätze für *alle* Kinder dazu zählen. Trotz getroffener Maßnahmen im Rahmen der primären Prävention können Schädigungen oder Entwicklungsstörungen auftreten. Dass diese sich nicht manifestieren oder gegenseitig verstärken, ist das Ziel der sekundären Prävention. ENGLBRECHT und WEIGERT bezeichnen die sekundäre Prävention auch als Krisenintervention und fordern:

> „Im Bereich der […] Krisenintervention sollen sich abzeichnende Störungen rechtzeitig erkannt und durch therapeutische und fördererzieherische Maßnahmen derart behandelt werden, daß sie entweder nur von kurzer Dauer sind oder daß die Symptome vermindert werden, jedenfalls daß sie sich nicht zu langdauernden, schwerwiegenden und umfänglichen Behinderungen ausweiten.“ (ENGLBRECHT/ WEIGERT 1994, 48f.; Auslassung: A. L.).

In dieser Definition wird nach wie vor der präventive Charakter deutlich, allerdings zeigt sich im Vergleich zur primären Prävention eine andere Zielgruppe: Die Maßnahme bezieht sich nicht mehr auf die Gesamtpopulation, sondern auf die Menschen, die bereits von Beeinträchtigungen betroffen sind. Handlungsschritte innerhalb der sekundären Prävention stehen des Weiteren in engem Zusammenhang mit der Diagnostik. Erst dadurch, dass im Rahmen der Früherkennung Probleme und Schwierigkeiten überhaupt ersichtlich werden, können Maßnahmen eingeleitet werden. SANDER bezeichnet die sekundäre Prävention demnach gleichzeitig als pädagogische Intervention (vgl. SANDER 2007, 210).

> „Der gelegentlich behauptete Gegensatz zwischen Prävention und Intervention kann hier nicht aufrechterhalten werden; sekundäre (und auch tertiäre) Prävention erfolgt durch gezielte Intervention.“ (ebd.).

Innerhalb der sekundären Prävention sind verschiedene Möglichkeiten der Umsetzung denkbar, z. B. gehören dazu Schulvorbereitende Einrichtungen[4] (vgl. auch SANDER 1983, 35f.) oder Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklassen[5].

Einzelne Autoren geben an, dass die sekundäre und tertiäre Prävention kaum voneinander abzugrenzen seien (vgl. BRANDTSTÄTTER 1982; 39; ENGLBRECHT/ WEIGERT 1994, 49; MÄRZ 2007, 56). SANDER dagegen definiert recht exakt:

> „Wenn primäre und sekundäre Prävention nicht stattgefunden haben oder nicht erfolgreich waren, hat die Schädigung […] sich voll herausbilden können. Präventiv geht es nun darum, ihr Übergreifen auf andere Entwicklungsbereiche der betreffenden Menschen möglichst zu unterbinden.“ (SANDER 2007, 211; Auslassung: A. L.).

[4] vgl. Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) (idF v. 31.5.2000) Art. 22
[5] vgl. Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) (idF v. 31.5.2000) Art. 20

Allerdings betont er, dass begrifflich zwischen kurativen und präventiven Maßnahmen zu unterscheiden sei (vgl. ebd.). Wird bei einem Kind mit Lernschwierigkeiten beispielsweise gegen die Folgeerscheinung einer Verhaltensauffälligkeit interveniert, kann dies als präventiv angesehen werden. Kurative Maßnahmen dagegen zielen darauf ab, die Lernschwierigkeiten selbst anzugehen, z. B. durch eine gezielte Förderung im entsprechenden Bereich. Wird diese Unterscheidung nicht gewahrt, verschwimmt der Begriff der tertiären Prävention (vgl. ebd.).

Abschließend bringt SANDER die drei Präventionsformen auf den Punkt:

> „Während primäre Prävention auf generelle Schädigungsverhinderung zielt, zielt sekundäre Prävention auf individuelle Schädigungsabschwächung und tertiäre Prävention auf individuelle Verhinderung von Folgebeeinträchtigungen." (a.a.O., 211f.).

Prävention und Intervention stehen in engem Zusammenhang. Im kommenden Abschnitt wird dies näher aufgezeigt.

2.2.2 Intervention

Wie oben bereits angeführt, gibt es zwischen der Prävention und der Intervention nicht nur große Überschneidungen. Vielmehr ist die sekundäre oder tertiäre Prävention erst durch Intervention möglich (vgl. SANDER 2007, 210). HEIMLICH betont, dass sonderpädagogische Förderung keineswegs nur im Unterricht stattfindet, sondern auch Aspekte wie Diagnostik, Intervention oder Evaluation dazugehören (vgl. HEIMLICH 2009, 125). LEUTNER ergänzt, dass Intervention Diagnostik voraussetzt bzw. ohne Diagnostik wenig sinnvoll ist (vgl. LEUTNER 2010b, 63). Was der Begriff der Intervention konkret beinhaltet, soll im Folgenden dargestellt werden.

Der Begriff, abgeleitet vom lateinischen Wort *intervenire*, bedeutet so viel wie *dazwischenkommen, unterbrechen* oder *hindern*[6]. Ursprünglich handelt es sich dabei um einen völkerrechtlichen Terminus, der die Einmischung bzw. das Eingreifen eines Staates oder einer internationalen Organisation in die Sache eines anderen Staates oder in Konflikte zwischen Staaten bezeichnet (vgl. GERLACH 1967, 8ff.; WEIGERT 1987a, 59).

[6] Langenscheidts Großes Schulwörterbuch. Lateinisch-Deutsch. Berlin [u.a.]: Langenscheidt, 1993, S. 639

Im pädagogischen Sinn meint Intervention

> „[…] eine Methode der Erziehung und Unterrichtung, wobei unproduktives und unerwünschtes Verhalten unterbunden werden soll; statt dessen [sic!] zielt man auf produktivere und eher erwünschte Verhaltensweisen der Kinder und Jugendlichen ab.“ (ebd.; Auslassung und Einfügung: A. L.).

Beeinträchtigungen oder Schwierigkeiten sollen also unterbrochen und an einer fortschreitenden Entwicklung gehindert werden. Wichtig ist, neben den möglichen Defiziten die Kompetenzen und Stärken der Kinder in den Blick zu nehmen, weil jegliche Fördermaßnahmen darauf aufbauen (vgl. HEIMLICH 2009, 142). LAUTH, GRÜNKE und BRUNSTEIN verwenden den Begriff Intervention als Überbegriff für Maßnahmen, Methoden oder Verfahren, die sich bei der Behandlung von Lernstörungen – genereller Art oder in spezifischen Inhaltsbereichen wie Lesen, Schreiben oder Rechnen – als nützlich und effektiv erwiesen haben (vgl. LAUTH/ GRÜNKE/ BRUNSTEIN 2004, 9). Außerdem wird deutlich, dass eine Intervention sowohl eine Therapie, ein Training oder auch präventive Maßnahmen beinhalten kann (vgl. ebd.). Die große Bandbreite pädagogischer Interventionen betont auch LEUTNER (vgl. LEUTNER 2010b, 63). Er differenziert systemisch die unterschiedlichen Ebenen, wo Maßnahmen stattfinden können. Interventionen, die auf der Mikro-Ebene des Individuums ansetzen, zielen beispielsweise auf kognitive oder motivationale Aspekte des Lernens. Maßnahmen auf der Meso-Ebene sind entwickelt für Schulklassen, Schulen oder Institutionen, während solche auf der Makro-Ebene das gesamte Schul- oder Erziehungssystem berücksichtigen (vgl. a.a.O., 63f.). HEIMLICH spricht entsprechend von einer „*Kind-Umfeld-Intervention*“ (HEIMLICH 2009, 143), die sich nicht nur auf den Betroffenen fokussiert, sondern zusätzlich die Ressourcen aus dem Umfeld einbezieht.

ZIEGENHAIN beschreibt in ihrem Artikel zur Erziehungs- und Entwicklungsberatung Ebenen präventiver bzw. beraterischer und therapeutischer Interventionen (vgl. ZIEGENHAIN 2008, 180). Analog zur Prävention unterscheidet sie dabei universelle, selektive und indizierte Interventionen und bezieht sich dabei ebenfalls auf CAPLAN (vgl. ebd.; CAPLAN 1974, 189f.; COIE 1993, 1017ff.). Universelle (primäre) Angebote richten sich an Familien mit Kindern ohne Auffälligkeiten. Selektive (sekundäre) Angebote sind für Eltern, wo bereits unangemessene Einstellungen und Verhaltensweisen in der Erziehung vorherrschen, indizierte (tertiäre) Angebote beginnen bei Kindern mit erkennbaren Verhaltensauffälligkeiten oder Entwicklungsstörungen (vgl. ZIEGENHAIN 2008, 180). Nach dieser

Einteilung von Interventionsebenen entsprechend der Formen der Prävention ließen sich die beiden Begriffe Prävention und Intervention nahezu gleichsetzen.

MUÑOZ, MRAZEK und HAGGERTY fassen alle Maßnahmen mit der Bezeichnung der *Intervention* zusammen. Sie kritisieren den Begriff der sekundären Prävention, weil die Betroffenen bereits der Behandlung bedürfen (vgl. MUÑOZ/ MRAZEK/ HAGGERTY 1996, 1118). Die Bezeichnung Prävention soll demnach nur für Interventionen verwendet werden, die stattfinden, bevor die Diagnose einer Störung oder Krankheit erfolgt.

> „The IOM committee recommended that prevention itself be divided into three subcategories: universal preventive interventions, selective preventive interventions, and indicated preventive interventions.“ (ebd.)

Auf einen Vorschlag des IOM-Komitees (*Institute of Medicine commitee*) wird also zwischen drei Formen der Prävention unterschieden. Dem Komitee zur Prävention psychischer Krankheiten (*Committee on Prevention of Mental Disorders*) reicht diese Differenzierung jedoch nicht aus (vgl. ebd.). Sobald eine Person Kriterien für eine Erkrankung erfüllt, sollen Interventionen in den Bereich der Behandlung (*treatment*) fallen:

> „Once a person meets criteria for a disorder, interventions focused on that disorder are considered to be in the realm of treatment.“ (ebd.)

Im Anschluss an die Behandlung erfolgen weitere Versorgungsmaßnahmen (maintenance), um z. B. Rückfälle zu vermeiden. Diese weiterführenden Interventionen wären Bestandteil einer guten Behandlung, könnten jedoch nicht zur Prävention gerechnet werden (vgl. ebd.):

> „Maintenance interventions are those that occur after the acute episode of a mental disorder has subsided and may include interventions designed to reduce relapse and recurrence as well as rehabilitation services. These are part of good treatment, but not prevention.” (ebd.).

Alle Interventionen – von der Prävention über die Behandlung bis hin zur Nachbetreuung – fasst folgende Übersicht von MRAZEK und HAGGERTY (1994) abschließend zusammen:

Prävention			Behandlung		Nachbetreuung	
univer-sell	selektiv	indiziert	Fall-vorstellung	Standard-mäßige Behandlung	Einhaltung der Langzeit-behandlung	Nachsorge (incl. Reha-bilitation)

Abb. 2.2: *Interventionsspektrum bei psychischen Störungen (nach* M*RAZEK*/ H*AGGERTY 1994, 8; übersetzt: A. L.)*

Innerhalb dieser Arbeit werden unter Intervention sämtliche Maßnahmen verstanden, die geplant und durchgeführt werden, um Kindern und Jugendlichen mit Schwierigkeiten, beispielsweise im Lernen oder im Bereich der Mathematik, Anregungen zu weiterer Entwicklung zu geben (vgl. auch HEIMLICH 2009, 143). Dabei setzt die Förderung an der jeweiligen Lernausgangslage der Kinder an, die vorab zu diagnostizieren ist.

2.3 Die Bedeutung der Intervention

Nach den theoretischen Klärungen im vorhergehenden Abschnitt steht im nächsten die Bedeutung der Intervention im Vordergrund. Zunächst wird die Frage nach den Funktionen von Interventionsmaßnahmen beantwortet. Nach HAGER und HASSELHORN gibt es vier verschiedene (vgl. HAGER/ HASSELHORN 2008, 339). Im Anschluss wird auf die Wichtigkeit und Bedeutung der Intervention eingegangen, insbesondere bezogen auf die Pädagogik bei Lernschwierigkeiten.

2.3.1 Ziele und Funktionen von Interventionsmaßnahmen

HAGER und HASSELHORN, die nicht von Intervention, sondern von pädagogisch-psychologischen Interventionsmaßnahmen (PPIs) sprechen, führen statt einer klassischen Definition deren Ziel an: Die Kontrolle des menschlichen Verhaltens gilt als ein Ziel der Psychologie, und auch Interventionsmaßnahmen dienen primär dem Ziel der Kontrolle (vgl. HAGER/ HASSELHORN 2008, 339). Kontrolle in diesem Zusammenhang meint,

> „[…] Verhalten auftreten oder auch nicht auftreten zu lassen – es zu starten, aufrechtzuerhalten, zu beenden, seine Form, Stärke und Auftretenswahrscheinlichkeit zu beeinflussen." (GERRIG/ ZIMBARDO 2008, 6); Auslassung: A. L.).

Innerhalb der Interventionsmaßnahmen lassen sich vier verschiedene Funktionen unterscheiden (vgl. HAGER/ HASSELHORN 2008, 339). So kann eine Intervention z. B. der Entfaltung oder allgemeinen Förderung einer Fähigkeit oder Fertigkeit dienen, ggf. auch ohne dass in dem geförderten Bereich eine Schwäche vorliegt (vgl. ebd.). Soll einer möglichen zukünftigen Schwierigkeit vorgebeugt werden, ist die zweite – präventive – Funktion von Interventionsmaßnahmen angesprochen. Hierzu zählen u. a. Programme für den Kindergarten zur Prävention von spezifischen Schwierigkeiten in der Schule, z. B. einer Lese-Rechtschreibschwäche. Die dritte Funktion – die sog. „*kurative* Funktion" (ebd.) ist erfüllt, wenn Interventionen erfolgen, um

> „[…] bereits manifest gewordene Störungen, Defizite und Symptome zu beseitigen oder zumindest zu lindern […]." (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Eine rehabilitative und damit vierte Funktion leisten Interventionen, wenn Fähigkeiten und Fertigkeiten wiederaufgebaut werden. Diese können z. B. aufgrund eines Unfalls, einer Krankheit oder wegen eines anderen äußeren Umstands eingeschränkt oder gar nicht mehr vorhanden sein. HAGER und HASSELHORN ergänzen jedoch, dass Interventionen dieser letzten Funktion nur selten dienen (vgl. a.a.O., 340). Letztlich entscheidend ist, dass die jeweiligen Funktionen nur erreicht werden können, wenn die Person, für die die Intervention gedacht ist, sich aktiv beteiligt.

> „Im Wesentlichen geht es hier um das *Lernen* und die *Übung*. Man kann das Lernen als ganz allgemeine Voraussetzung für das Erreichen der angestrebten Verbesserungen ansehen." (ebd.; Hervorhebung im Original).

Im Rahmen dieser Arbeit stehen vor allem die zweite und dritte Funktion von Interventionen im Zentrum: Zum einen sollen die Kinder Kompetenzen erwerben, damit gravierende Lern- oder Rechenschwierigkeiten im weiteren Verlauf der Schulzeit vermieden und reduziert werden. Außerdem ist zu verhindern, dass aus Schwierigkeiten in einem Lernbereich zusätzliche Probleme z. B. im emotional-sozialen oder motivationalen Bereich entstehen. Zum anderen geht es darum, bei bereits bestehenden Problemen einzugreifen und fehlende Fähigkeiten anzubahnen und aufzubauen.

2.3.2 Bedeutung der Intervention für die Pädagogik bei Lernschwierigkeiten

LAUTH und GRÜNKE kritisieren:

> „Lernstörungen sind nicht selten. Dennoch wird ihnen nicht adäquat begegnet. Bei ihrer Behandlung muss berücksichtigt werden, dass sie in erster Linie durch die Minderleistung charakterisiert sind – die Lernstörung, nicht ein stellvertretend anderes Ziel muss behandelt werden. […] Bei der Auswahl und Anwendung von Interventionen sollte man sich auf gesichertes Wissen stützen, nicht, wie leider oft praktiziert, auf die eigenen Alltagserfahrungen und ‚kollektives Raten'." (LAUTH/ GRÜNKE 2005, 640).

Zur Bedeutung von Interventionen bei Lernschwierigkeiten sei eine Studie von METZGER, STEIGER und SCHLEY angeführt. Diese verfolgt das Ziel, wirksame Interventionen für Kinder und Jugendliche mit Lernschwierigkeiten zu ermitteln (vgl. METZGER/ STEIGER/ SCHLEY 2007, 60). Von insgesamt 93 Einzelfallstudien über abgeschlossene Lerntherapien wurden dafür 20 ausgewählt und näher analysiert. Bei den Ergebnissen der Studie wird differenziert zwischen unspezifischen und spezifischen Interventionen. Die unspezifischen Interventionen haben beispielsweise die Stärkung des Selbstwertgefühls, die Verbesserung der emotionalen Ausdrucksfähigkeit oder die Förderung der Metakognition zum Ziel (vgl. a.a.O., 67). Spezifische Interventionen richten sich auf die Verbesserung eindeutig umschriebener Lernschwierigkeiten, z. B. bei einer Lese-Rechtschreib- oder einer Rechenstörung (vgl. a.a.O., 66.).

Insgesamt stellten die Autoren der Studie fest, dass bei einer entsprechenden Problematik – wie z. B. einer Rechenstörung – Erfolge durch eine spezifische Intervention relativ stabil nachweisbar sind (vgl. ebd.). Soll die Förderung im Rahmen unspezifischer Interventionen gelingen, sind je nach Schwierigkeit unterschiedliche Schwerpunkte zu setzen. Beispielsweise gelten entwicklungsförderliche Beziehungen zu anderen als besonders relevant, um das Selbstwertgefühl aufzubauen (vgl. a.a.O., 67). Zur Förderung der Metakognition bewährte sich wiederum das Führen eines Lerntagebuchs, um „[…] die Wahrnehmung des eigenen Lernens festzuhalten […]" (a.a.O., 68; Auslassungen: A. L.).

Zu beachten ist – so ein weiteres Ergebnis der Studie –, dass auch bei einer spezifischen Intervention, die sich primär auf die Gestaltung des Lernprozesses bezieht, psychische Schwierigkeiten nicht generell unberücksichtigt bleiben dürfen (vgl. a.a.O., 70). Dies gelte v. a. dann, wenn Lernschwierigkeiten weniger auf neuropsychologische Funktionsstörungen zurückzuführen sind, sondern ihre Ursache eher in emotionalen Schwierigkeiten liegen. Darüber hinaus gibt es jedoch noch ein weiteres sehr bedeutsames Resultat der Studie:

> „Die vertrauensvolle Beziehung zwischen Klientin respektive Klient und Lerntherapeutin respektive Lerntherapeut wurde von den Lerntherapeutinnen und Lerntherapeuten eindeutig als wichtigster Wirkfaktor eingeschätzt. Die Beziehung ist somit die entscheidende Grundbedingung, auf deren Basis erfolgsversprechende Interventionen überhaupt erst eingeleitet werden können.“ (a.a.O., 69).

Über die Inhalte hinaus entscheidet also der persönliche Kontakt zwischen den Beteiligten über das Gelingen der Maßnahme. Abschließend lässt sich für Interventionen bei Lernschwierigkeiten für Kinder und Jugendliche festhalten, dass von ihrer Wirksamkeit prinzipiell ausgegangen werden kann.

> „Insbesondere die Kombination von unspezifischen und spezifischen Interventionen auf der Grundlage einer vertrauensvollen Beziehung hat sich bewährt und verspricht nachhaltige Wirkungen.“ (a.a.O., 71).

2.4 Zusammenfassung

Auch wenn der primären und sekundären Prävention von Lernschwierigkeiten große Bedeutung zuzuschreiben ist, darf der Aspekt der Intervention bzw. der tertiären Prävention nicht vernachlässigt werden. So benötigen beispielsweise alle Schüler eines Sonderpädagogischen Förderzentrums Unterstützung, ihre Schwierigkeiten in den verschiedensten Bereichen zu bewältigen. Aber auch im Zusammenhang mit der Inklusion darf nicht davon ausgegangen werden, dass jegliche sonderpädagogische Kompetenz überflüssig wird, wenn Kinder mit Sprachproblemen, Verhaltensstörungen oder gravierenden Lernschwierigkeiten in der Grundschule oder Hauptschule unterrichtet werden. Um Schüler angemessen zu fördern, sind Interventionen weiterhin von großer Bedeutung. Bezogen auf Lernschwierigkeiten heben METZGER, STEIGER und SCHLEY hervor:

> „Lernschwierigkeiten erfordern aufgrund langfristig negativer Folgen für die Betroffenen und deren Umfeld ein wirksames Handeln.“ (a.a.O., 61).

Entscheidend ist zudem, dass mit pädagogischen Interventionen immer auch ein Beziehungsaufbau verbunden ist, der wesentlich zum Erfolg beiträgt.

3.0 MARIA MONTESSORI – Leben und Werk

„Maria Montessori hat es als einzige Frau geschafft, ein Werk zu erarbeiten, das auch noch fast 50 Jahre nach ihrem Tod vielfach studiert wird und das sich zu lesen lohnt.“ (HEBENSTREIT 1999, 9). Inzwischen sind mehr als 55 Jahre seit ihrem Tod vergangen, die Pädagogik MONTESSORIS ist nach wie vor aktuell und im Folgenden wird darum zunächst die Biographie MARIA MONTESSORIS dargestellt. Zum einen empfiehlt sich dies zu Anfang einer solchen Schrift und zum Verständnis ihres pädagogischen Werkes, um auch von daher ihren Platz in der Geschichte der Pädagogik zu erkennen (vgl. HELMING 1997, 11). Zum anderen dient die Biographie dazu, beantworten zu können, ob sich bei MONTESSORI Bezüge zeigen zwischen ihrem Leben und ihrem Werk bzw. inwieweit ihr Werk in ihrem Leben begründet ist (vgl. HEILAND 2010, 9). Selten ist in der Pädagogik eine Richtung so sehr mit der Person des Begründers oder der Begründerin selbst verknüpft wie das in der Pädagogik MONTESSORIS der Fall ist. Von daher müsste jede Darstellung ihres Werkes unvollständig bleiben, wenn nicht auch ihr Lebenslauf Berücksichtigung findet. Einen weiteren Aspekt rückt BÖHM in den Fokus. Er unterscheidet drei Gruppen, die sich mit der Pädagogik MONTESSORIS auseinandersetzen: Die erste und gleichzeitig größte Gruppe bilden Lehrer und Erzieher,

> „[…] die auf der Suche nach tauglichen Lösungen für ihre beruflichen Alltagsschwierigkeiten in Schule und Erziehung irgendwann oder irgendwie auf Montessori stoßen.“ (BÖHM 2004a, 42; Auslassung: A. L.).

BÖHM kritisiert dabei, dass das Interesse dieser Gruppe v. a. ein praktisches ist und sie der Theorie MONTESSORIS keine große Bedeutung zumessen (vgl. ebd.). Die zweite Gruppe besteht aus Menschen, „[…] die sich in Vereinigungen und Gesellschaften zusammenschließen, um für die Montessori-Idee zu werben […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). Diese Vereinigungen beschreibt BÖHM als „Grundpfeiler jenes Montessorianismus“ (ebd.), der sich sowohl in positiver als auch in negativer Weise präsentieren kann. BÖHM bedauert, dass die dritte Gruppe immer noch sehr klein ist, die „[…] sich der Montessori-Pädagogik neutral, objektiv und kritisch […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.) zuwendet und sie wissenschaftlich untersucht. Deshalb ist das ein weiterer Grund, in den folgenden Abschnitten sowohl Leben als auch Werk MONTESSORIS in den Mittelpunkt zu stellen.

3.1 Wesentliche Stationen in der Biographie MARIA MONTESSORIS

Da die Biographie MONTESSORIS in gewissem Zusammenhang mit ihrem Werk steht, werden in diesem Kapitel entscheidende Lebensabschnitte dargestellt. Angefangen wird dabei mit der Kindheit und Jugend, fortgefahren mit Ausbildung und Studium, schließlich folgt MONTESSORIS Entwicklung hin zur Pädagogin. Etwas kürzer werden die Abschnitte über die Ausbreitung der Montessori-Idee in aller Welt ausfallen, da sie im Rahmen dieser Arbeit weniger zentral sind. Abgeschlossen wird mit dem Lebensabend und Tod MONTESSORIS in den Niederlanden.

3.1.1 Kindheit und Jugend

MARIA MONTESSORI wird am 31. August 1870 als einzige Tochter des Finanzbeamten ALESSANDRO MONTESSORI und seiner Frau RENILDE, geb. STOPPANI, in Chiaravalle bei Ancona/ Italien geboren. Von ihren Eltern ist bekannt, dass ihr Vater „[…] wohl eher der kleinbürgerlichen Schicht zuzuordnen ist […]“ (HEILAND 2010, 9; Auslassungen: A. L.) und als konservativ gilt, während ihre hochgebildete Mutter in der Familie die liberale und fortschrittliche Seite repräsentiert. Ähnliches gilt für die Gesellschaftssituation der damaligen Zeit: auf der einen Seite besteht die Hoffnung, in der industriellen Entwicklung den Anschluss an andere Staaten zu gewinnen, auf der anderen Seite herrschen politisch überholte, antidemokratische Strukturen; die Stimmung schwankt zwischen Aufbruchsstimmung und Depression (vgl. HEBENSTREIT 1999, 16).
Die Kindheit MONTESSORIS ist nicht zuverlässig fassbar. Es liegen lediglich Aussagen von zwei Mitarbeitern MONTESSORIS – ANNA MACCHERONI und EDWARD M. STANDING – vor. Diese sind jedoch erst festgehalten worden, als MONTESSORI bereits weltbekannt war, d. h. KRAMER beschreibt dieses Material als Anekdoten, Geschichten und Erinnerungen, die schließlich eine Art „Legende“ (KRAMER 2004, 28) darstellen. Dennoch ergibt sich daraus „[…] ein Porträt – eine Skizze, keine Fotografie, aber doch ein Individuum […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). Allen Berichten ist gemeinsam, dass MONTESSORI „[…] bereits als Kind sehr selbstbewußt [sic!], aber auch deutlich ichbezogen ist […]“ (HEILAND 2010, 13; Auslassungen u. Einfügung: A. L.).

1873 wird ALESSANDRO MONTESSORI nach Florenz versetzt, später zieht die Familie nach Rom, wo die Eltern MONTESSORIS bis zu ihrem Tod leben werden. KRAMER spricht bezüglich des Umzugs vom Jahr 1875 (vgl. KRAMER 2004, 29), STANDING hingegen schreibt: „Maria was about twelve years old“ (STANDING 1998, 23). Der Umzug wird begründet mit den Vorteilen der schulischen Ausbildung für das Mädchen. Da aus der Zeit weiter kaum etwas bekannt ist, lässt sich das Jahr nicht mit Sicherheit festlegen.

Mit sechs Jahren kommt MARIA MONTESSORI in die öffentliche Schule, wo sie sich zunächst nicht als gute Schülerin auszeichnet. Im Laufe der Volksschulzeit zeigt sich jedoch ihre Begabung für Mathematik sowie die naturwissenschaftlichen Fächer. So wechselt sie mit zwölf Jahren nicht – wie von ihrem Vater erwartet – auf das traditionelle Gymnasium, sondern auf eine Schule, die ihre Schwerpunkte auf naturwissenschaftliche und technische Inhalte legt (vgl. ESSER/ WILDE 2007, 14). Nach dem Willen des Vaters sollte MARIA MONTESSORI in ihrer „behüteten Mittelschichtsfamilie“ (HEBENSTREIT 1999, 17) auf eine entsprechende Karriere vorbereitet werden. Seine Vorstellungen in Bezug auf die Bildung der Tochter werden von HEBENSTREIT folgendermaßen geschildert:

> „Ein wenig Bildung sicherlich und, als die Tochter sich als gute Schülerin erweist, auch der Plan, sie Lehrerin werden zu lassen. Doch die Erziehung des Mädchens soll sie nicht von der Familie fortführen, sondern im Sinne des Vaters auf die spätere Mutterschaft und Hausfrauenaufgabe vorbereiten.“ (ebd.).

Tatsächlich ist es damals nicht üblich, dass Mädchen eine Sekundarschule besuchen, wenn doch, so wird das Gymnasium bevorzugt. MONTESSORI aber wählt – unterstützt von ihrer Mutter – die naturwissenschaftlich-technische Schule. Diese beginnt mit einer dreijährigen Unterstufe, an die sich ein weiterführender vierjähriger Kurs anschließt, der schließlich zum Hochschulstudium berechtigt (vgl. HEILAND 2010, 16). Während der Vater noch hofft, dass dies zu einer Ausbildung als Lehrerin führen wird, ist MARIA MONTESSORI fest entschlossen, wie viele ihrer Mitschüler Ingenieur zu werden. Vor der Abschlussprüfung ändert sie diesen Plan jedoch und beschließt, Medizin zu studieren, „[…] ein Studienwunsch, dem in Italien bis dahin noch keine Frau hat nachkommen können.“ (HEBENSTREIT 1999, 20; Auslassung: A. L.).

3.1.2 Studium

Trotz der Proteste ihres Vaters meldet sich MONTESSORI zum Medizinstudium an, wird aber zunächst abgelehnt. Deshalb beginnt sie an der Universität mit den Fächern Mathematik und Naturwissenschaften und besteht 1892 ihre Abschlussprüfung. Ihren ursprünglichen Wunsch, Medizin zu studieren, verfolgt sie weiterhin und es ranken sich zahlreiche

Gerüchte, wie sie es schließlich erreicht (vgl. ESSER/ WILDE 2007, 15f.; HEBENSTREIT 1999, 21). Doch nicht nur die Tatsache, überhaupt einen Studienplatz zu bekommen, erfordert ein großes Maß an Selbstvertrauen und Selbstbewusstsein. Auch die Studienzeit selbst wird MARIA MONTESSORI nicht leicht gemacht. Beispielsweise darf sie nicht mit ihren männlichen Kommilitonen zusammen die Leichen sezieren, sondern holt das – von einem Wächter begleitet – allein in den Abendstunden nach. Weiterhin muss sie sich mit den Vorurteilen der Professoren auseinandersetzen oder darf den Vorlesungssaal erst nach dem Eintreffen ihrer Mitstudenten betreten (vgl. ebd.). Der Grund hierfür ist nicht in erster Linie darin zu finden, dass man MONTESSORI bewusst ausgrenzen möchte. Als junge anständige Frau kann sie sich in nahem Kontakt mit Männern nicht frei bewegen (vgl. KRAMER 2004, 49). In einem Brief an ihre Freundin Klara aus dem Jahr 1896 werden die inneren Gefühle, insbesondere die Zweifel der jungen Studentin und das Hadern mit ihrem Studium deutlich, was auch dieser Ausschnitt zeigt:

> „Wie war es mir nur in den Sinn gekommen, Anatomie zu studieren? […] Mir schien, als leuchte das Ziel ganz oben. Aber der Weg, der zu ihm führte! Nein, dieser Weg war zu fürchterlich... Ich schwitzte am ganzen Körper und keuchte. Das erwünschte Ziel meines Lebens entzog sich mir. Ich, die ich an das Leben glaubte, sah seine Nutzlosigkeit. Ich werde niemandem Gutes tun können, ich werde ein nutzloses Ding sein, wie so viele andere! […] Besser eine Schneiderin, ein Dienstmädchen sein... Aber nicht das, nicht das.“ (a.a.O., 52; Auslassungen: A. L.).

Abschließend jedoch heißt es:

> „Aber wer weiß? ... Es war wie ein tiefer innerer Glaube: Wer weiß? Und ich trank den bitteren Kelch aus bis zum letzten Tropfen.“ (a.a.O., 53).

Bis zum Ende lässt sich MONTESSORI weder durch äußere Widerstände noch durch innere Zweifel abbringen von ihrem Ziel. Sie gilt als eifrige und erfolgreiche Studentin, die auch angesehene Stipendien gewinnt. Im Frühjahr 1896 legt sie ihre Doktorarbeit mit dem Titel *„Contributo clinico allo Studio delle Allucinazioni a contenuto antagonistico (Ein klinischer Beitrag zum Studium des Verfolgungswahns“)* (a.a.O., 59) vor und erhält bald darauf ihre Promotionsurkunde.

> „Maria Montessori thus became the first woman in Italy to take the degree of Doctor of Medicine.“ (STANDING 1998, 27).

Auf diese Aussage STANDINGS beziehen sich wohl viele weitere Autorinnen und Autoren, die MONTESSORI als erste Medizinstudentin oder medizinische Doktorin Italiens nennen (vgl. ANDERLIK 2006, 19; ESSER/ WILDE 2007, 16; HEDDERICH 2005, 13; HOLTSTIEGE 2009, 223; SCHIERSMANN 1989, 117; SPEICHERT 2005, 13; WALDSCHMIDT 2006, 17). KRAMER schreibt sowohl, dass „Maria Montessori […] als erste Frau Italiens Medizin [studiert]“ (KRAMER 2004, 43; Auslassung u. Umstellung A. L.) als auch, dass die Prüfer sie am Tag, als sie ihre eingereichte Doktorarbeit verteidigt,

> „[…] zur ersten Frau machten, die in Italien die medizinische Ausbildung abgeschlossen hatte.“ (a.a.O., 59; Auslassung: A. L.).

Im Widerspruch dazu befindet sich SCHWEGMANN, die angibt, dass ihr anderswo in Italien „[…] Frauen wie Anna Kuliscioff […] bereits vorangegangen […]“ waren (SCHWEGMANN 2002, 50; Auslassungen: A. L.), nähere Quellen nennt sie dabei nicht. Letztlich ist es im Rahmen dieser Arbeit entscheidender, bei der Darstellung ihrer Biographie zu betonen, wie ihre berufliche Laufbahn sich von der Medizin später hin zur Pädagogik orientiert. Außerdem kann aufgezeigt werden, dass MONTESSORI jeweils vieles unternommen hat, um ihren Weg zu gehen und sich gegen diverse Widerstände durchzusetzen.

Mit ihrer erfolgreichen Rede vor einem großen Publikum in der medizinischen Fakultät am Ende ihres Studiums erreicht MONTESSORI gleichzeitig die Versöhnung mit ihrem Vater. Dieser hat ihre Entscheidung für das Studium nie gebilligt, zeigt sich jetzt aber dennoch stolz auf seine Tochter „[…] und kritisierte sie nicht länger […]“ (a.a.O., 71; Auslassungen: A. L.). Aufgrund ihrer hervorragenden Leistungen erhält sie eine Stelle als Assistenzärztin in der Chirurgie im Krankenhaus San Giovanni in Rom und eröffnet gleichzeitig eine eigene Praxis (vgl. HEBENSTREIT 1999, 22f.; HEILAND 2010, 24f.; KRAMER 2004, 69; SPEICHERT 2005, 23).

3.1.3 Von der Medizin zur Pädagogik

Mit knapp 26 Jahren schließt MONTESSORI also ihre Ausbildung zur Ärztin ab und beginnt ein aktives Leben, in dem sie oft in der Öffentlichkeit steht. Diese beiden Aspekte – Aktivität und öffentliches Auftreten – werden von da an zu wesentlichen Kennzeichen ihrer weiteren Biographie. Zweimal wird sie als Delegierte Italiens für einen internationalen Frauenkongress gewählt, zunächst in Berlin, zwei Jahre später in London, wo sie u. a. an einem Empfang der englischen Königin Victoria teilnimmt (vgl. HEBENSTREIT 1999, 23).

Ab 1897 arbeitet MARIA MONTESSORI in der Psychiatrischen Klinik der Universität in Rom. Ihre Aufgabe besteht darin, in entsprechenden Anstalten

> „[…] die Kranken zu beobachten, die für den klinischen Unterricht auszuwählen waren […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 28; Auslassungen: A. L.).

Dabei kommt sie in Kontakt mit „schwachsinnigen Kindern“ (HELMING 1997, 11), für die sie sich besonders interessiert. Damit vollzieht sie langsam den Schritt von der Medizin zur Pädagogik. Die Kinder in der Einrichtung werden gehalten wie Gefangene, die Aufsichtsperson erzählt MONTESSORI voller Abscheu, dass die Kinder nach dem Essen auf dem Boden nach den herumliegenden Brotkrümeln suchen.

> „Maria Montessori hörte zu und dachte über die Kinder nach, die nach den Brotbrocken griffen, sie in den Händen quetschten und im Mund herumbewegten. Sie sah sich in dem kahlen, leeren Raum um. Und ihr ging auf […], daß die Kinder nicht nach Brot hungerten, sondern nach Erfahrungen. In ihrer Umgebung war nichts, was sie berühren, befühlen oder woran sie ihre Hände und Augen üben konnten.“ (KRAMER 2004, 71f.; Auslassung: A. L.).

MONTESSORIS Erfolg in der Arbeit mit den Kindern ist u. a. darauf zurückzuführen, dass sie neben der physischen Pflege auch die erzieherische Aufgabe sieht und diese mit der medizinischen verbindet (vgl. HELMING 1997, 11). Selbst schreibt die Ärztin:

> „Die Tatsache, dass die Pädagogik sich in der Therapie mit der Medizin zusammentun musste, war die praktische Errungenschaft des Denkens der damaligen Zeit […].
> Im Gegensatz zu meinen Kollegen hatte ich jedoch die Eingebung, dass das Problem der geistig Zurückgebliebenen eher überwiegend ein *pädagogisches* als überwiegend ein medizinisches war; […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 29; Auslassungen: A. L.).

Beruflich setzt MONTESSORI ihre Forschungsarbeiten an der Psychiatrischen Klinik fort, privat entsteht aus dem zunächst intensiven kollegialen Verhältnis eine Liebesbeziehung mit ihrem Kollegen GIUSEPPE MONTESANO, der wie sie Assistenzarzt an der Klinik ist. Diese Beziehung sollte „[…] einen tiefgreifenden Einfluß [sic!] auf Maria Montessoris Leben haben […]“ (KRAMER 2004, 88; Auslassungen u. Einfügung: A. L.). Auf ihr Privatleben in diesen Jahren wird später noch eingegangen. Ab 1897 beschäftigt sich MONTESSORI zudem mit den heilpädagogischen Schriften der französischen Ärzte JEAN-MARC GASPARD ITARD (1775-1838) und EDOUARD SÉGUIN (1812-1880), von denen sie entscheidend beeinflusst wird. Aus einer Rede MONTESSORIS zur moralischen Erziehung 1897 auf dem Turiner Kongress ergibt sich der Auftrag an sie, vor Lehrerinnen in Rom eine Vortragsfolge über die Erziehung sogenannter schwachsinniger Kinder zu halten.

Ganz konkret fordert sie, mit der Erziehung der Sinne eine Erziehung des Verstandes zu schaffen. Einfachste Dinge sollten gelehrt werden,

> „[…] wie etwa der Gebrauch des Löffels, die Verfeinerung des Geruchs- und Tastsinns, gymnastische Übungen als Muskeltraining […]“ (ESSER/ WILDE 2007, 18; Auslassungen: A. L.).

Ende 1898 wird sie Mitglied der „Liga für die Erziehung behinderter Kinder“ (HEILAND 2010, 34). Im Sommer 1899 reist sie im Auftrag der Liga zu Vorträgen nach Mailand, Padua, Venedig und Genua. Schließlich entwickelt sich aus den Vorträgen und Kursen die *„Scuola Magistrale Ortofrenica“* (MONTESSORI DEdK 2010, 30), das medizinisch-pädagogische Institut mit Modellschule, das sie weitere zwei Jahre leitet. Dort bildet sie angehende Lehrkräfte für deren Arbeit mit Kindern mit Behinderungen aus, gleichzeitig bleibt sie selbst in unmittelbarem Kontakt mit den Schülern, um geeignete pädagogische Methoden zu erforschen. Bei ihren praktischen Versuchen verwendet sie Material, das ursprünglich SÉGUIN geschaffen hat und entwickelt es schließlich weiter bis zu dem uns heute bekannten Montessori-Material. Auch von anderen Pädagogen übernimmt sie Ideen, beispielsweise beobachtet sie ein Mädchen, das große Schwierigkeiten mit dem Nähen hat und beschließt, dass es wenig sinnvoll ist, den gleichen – zu schwierigen – Vorgang immer und immer wiederholen zu lassen. Sie analysiert die für das Nähen notwendigen Bewegungsabläufe und gibt dem Mädchen zunächst Papierstreifen, die es waagerecht durch senkrechte Schlitze in einer Matte weben soll – eine Übung, die von FRIEDRICH WILHELM AUGUST FRÖBEL (1782-1852) entworfen wurde (vgl. MONTESSORI 2010, 230). In der Folge stellt sie zunehmend höhere Anforderungen, bis das Kind in der Lage ist, mit Nadel und Faden umzugehen und somit der gleichen, aber verfeinerten Technik gewachsen ist (vgl. ESSER/ WILDE 2007, 19; KRAMER 2004, 111f.). MONTESSORI betont die große Bedeutung dieser intensiven Praxiserfahrung im Institut:

> „Ich war länger anwesend als eine Grundschullehrerin und unterrichtete die Kinder ohne festen Turnus ununterbrochen von acht Uhr morgens bis sieben Uhr abends. Diese zwei Jahre Praxis geben mir meinen ersten und wahren Anspruch in Bezug auf Pädagogik.“ (MONTESSORI DEdK 2010, 30).

Die Ergebnisse dieser zur damaligen Zeit einzigartigen Einrichtung, die zum einen die Fürsorge der Kinder und zum anderen die Ausbildung von Praktikern in der Methode zum Ziel hat, sind von Anfang an überzeugend. Regierungsbeamte und sogar der Minister für öffentliche Erziehung statten der Schule Besuche ab. Sämtliche Gäste zeigen sich beeindruckt von den Ergebnissen, die in der Arbeit mit den Kindern in kurzer Zeit erreicht worden sind und die niemand für möglich gehalten hat (vgl. KRAMER 2004, 108f.).

Im Jahr 1901 verlässt MONTESSORI – für viele überraschend, da sie so erfolgreich ist – das Institut und die Schule. Die junge Ärztin führt an, die Medizin und den Bereich der Sondererziehung hinter sich zu lassen, um sich der Erziehung normaler Kinder zuzuwenden, die wahren Gründe sind wohl eher im Privaten zu finden. MONTESSORI sucht Abstand von ihrer Beziehung zu MONTESANO, von dem sie – bereits 1897 – schwanger wird. Es ist letztlich nicht klar, warum das Paar nicht geheiratet und MONTESSORI diesmal nicht zu kämpfen versucht hat, als sich die Familie MONTESANOs gegen die Beziehung ausspricht. Jedenfalls wird von den beiden Familien beschlossen, „[…] daß es besser sei, die Schwangerschaft geheimzuhalten." (HEBENSTREIT 1999, 27; Auslassung: A. L.). Auch die Mutter MONTESSORIs weiß, dass eine uneheliche Schwangerschaft jede Hoffnung auf eine Karriere zerstören werde. So findet die Geburt von MARIO MONTESSORI am 31. März 1898 heimlich statt, und das Kind wird zu einer Pflegefamilie aufs Land gebracht (vgl. ebd.; KRAMER 2004, 114f.). MARIA MONTESSORI besucht ihn dort gelegentlich, der Junge erfährt jedoch nicht, dass „die schöne Dame" (a.a.O., 116), die ihm Geschenke mitbringt, seine Mutter ist (vgl. HEBENSTREIT 1999, 27). MARIO MONTESSORI selbst erzählt später, seine Eltern hätten einander versprochen, niemals zu heiraten, und MONTESANO habe dieses Versprechen gebrochen. Vermutlich ist dies also der Grund, warum MARIA MONTESSORI 1901 die Klinik verlässt.

Neben der Leitung der Schule gibt sie auch ihre eigene Praxis auf und beginnt etwas völlig Neues: sie studiert in Rom Anthropologie, Experimentalpsychologie und Erziehungsphilosophie (vgl. KRAMER 2004, 117). HEILAND spricht angesichts ihrer Schwangerschaft und der zerbrochenen Beziehung von einer traumatischen Entwicklung und deren „[…] Kompensation ins Allgemein-Pädagogische." (HEILAND 2010, 32; Auslassung: A. L.). Aus der Liebe zu ihrem eigenen Kind ergibt sich die Liebe MONTESSORIs zum Kind generell. MONTESSORI stellt sich die Frage, wie sich ihre anfänglichen Erfahrungen mit der neuen Erziehungsmethode auf alle Kinder übertragen lassen. Sie schreibt über diese Zeit:

> „Ich war von einem starken Glauben beseelt: Auch wenn ich nicht wusste, ob ich jemals Gelegenheit haben würde, den Wahrheitsgehalt meiner Idee zu erproben, gab ich trotzdem jede andere Beschäftigung auf, um sie zu vertiefen und mich sozusagen auf eine unbekannte Mission vorzubereiten." (MONTESSORI DEdK 2010, 30).

In der Folge studiert sie JOHANN AMOS COMENIUS (1592-1670), JEAN-JACQUES ROUSSEAU (1712-1778), JOHANN HEINRICH PESTALOZZI (1746-1827) und FRÖBEL; die Werke der Franzosen ITARD und SÉGUIN übersetzt sie und schreibt sie eigenhändig auf Italienisch nieder (vgl. a.a.O., 38).

Parallel zu ihren eigenen Studien führt sie anthropologische Untersuchungen in Grundschulen durch und erhält ab 1904 Lehraufträge am Pädagogischen Institut der Universität in Rom in den Fächern Anthropologie und Biologie (vgl. HEBENSTREIT 1999, 28; HEILAND 2010, 35; KRAMER 2004, 118f.). Sie arbeitet und doziert für ihre Studentinnen und Studenten dabei sehr anschaulich; sie will ihre Inhalte interessant machen und zum Lernen motivieren, nicht zwingen:

> „[…] eine Methode, die sie allen Lehrern für die Kindererziehung ans Herz legte, und die sie selber beim Unterrichten der Lehrer benützte.“ (a.a.O., 121; Auslassung: A. L.).

Neben ihrer Lehrtätigkeit an der Universität doziert MONTESSORI bis 1906 auch am „*Istituto Superiore di Magistero Femminile*“ (a.a.O., 127), außerdem setzt sie ihre Arbeit in den römischen Krankenhäusern und Kliniken fort und wohl auch – in der wenigen ihr noch verbleibenden Zeit – in ihrer eigenen Praxis (vgl. ebd.).

3.1.4 *Casa dei Bambini* – das erste Kinderhaus

Als MONTESSORI im Jahr 1906 von der Weltausstellung aus Mailand zurückkehrt, bietet ihr der Direktor des *Istituto dei Beni Stabili di Roma* – die „Römische Gesellschaft für zweckmäßiges Bauwesen“ (HEBENSTREIT 1999, 31) – an, die Gestaltung einer Art von Kindergarten zu übernehmen, die in Häusern mit Sozialwohnungen entstehen sollen (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 43). KRAMER beschreibt dazu, dass aufgrund der Urbanisierung viele Bauunternehmen große Projekte planen, die häufig aufgrund der unsicheren Wirtschaftslage im Bankrott enden. So bleiben – z. B. auch im Stadtteil San Lorenzo – viele Gebäude im Rohbau stehen und Bettler und Kriminelle finden dort Unterschlupf (vgl. KRAMER 2004, 132ff.). So entsteht ein Stadtviertel,

> „[…] das von Kriminalität, Prostitution und hygienisch vollkommen desolaten Zuständen beherrscht wird.“ (HEBENSTREIT 1999, 30; Auslassung: A. L.).

Schließlich kauft jene Wohnungsbaugesellschaft, deren Generaldirektor MONTESSORI später anspricht, einige der Häuser auf, um sie zu renovieren. Als Mieter werden Familien ausgewählt, in denen beide Ehepartner berufstätig sind, da sie „[…] als die stabilsten Elemente der lokalen Bevölkerung erschienen […]“ (KRAMER 2004, 135; Auslassungen: A. L.) und für die Instandhaltung der Häuser verantwortlich sein sollen. Damit die in etwa 50 Kinder aus den Familien, die noch zu klein für die Schule sind, nicht während der Arbeitszeit der Eltern unbeaufsichtigt in den Häusern herumlaufen, die neugestrichenen Wände beschmieren und alles zerstören, sollen diese in einer Art Schule im Haus untergebracht werden. Die erste dieser Einrichtungen soll im Januar 1907 eröffnet werden und erhält den Namen „‚*Casa dei Bambini*‘ (Kinderhaus)“ (MONTESSORI DEdK 2010, 44). MONTESSORI soll seine Leitung übernehmen. Von Beginn an ist sie überzeugt, damit etwas Herausragendes zu schaffen:

> „Die soziale und pädagogische Bedeutung einer solchen Einrichtung wurde mir in ihrem ganzen Umfang bewusst, und ich ließ mich nicht davon abbringen, dass sie einer triumphalen Zukunft entgegenging, was damals eine übertriebene Vision zu sein schien.“ (ebd.).

Dass man sich an MONTESSORI wendet, scheint nicht ungewöhnlich: sie ist Dozentin der Pädagogik und ein offizielles Mitglied des Italienischen Roten Kreuzes. Überrascht sind höchstens einige, dass sie diese Aufgabe persönlich übernimmt. Von der Wohnbaugesellschaft wird ihr jeglicher Freiraum zur Gestaltung zugestanden, während für die Einrichtung oder für Essen keinerlei Mittel zur Verfügung stehen (vgl. KRAMER 2004, 136). Bei ihren Freunden und Kollegen sowohl unter den Ärzten als auch unter den Universitätslehrern stößt sie mit der Bereitschaft, diese „unbedeutende Aufgabe“ (ebd.) – noch dazu in einem Elendsviertel – zu übernehmen, auf großes Unverständnis oder gar Unmut. Eine mögliche Erklärung, warum MONTESSORI diese Stelle annimmt, ist, dass sie die Wichtigkeit einer solchen Einrichtung erkennt, da sie aus eigenen Forschungen weiß,

> „[…] welche nachteiligen Auswirkungen das soziale Milieu auf die Erziehung und Bildung von Kindern haben konnte […]“ (LUDWIG 2009, 48; Auslassungen: A. L.).

MONTESSORI beschreibt die ersten Kinder, die ca. zwischen zweieinhalb und sieben Jahre alt sind, als „[…] schüchtern und unbeholfen, […] dumm und unzurechnungsfähig […]" (MONTESSORI DEdK 2010, 44; Auslassungen: A. L.) sowie voller Angst; sie antworten nicht auf Fragen und nehmen keine Geschenke an.

> „Sie waren wirklich wie eine Gruppe wilder Kinder. Gewiss, sie hatten nicht wie der Wilde aus dem Aveyron in einem Wald unter Tieren gelebt, aber in einem Wald verlorener Menschen […]“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Zunächst bringt MONTESSORI das Material von SÉGUIN in die Arbeit mit den Kindern ein, das sie bereits in ihrer Tätigkeit mit den Kindern mit Behinderungen weiterentwickelt hat. Außerdem bemüht sie sich um die Gestaltung des Raums und – im Laufe der Zeit – z. B. um die Möblierung, die den kindlichen Proportionen angepasst ist (vgl. HEBENSTREIT 1999, 34). Ansonsten ist sie bald nicht mehr ständig anwesend, sondern überträgt die Sorge und Aufsicht über die Kinder CANDIDA NUCCITELLI, der Tochter des Hausmeisters, einer einfachen Frau von etwa 40 Jahren, um sich selbst ihren anderen Pflichten – Lehre, Forschung und Praxis – zu widmen (vgl. KRAMER 2004, 137f.). Ein- bis zweimal in der Woche besucht sie das Kinderhaus und beobachtet die Kinder, der Helferin lässt sie sämtliche Freiheiten. Ihr Ziel ist, zu sehen, wie die Kleinen mit den Materialien arbeiten und deren Reaktionen mit denen der Kinder mit Behinderungen zu vergleichen (vgl. ESSER/ WILDE 2007, 22). Zahlreiche Entdeckungen faszinieren die Ärztin, z. B. dass die Kinder die von ihr entwickelten Materialien dem traditionellen Spielzeug vorziehen und mit großer Konzentration herangehen. Im Unterschied zu den Mädchen und Jungen mit Beeinträchtigungen wenden sich die Kinder hier eigenaktiv und selbständig den Dingen zu und müssen nicht immer wieder von der Erzieherin zu einer Tätigkeit motiviert werden (vgl. HEBENSTREIT 1999, 34). Später versucht MONTESSORI, die besonderen Bedingungen dieses ersten Kinderhauses genauer zu analysieren,

> „[…] denn der in jenen ersten Jahren mit diesen Kindern erzielte Erfolg einer erstaunlichen Verwandlung wurde nie wieder erreicht […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 47; Auslassungen: A. L.).

Ein Element ist die Tatsache, dass die Kinder und auch deren Familien ein bis dahin neues „[…] Gefühl von Frieden und Behagen, von Sauberkeit und Zusammengehörigkeit […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.) erleben. Eine weitere Gemeinsamkeit der Kinder stellt deren Ehrlichkeit und gleichzeitig ihre Armut dar. Weiterhin fehlen jegliche bildende Einflüsse von Seiten der Eltern und die Bedingungen sind für alle gleich. Die Frau, die die Kinder begleitet und beaufsichtigt, ist keine ausgebildete Lehrerin und daher keiner Behörde gegenüber verantwortlich oder irgendwelcher Kritik von außen unterworfen. Trotzdem – oder gerade deshalb – zeigt sich Unerwartetes, wie z. B. spontanes Lesen und Schreiben oder natürliche Disziplin, was schließlich in der ganzen Welt Interesse hervorruft (vgl. a.a.O., 48).

Langsam arbeitet MONTESSORI ihre Lehrmethode aus, passt Materialien immer wieder entsprechend ihrer Beobachtungen an und weist ihre – bald zwei – Kolleginnen an, die

Kinder in den Umgang mit den verschiedenen Dingen einzuführen. Ergänzt werden die Tätigkeiten der Kinder durch Gartenarbeit, Turnen, die Pflege von Tieren und Pflanzen und das gemeinsame Mittagessen. Auch ein Regelkatalog wird erstellt und im Kinderhaus ausgehängt. Dieser enthält u. a. einige Pflichten, die insbesondere die Eltern betreffen (vgl. KRAMER 2004, 146f.); interessant ist, dass diese *Hausordnung* in späteren Auflagen von MONTESSORIS erstem Werk fehlt (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 413f.). Denn noch heute nimmt die Montessori-Pädagogik darauf Bezug, wenn sie die Elternarbeit stark in den Vordergrund stellt oder einzelnen Kindern die Aufnahme in die Klasse einer Montessori-Schule nach der Probezeit verweigert. In den ersten Regeln heißt es zum Beispiel, dass die Eltern verpflichtet sind, die Kinder rechtzeitig, sauber und mit reiner Kleidung in die *Casa dei Bambini* zu schicken. Deutlich erkennt man hier die Ärztin, die bereits als Dozentin der Pädagogik und Hygiene tätig war. Ausdrücklich erwähnt ist auch „[…] die größte Achtung und jedes Entgegenkommen […]“ (KRAMER 2004, 146; Auslassungen: A. L.) gegenüber der Lehrerin, „[…] ebenso den andern dem Kinderheim beigegebenen Personen […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.) sowie die Verpflichtung, einmal in der Woche mit der Lehrerin zu sprechen, ihr das Nötigste über das Kind zu berichten und fördernden Rat von ihr entgegenzunehmen. Kinder, die ungewaschen kommen, sich als unverbesserlich erweisen oder deren Eltern es an nötigem Respekt fehlen lassen, können demzufolge vom Besuch des Kinderhauses ausgeschlossen werden. MONTESSORI selbst begegnet den Eltern wie den Kindern mit großer Achtung, wie es von ihrer Position her als Ärztin oder Pädagogin damals keineswegs üblich ist. Auch dass die Kinder dieses Problemviertels überhaupt eine Schule besuchen oder deren Eltern sich mit der Lehrkraft über die Erziehung der Kinder beraten, ist im Jahr 1907 völlig neu.

Viele heute selbstverständlich scheinende Ansichten formuliert MONTESSORI damals zum ersten Mal in dieser Deutlichkeit, z. B. folgende zum Thema Unabhängigkeit:

> „Wir halten die Kinder für leblose Puppen, wir waschen und füttern sie, wie sie es mit Puppen tun. Wir denken nie daran, dass ein Kind, das etwas *nicht tut*, dies auch nicht *tun kann*, es aber später tun muss, und von Natur aus über alle Mittel verfügt, es zu lernen: Unsere Pflicht ihm gegenüber besteht schließlich darin, *ihm behilflich zu sein*, sich eine nützliche Handlungsweise zu eigen zu machen.“ (MONTESSORI DEdK 2010, 71).

Abschließend stellt sie die etwas provokative Frage, wer wohl nicht verstehen sollte, dass es viel schwieriger sei und mehr Geduld erfordere, ein Kind zu lehren, wie man isst, sich wäscht und anzieht als es selbst zu füttern, zu waschen oder anzuziehen (vgl. ebd.).

Der bekannte und häufig zitierte Leitsatz der Pädagogik MONTESSORIS, der sich aus diesen Ausführungen ergibt und sie gleichzeitig zusammenfasst, lautet: Hilf mir, es selbst zu tun. Bei MONTESSORI selbst findet man: „’Hilf mir, mir selbst zu helfen!’“ (MONTESSORI DMdSch 1992b, 127) bzw.

> „Hilf mir, es allein zu tun.“ (MONTESSORI Ksa 2009, 274).

Gemeint ist damit, dass der Erwachsene dem Kind helfen muss, alles allein zu tun, was es allein tun kann (vgl. MONTESSORI PdM 2010, 8). Diesen Appell richtet MONTESSORI v. a. an die privilegierten Eltern, um deren Kinder vor Überbehütung und zu großer Abhängigkeit zu bewahren. So vergleicht sie einen Gelähmten mit einem hochgestellten Fürsten, die beide in gleichem Maße, wenn auch aus unterschiedlichen Gründen, eingeschränkt sind und z. B. nicht selbst ihre Schuhe ausziehen können (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 70).

Drei Monate nach Eröffnung des ersten Kinderhauses wird am 7. April 1907, wieder in San Lorenzo, eine zweite *Casa* begründet. Vieles läuft parallel oder ähnlich zu den ersten Erfahrungen: auch hier setzt MONTESSORI eine junge und nicht pädagogisch ausgebildete Frau ein; die Kinder, die zunächst ängstlich und zurückhaltend sind, zeigen von sich aus Interesse an den Materialien und gehen bald fleißig und selbständig damit um. Im zweiten Kinderhaus entsteht als neues Element die Entwicklung des Lesen- und Schreibenlernens (vgl. KRAMER 2004, 155). Dies ist nicht ursprünglich die Idee von MONTESSORI, sondern zunächst bitten die Kinder, später auch deren Mütter, es ihnen beizubringen. Als Begründung führen die Eltern an, dass das Lernen den Kindern im Kinderhaus so leicht falle, gleichzeitig fürchten sie größere Schwierigkeiten später in der Grundschule. MONTESSORI erinnert sich an ihre Erfahrungen mit den Kindern in der Klinik, die mit dreidimensionalen Buchstaben die Schriftsprache erworben haben. Sie will nun im Kinderhaus ähnliches versuchen. Entsprechend ihres Prinzips, die Kinder nicht mit mehreren Schwierigkeiten zugleich zu konfrontieren, trennt sie das Erlernen der Buchstaben von der Handhabung des Schreibgeräts und das wiederum vom Zusammensetzen der Buchstaben zu Wörtern. Die Stifthaltung üben die Kinder, indem sie Einsatzfiguren z. B. in Form eines Kreises oder Quadrats nachfahren und anschließend mit Buntstiften durch parallele Striche ausfüllen (vgl. MONTESSORI SchdK 1996, 81; MONTESSORI DEdK 2010, 245f.). Als nächstes führt MONTESSORI die Sandpapierbuchstaben ein,

> „[…] ein Material aus glatten Kartons, auf die Buchstaben aus Sandpapier geklebt sind, die in Schreibrichtung berührt werden […]“ (MONTESSORI DEdK 1994, 231; Auslassungen: A. L.).

Damit werden mehrere Sinne angesprochen: der Tastsinn wird geschult, der Buchstabe prägt sich optisch ein und der jeweilige Laut wird zusätzlich mitgesprochen. Begonnen wird bei den Vokalen, danach folgen die Konsonanten, die – wie auch heute im Erstleseunterricht die Regel – „[…] nach ihrem *Laut* und nicht nach ihrem Namen ausgesprochen werden […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 248; Auslassungen: A. L.). Das dritte Material ist das bewegliche Alphabet, d. h. die Buchstaben sind lose, nicht aufgeklebt und so lässt sich jeder einzelne gut handhaben. Damit können die Kinder Wörter zusammensetzen, ohne die (grapho-)motorische Anstrengung des Aufschreibens zu erleben, was vielen sehr schnell die Motivation nimmt. Nach vielerlei Übungen auf diesen drei beschriebenen Stufen – Einsatzfiguren, Sandpapierbuchstaben, bewegliches Alphabet – beobachtet MONTESSORI schließlich die „*Explosion des Schreibens*“ (a.a.O., 260):

> „Ich saß neben einem Kaminrohr und sagte zu einem Fünfjährigen neben mir, dem ich ein Stück Kreide anbot: ‚Zeichne diesen Kamin.’ Folgsam kauerte er nieder und zeichnete den Kamin auf den Boden, der gut zu erkennen war. […]
>
> Der Kleine sah mich an, lächelte, blieb einen Augenblick stehen […], dann rief er: ‚Ich schreibe, ich schreibe!’ und, auf den Boden gebeugt, schrieb er *mano* (Hand) und weiter, von Begeisterung gepackt: *camino* (Kamin), dann *tetto* (Dach). Während er dies tat, hörte er nicht auf zu rufen: ‚Ich schreibe! ich kann schreiben!’“ (a.a.O., 261; Auslassungen: A. L.)

Im Anschluss an das Schreiben lernen die Kinder lesen; MONTESSORI stellt – in Übereinstimmung z. B. zu JÜRGEN REICHEN (1939-2009), der das Konzept „Lesen durch Schreiben“ (REICHEN 2008) geprägt hat – fest, dass beide Vorgänge nicht zur gleichen Zeit stattfinden und das Schreiben dem Lesen vorausgeht (MONTESSORI DEdK 2010, 269).

Die Beschreibung des ersten Kinderhauses beinhaltet viele praktische Erfahrungen und Beobachtungen MONTESSORIS. Dennoch werden diese pädagogischen und didaktischen Entdeckungen nicht allein durch die Praxis möglich, sondern auch die „[…] langjährige *wissenschaftliche Schulung* […]“ (LUDWIG 2009, 52; Auslassungen: A. L.) trägt entscheidend dazu bei (vgl. ebd.; MONTESSORI EfenW 1998, 44).

3.1.5 Die Montessori-Bewegung

Nach den ersten Kinderhäusern entsteht im Herbst 1908 eines in Mailand, das von ANNA MACCHERONI geleitet wird, einer großen Anhängerin von MONTESSORI. Weitere Kinderhäuser werden in Rom eröffnet, im Januar 1909 wandelt man sämtliche Waisenhäuser und Kindergärten der italienischen Schweiz in *Case dei Bambini* um (vgl. KRAMER 2004, 166). Eine Neuerung betrifft die Herkunft der Kinder: diese sind nicht länger nur aus den ärmeren Vierteln, sondern zunehmend aus mittleren und wohlhabenden Schichten (vgl. ESSER/ WILDE 2007, 25).

In Città di Castello, einer kleinen Stadt in der Region Umbrien, hält MONTESSORI schließlich einen ersten Ausbildungskurs für etwa hundert Interessierte ab, die meisten sind Lehrerinnen. Da auch einige Kinder anwesend sind, kann die Pädagogin die Präsentation ihrer Ideen sehr anschaulich zeigen (vgl. KRAMER 2004, 167). Ebenfalls im Jahr 1909 schreibt sie – angeregt durch Teilnehmer des ersten Kurses – ihr erstes pädagogisches Buch mit dem Titel *Il Metodo della Pedagogia Scientifica applicato all' educazione infantile nelle Case dei Bambini* (Die Methode der wissenschaftlichen Pädagogik, angewandt auf die Kindererziehung in den Kinderhäusern), das in vielen Sprachen übersetzt wird und besonders in den USA sehr wohlwollend aufgenommen wird (vgl. WALDSCHMIDT 2006, 26). Im gleichen Jahr wird zunächst „das Experiment in San Lorenzo“ (SCHWEGMANN 2000, 134) in einer amerikanischen Fachzeitschrift beschrieben, bevor eine Serie von Artikeln in der Monatszeitung „*The Kindergarten Primary Magazine*“ (KRAMER, 2004, 183) herauskommt. Vier Jahre später erscheint MONTESSORIS Buch in der deutschen Übersetzung „Selbsttätige Erziehung im frühen Kindesalter“ (MONTESSORI 1913), das man heute unter dem Titel „Die Entdeckung des Kindes“ (MONTESSORI 2010) findet (vgl. HEBENSTREIT 1999, 39; KRAMER 2004, 168). Dargestellt werden die ersten Erfahrungen in den Kinderhäusern, die Materialien und die Rolle der Erzieherin. Mit diesem Buch erlangt MARIA MONTESSORI neue Berühmtheit als Pädagogin, und viele

> „[…] engagieren sich in Vereinen, die die Gründung neuer Kinderhäuser und die Verbreitung der Ideen Montessoris zum Ziel haben, andere bemühen sich um Hospitationen in einem der Kinderhäuser Roms und melden sich zu einem der von Montessori veranstalteten Ausbildungskurse an.“ (HEBENSTREIT 1999, 40; Auslassung: A. L.).

Mit der Vielzahl an Neugründungen wird für MONTESSORI eine Entscheidung notwendig, nämlich ob sie weiterhin im Zentrum der sich abzeichnenden pädagogischen Bewegung stehen will oder eine Verselbständigung der Kinderhäuser zulässt. Sie beschließt, ihre Tätigkeiten, also die Lehre an der Universität und in der Lehrerinnenausbildungsstätte sowie ihre Praxis, aufzugeben, um sich ausschließlich ihrem Erziehungskonzept und der Verbreitung ihrer Ideen zu widmen (vgl. a.a.O., 39; WALDSCHMIDT 2006, 27). Privat fällt das in die Zeit, in der ihre Mutter stirbt und sie ihren Sohn zu sich nimmt, was ein größeres Maß an Verantwortung und Eigenständigkeit erfordert (vgl. HEBENSTREIT 1999, 39). Durch die Aufgabe ihres Beamtenverhältnisses wagt sie auch beruflich den Schritt in die Selbständigkeit, was – insbesondere zu damaliger Zeit – ein gewisses Risiko darstellt.

Mit der ersten Schule in San Lorenzo hat MONTESSORI kaum mehr zu tun und zwar, weil den Zuständigen dort der Medienrummel um die Pädagogin missfällt, durch den das Städtebauprojekt an sich zu wenig Beachtung erfährt (vgl. a.a.O., 36; KRAMER 2004, 177f.). Dafür wird das neue Kinderhaus, dessen Leitung ANNA MACCHERONI innehat, zur Demonstrationsschule für die internationalen Kurse, die MONTESSORI 1913 und 1914 abhält (vgl. ebd.). Bald erscheinen in den Kinderhäusern Roms

> „[…] Besucher aus der ganzen Welt, ebenso, wie sie hundert Jahre zuvor nach Yverdon in die Schule Pestalozzis gekommen waren […]“ (a.a.O., 180; Auslassungen: A. L.).

SCHWEGMANN ergänzt, dass viele nicht nur von MONTESSORIS Methode an sich, sondern – trotz der unterschiedlichen Sprachen – von der Pädagogin selbst beeindruckt sind (vgl. SCHWEGMANN 2002, 134). Neben dem internationalen Interesse ist zu erwähnen, dass die Montessori-Bewegung „[…] Menschen mit sehr unterschiedlichen politischen und religiösen Vorstellungen in ihren Bann […]“ zieht (HEBENSTREIT 1999, 40; Auslassungen: A. L.), Menschen verschiedenster Weltanschauung, die sich von ihrer Sache begeistern lassen.

> „Ihre Sache, das ist die Sache der Kinder, das Einklagen ihrer Rechte in einer Welt, in der nur Erwachsene zählen.“ (a.a.O., 40f.).

Der Versuch MONTESSORIS, bezüglich der Verbreitung ihrer Pädagogik immer alle Fäden in der Hand zu behalten, wird nicht überall begrüßt und führt z. B. in den USA bereits sehr früh zu Konflikten. Wie SCHWEGMANN berichtet, erscheint 1912 ein Buch von DOROTHY CANFIELD FISHER, die das Kinderhaus in Rom besuchte und ihre Erfahrungen nun einem breiten Publikum zugänglich machen will. Ihr Buch, das in vielerlei Übersetzungen erscheint, macht MONTESSORIS Idee publik, doch die Pädagogin hat Sorge, „[…] dass man ihrem Thema Gewalt antun würde […]“ (SCHWEGMANN 2002, 191; Auslassungen: A. L.), da es sich trotz der positiven Darstellung um eine Interpretation ihrer Idee handelt. Dennoch verlässt sie sich, insbesondere in Amerika, darauf, dass die Übersetzer ihre Gedanken unverfälscht wiedergeben, denn obwohl sie Französisch und Spanisch gelernt hat, versteht sie die englische Sprache zwar immer besser, spricht sie aktiv aber nicht bei ihren Auftritten (vgl. a.a.O, 197f.).

Im nun folgenden Lebensabschnitt ergeben sich für MONTESSORI zahlreiche Umzüge und Reisen. Ihre Eltern sind beide gestorben und ihre Pädagogik hat sich bereits international ausgebreitet, so zieht sie 1916 zunächst nach Spanien. Von ihrem Wohnsitz in Barcelona aus reist sie in die ganze Welt, besucht u. a. England, Holland, die USA, Frankreich, Deutschland, Österreich, Südamerika oder Dänemark (vgl. HEBENSTREIT 1999, 43). Teilweise hält sie dort auch Vorträge und internationale Ausbildungskurse, „[…] wobei Inhalte und Durchführung derartiger Lehrgänge ausschließlich ihr selbst obliegen.“ (HEDDERICH 2005, 16; Auslassung: A. L.).

Die Ausbildung gliedert sich, wie es im Wesentlichen auch heute der Fall ist, in Kurse, Vorträge, Materialübungen sowie Hospitationen und wird mit einem Diplom abgeschlossen. Neben der strikten Organisation der Kurse soll 1929 auch die Gründung der *Association Montessori Internationale (AMI)* – die Vereinigung der nationalen Montessori-Vereine zu einer internationalen Institution – der Gefahr entgegenwirken, dass sich Einrichtungen unberechtigterweise nach MONTESSORI benennen oder die Pädagogik dort nicht in ihrem Sinn ausgeübt wird (vgl. HEBENSTREIT 1999, 44).

Welche Rolle der Faschismus im Zusammenhang mit der Pädagogik MONTESSORIS gespielt hat, soll im kommenden Abschnitt dargestellt werden. Nicht in allen Biographien wird dabei die wohl auch aktive Bemühung MONTESSORIS erwähnt, die Gunst des faschistischen Regimes und genauer MUSSOLINIS (1883-1945) gewinnen zu wollen. Betont werden hingegen oft die Distanzierung MONTESSORIS von den Nationalsozialisten (vgl. HEBENSTREIT 1999, 45f.; WALDSCHMIDT 2006, 29), die Schließung der Montessori-Einrichtungen (vgl. HEILAND 2010, 79) sowie die Verbrennung ihrer Bücher zur Zeit des Faschismus (vgl. HEDDERICH 2005, 16). In einer kurzen englischsprachigen Biographie findet zu diesem Thema ausschließlich MONTESSORIS antifaschistische Einstellung Erwähnung:

> „She was politically active and her expression of antifascist views forced her into exile during the Second World War.“ (NUTBROWN/ CLOUGH/ SELBIE 2008, 49).

Die Rede ist teilweise von einem unrühmlichen Kapitel, wobei man aber zwischen der damaligen und unserer heutigen Perspektive unterscheiden müsse (vgl. HEBENSTREIT 1999, 45). Ausführlicher hat sich LEENDERS damit befasst, und die Ergebnisse ihrer Untersuchung

> „[…] stehen dabei vollkommen quer zu der allgemeinen Auffassung, die Montessori-Pädagogik stehe eher in Opposition zum Faschismus als dass sie direkt mit ihm verbunden sei." (LEENDERS 2001, 18; Auslassung: A. L.).

SCHWEGMANN beschreibt, wie sich MUSSOLINI als „[…] mächtiger Beschützer Maria und ihrer Methode angedient […]" (SCHWEGMANN 2002, 239; Auslassungen: A. L.) habe. Nach ihrer ersten Begegnung viele Jahre zuvor – 1908 – habe sich viel verändert, MUSSOLINIS faschistische Diktatur nimmt inzwischen konkrete Formen an, die Pressefreiheit ist 1925 bereits aufgehoben, und der Unterricht rückt ins Zentrum seiner Überlegung. Darüber lasse sich die Jugend gut beeinflussen, um den faschistischen Menschen zu schaffen (vgl. ebd.). MUSSOLINI erkennt die Effizienz der Pädagogik MONTESSORIS, wenn bereits drei- oder vierjährige Kinder lesen, schreiben und rechnen lernen (vgl. HEBENSTREIT 1999, 46; KRAMER 2004, 338f.). MONTESSORI wiederum

> „[…] erhofft sich von der staatlichen Begünstigung die Möglichkeit, in ihrem Heimatland ihre Pädagogik flächendeckend einführen zu können." (HEBENSTREIT 1999, 46; Auslassung: A. L.).

Während man MONTESSORIS Einstellung vereinfacht nur als „hoffnungslos naiv" (KRAMER 2004, 337) bezeichnen kann, betont LEENDERS u. a. den Zeitpunkt, als MONTESSORI versucht, ihr Konzept an die faschistische Pädagogik anzugliedern. Sie tut das nämlich erst dann, „[…] als das faschistische Regime seine Macht konsolidiert hat […]" (LEENDERS 2001, 49; Auslassungen: A. L.). Auch FUCHS unterstreicht die „[…] intensiven Bemühungen Montessoris um die persönliche Gunst MUSSOLINIS und des faschistischen Regimes […]" (FUCHS 2003, 156; Auslassungen: A. L.), in dessen Folge die Pädagogik MONTESSORIS offiziell in den Schulen Italiens eingeführt wird. In einem mehr als fünfzig Seiten langen Aufsatz macht sich BAUMANN daran, die Schrift LEENDERS zu widerlegen und führt wiederum zahlreiche ergänzende Quellen an (vgl. BAUMANN 2005, 122ff.). Er schließt mit den Worten:

> „Ich hoffe, dass das von mir in dieser Arbeit zusammengestellte historische Material dazu beitragen wird, die äusserst [sic!] vielfältigen und komplexen Zusammenhänge der damaligen Zeit heute besser zu verstehen." (a.a.O, 176; Einfügung: A. L.).

Insgesamt lässt sich die Behauptung, MONTESSORI hätte sich von Anfang an vom Faschismus distanziert, schwer aufrechterhalten; es bestünden sogar „auffallende Übereinstimmungen“ (SCHWEGMANN 2002, 242) zwischen MONTESSORI und MUSSOLINI. Beide werden beschrieben als „[…] ebenso charmante wie autoritäre Einzelgänger, die nicht zu Kompromissen bereit waren.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Was genau der Anlass ist, dass sich MONTESSORI endgültig vom Faschismus abwendet, ist nicht ganz klar. SCHWEGMANN nennt dafür einen Konflikt zwischen ihrem Sohn und dem italienischen Konsulat 1934 (vgl. a.a.O., 245), HEBENSTREIT gibt an, dass der Bruch erst spät erfolgt, als

> „[…] alle Kinder die Kluft der faschistischen Jugendorganisation tragen müssen und als der faschistische Morgengruß Pflicht wird […]“ (HEBENSTREIT 1999, 46; Auslassungen: A. L.).

Sie sieht die Bestätigung, dass die Pädagogik MONTESSORIS und die Erziehungsideologie des Faschismus nicht zusammenpassen auch darin, dass dies in Deutschland schon viel früher erkannt wird. Dort werden bereits bald nach 1933 alle Montessori-Einrichtungen geschlossen, die Bücher und das Bild Montessoris werden öffentlich verbrannt (vgl. ebd.).

3.1.6 Lebensabend

Auch ihre letzten Lebensjahre verbringt MONTESSORI nicht an einem Ort. 1936 ist sie wegen Ausbruch des Spanischen Bürgerkrieges gezwungen, Barcelona zu verlassen (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 224; HEBENSTREIT 1999, 47) und hält zunächst einen Ausbildungskurs in England ab (vgl. ebd.). Schließlich findet sie eine neue Heimat in den Niederlanden, bevor sie die Jahre 1939 bis 1946 in Indien verbringt (vgl. ebd.; HEILAND 2010, 101). In Indien widmet sie sich insbesondere der Erziehungstheorie und Entwicklung der Kinder im Alter bis zu drei Jahren. Ihre Vorstellungen finden sich in ihrem letzten großen Werk unter der Überschrift *Der absorbierende Geist* (vgl. Untertitel in: MONTESSORI DkK 2007) bzw. „*The Absorbent Mind*“ (HEILAND 2010, 111f.). Es handelt sich jedoch nicht um ein Buch, dass MONTESSORI in einem Stück niederschreibt, sondern „[…] um Nachschriften von Vorträgen, die dann überarbeitet wurden.“ (a.a.O., 112; Auslassung: A. L.). Die erste Fassung erscheint 1949, danach wird das Werk von MONTESSORI selbst 1952 überarbeitet und erweitert (vgl. ebd.). Nach dem Krieg kehrt sie nach Europa zurück, reist mit ihrem Sohn ein weiteres Mal nach Indien und lässt sich 1949 in den Niederlanden nieder (vgl. O' DONNELL 2008, 33).

> „Holland ist eines der europäischen Länder, das der Montessori-Pädagogik schon immer besonders offen gegenübergetreten ist, und noch heute findet sich hier eine ausgesprochen lebendige Montessori-Bewegung." (HEBENSTREIT 1999, 47).

Trotz ihres hohen Alters reist MONTESSORI noch einige Male durch Europa. Mit ihrem Sohn unternimmt sie u. a. eine Vortragsreise durch die skandinavischen Länder (vgl. KRAMER 2004, 427), 1951 findet in London der internationale Montessori-Kongress statt, der letzte, an dem sie persönlich teilnimmt (vgl. HEBENSTREIT 1999, 50). Am 6. Mai 1952 – beim Datum „6. März 1952" (a.a.O., 51) muss es sich bei HEBENSTREIT um einen Fehler handeln – stirbt MONTESSORI in Nordwijk am Zee (vgl. HEILAND 2010, 127f.; 135; KRAMER 2004, 435; STANDING 1998, 72; WALDSCHMIDT 2003, 31). Am selben Tag hat sie noch überlegt, einem Ruf nach Ghana zu folgen, wo dringend Schulen benötigt werden (vgl. HEBENSTREIT 1999, 51; HEILAND 2010, 127f.; KRAMER 2004, 435), was ihren Einsatz für die Pädagogik bis zum Lebensende unterstreicht.

3.2 Die Pädagogik MARIA MONTESSORIS

Im vorherigen Kapitel wurde die Biographie MONTESSORIS dargestellt, ihre Pädagogik konnte dabei nicht völlig unberücksichtigt bleiben, da diese sehr eng in Zusammenhang mit ihrem Lebensweg steht. Nun soll im Folgenden detaillierter auf die Pädagogik MONTESSORIS und deren Kernelemente eingegangen werden, gegliedert nach anthropologischen, pädagogischen und methodisch-didaktischen Grundannahmen. BÖHM unterstreicht diese Schwerpunktsetzung auf das Werk der Pädagogin, weil er konstatiert:

> „Die Person bzw. ihr Name ist in aller Munde; um die genaue Kenntnis ihrer pädagogischen Lehre ist es dagegen weniger gut bestellt" (BÖHM 2004b, 11).

In seinem aktuellen Buch unterscheidet BÖHM zwischen der Montessori-Pädagogik bzw. Montessori-Methode und der Pädagogik MONTESSORIS (vgl. BÖHM 2010, 11). Mit der Montessori-Methode ist die praktische Erziehungslehre gemeint, „[…] die sich in einer lehr- und lernbaren Erziehungsmethode […] verfestigt hat […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.). Die Pädagogik MARIA MONTESSORIS hingegen beschäftigt sich mit „[…] dem pädagogischen Denken und der pädagogischen Theorie Maria Montessoris […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Gleichzeitig ist diese Theorie Gegenstand der wissenschaftlichen Forschung und Kritik (vgl. ebd.). Auch HOLTSTIEGE weist auf diese Schwierigkeit hin:

> „Das Grundproblem der Praxis scheint darin zu bestehen, nicht in eine Ideologie zu geraten. […] Ideologisierung würde eine Situation schaffen, die diametral der Grundauffassung Montessoris gegenübersteht […]“ (HOLTSTIEGE 2009, 11; Auslassungen: A. L.).

MONTESSORI hätte eine durchdachte Anwendung der Grundlagen ihrer Methode gefordert. Diese überlegte Anwendung aber setzt „[…] die Reflexion der Praxis in Konfrontation mit der Theorie […]“ (a.a.O., 11f.; Auslassungen: A. L.) voraus.

Im Rahmen dieser gesamten wissenschaftlichen Arbeit sowie innerhalb dieses Kapitels wird entsprechend zu BÖHMS Ausführungen die Pädagogik MONTESSORIS behandelt. Dazu gehören zunächst anthropologische Grundaussagen, schließlich auch entwicklungspsychologische, pädagogische und methodisch-didaktische Annahmen. Im Anschluss daran wird ausgewähltes Material von MONTESSORI vorgestellt. Ebenso werden dessen charakteristische Merkmale wie Ästhetik, Wiederholbarkeit oder die Isolierung einer einzelnen Eigenschaft näher beschrieben.

3.2.1 Anthropologische Grundannahmen

In einem ersten Abschnitt geht es um die anthropologischen Grundannahmen und das Menschenbild bei MONTESSORI. Nach der Darstellung der einzelnen Aspekte in der Primärliteratur MONTESSORIS wird anschließend ausgeführt, wie diese Gedanken heute zu sehen sind. Als Grundlage dient dazu in erster Linie die Publikation von HILDEGARD HOLTSTIEGE (1999). Auch in der aktuellen Auflage des Werks „Modell Montessori“ (2009) fasst dieselbe Autorin Wesentliches zum Menschenbild MONTESSORIS zusammen (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 207-222).

Bei der Darstellung des anthropologischen Ansatzes bei MONTESSORI stößt man auf die Schwierigkeit, dass sich die entsprechenden Aussagen dazu in vielen unterschiedlichen Werken finden. OSWALD, der 1970 eine kleine Monographie zur Anthropologie MONTESSORIS veröffentlicht (vgl. OSWALD 1970), merkt beispielsweise an, dass

> „[…] Montessori ihr Menschenbild nicht in geschlossener Form und ausdrücklich dargestellt hat, sondern daß es ihrem Werk implizit zugrundeliegt [sic!] und nur hier und da in verstreuten Äußerungen und Andeutungen aufleuchtet." (a.a.O., 35f.; Auslassung u. Einfügung: A. L.).

Außerdem werden innerhalb von MONTESSORIS Aussagen zur Anthropologie jeweils verschiedene Ebenen angesprochen: so zeigen sich sowohl theologische als auch philosophische und biologische Aspekte. Diverse Autoren weisen auf diese Problematik hin (vgl. WALDSCHMIDT 2006, 37; HEDDERICH 2005, 24; HOLTSTIEGE 2009, 10f.). Zwar hat MONTESSORI 1910 ein eigenes Werk zur Anthropologie herausgegeben (vgl. WALDSCHMIDT 2006, 37), das liegt jedoch bisher nicht in deutscher Übersetzung vor (vgl. a.a.O., 99).

Trotz dieser Schwierigkeit betont auch BÖHM die Wichtigkeit der anthropologischen Ausführungen bei MONTESSORI, da sich eine Theorie der Erziehung nicht in einer Methode erschöpfen dürfe (vgl. BÖHM 2010, 16).

> „Wer sich die Zeit nimmt, die Publikationen Maria Montessoris sorgfältig durchzublättern, der wird fast auf jeder ihrer Seiten bestätigt finden, dass sie mehr über das Kind und über die Ziele der Erziehung sagt als über das *Wie* des Weges, also über die Methode." (ebd.).

Aufbauend u. a. auf OSWALDS Vorarbeiten erstellt HOLTSTIEGE ein Werk zum Menschenbild bei MARIA MONTESSORI (vgl. HOLTSTIEGE 1999). Sie gliedert darin die anthropologischen Grundpositionen MONTESSORIS in folgende Aussagen über den Menschen:

- der Mensch als Lebewesen,
- der Mensch als Person und
- der Mensch in der Schöpfung (vgl. a.a.O., 7ff.).

Diese Struktur wird im Folgenden in dieser Arbeit übernommen. Zunächst sollen die verschiedenen Aspekte des Menschenbilds dargestellt werden, wie man sie in den Texten bei MONTESSORI selbst findet. Im Anschluss finden sich aktuelle Aussagen dazu.

3.2.1.1 Der Mensch als Lebewesen

– Der Mensch als Lebewesen bei MONTESSORI

Bei der Betrachtung des Menschen als Lebewesen fordert MONTESSORI, dass das Studium des Lebens bei seinen Ursprüngen beginnen müsse (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 30). Sie spricht vom Leben als „schöpferische menschliche Kraft“ (a.a.O., 52). Durch Beobachtungen lasse sich feststellen,

> „[…] daß das Kleinkind mit einer ihm eigenen, besonderen psychischen Natur ausgestattet ist, was uns dazu zwingt, eine neue Form in der Erziehung zu finden, die das Menschsein selbst betrifft und die noch nie in Erwägung gezogen wurde. Die wahre lebendige und dynamische schöpferische Kraft der Kinder blieb über Jahrtausende unbekannt.“ (a.a.O., 2f.; Auslassung: A. L.).

Während MONTESSORI im Zusammenhang mit der Geburt zunächst Parallelen zwischen Tier und Mensch zieht (vgl. a.a.O., 64f.), betont sie letztlich die Besonderheit des Menschen: Die erste Aufgabe der frühen Kindheit – bei Tieren und bei Menschen – ist es, sich anzupassen. Das Tierjunge ist allerdings von Geburt an mit allem ausgestattet, was beispielsweise die Art der Bewegungen, die Geschicklichkeit oder die Nahrungswahl betrifft.

> „Der Mensch hingegen hat alles in seinem Leben ausbilden müssen: Das Kind muß sich die Eigenschaften seiner sozialen Gruppe einprägen, indem es sie nach der Geburt aus der Umwelt absorbiert.“ (a.a.O., 65).

Eine weitere Besonderheit, die den Menschen ausmacht, ist die Phase nach der Geburt, „[…] eine embryologisch aufbauende Lebensperiode, die das Kind einen geistigen Embryo sein läßt.“ (a.a.O., 55; Auslassung: A. L.). Im Unterschied zum Tier ist der Mensch in den ersten Monaten nach der Geburt nicht selbständig, sondern in viel größerem Maße auf die Hilfe seiner Mutter angewiesen. MONTESSORI spricht in diesem Zusammenhang davon, dass der Mensch ein doppeltes embryonales Leben habe, „[…] und den anderen Lebewesen gegenüber eine *neue Bestimmung*.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). An diesem Punkt will MONTESSORI weiter ansetzen und das Studium der gesamten psychischen Entwicklung des Menschen beginnen (vgl. ebd.). Sie folgert aus der neuen Bestimmung des Menschen:

> „Wenn das Werk des Menschen auf dieser Erde mit seinem Geist, seiner schöpferischen Intelligenz verbunden ist, müssen Geist und Intelligenz den Mittelpunkt der individuellen Existenz und aller Funktionen des Körpers bilden.“ (ebd.).

Entsprechend unterscheidet MONTESSORI auch unterschiedliche Ebenen menschlichen Lebens, nämlich das körperlich-leibliche, das geistig-intellektuelle und das geistliche oder spirituelle Leben. Dass sie der körperlichen Ebene nicht die größte Bedeutung beimisst, lässt sich an Aussagen wie dieser erkennen:

> „Wir bilden uns ein, den Kindern *alles* zu geben, wenn wir ihnen Luft und Nahrung geben, ⟨in Wirklichkeit geben wir ihnen nicht einmal dies.⟩ [sic!] Nahrung und Luft reichen für den menschlichen Körper nicht aus; alle physiologischen Funktionen unterliegen einem höheren Wohlsein […]. Der Körper des Kindes lebt auch durch die Freude der Seele.“ (MONTESSORI SchdK 1996, 32; Einfügung u. Auslassung: A. L.).

An anderer Stelle heißt es ganz deutlich, dass beim Menschen das Leben des Leibes vom Leben des Geistes abhängt (vgl. a.a.O., 33). Zur Ebene des spirituellen Lebens, wo auch eine religiöse Dimension hervortritt, sagt MONTESSORI, dass wir etwas Verletzlicheres hätten als den Körper, ein zerbrechlicheres Leben als das leibliche (vgl. a.a.O., 323). Der Mensch könne zu seinen eigenen Kräften weitere hinzufügen, die ihn zum „übernatürlichen Leben“ (a.a.O., 324) treiben.

> „Dies ist ein *Traum* für den, der keinen Glauben besitzt, aber die realisierbare Mitte, das Ziel des Lebens für den, der glaubt.“ (ebd..).

Zusammenfassend macht den Menschen als Lebewesen Folgendes aus: bestimmt wird er durch eine schöpferische Kraft, er verfügt über Geist und Intelligenz und ist darin auch dem Tier überlegen. Außerdem gibt es neben der körperlichen eine geistige und eine spirituelle Ebene.

– Aktuelle Bezüge zum Menschen als Lebewesen

Wird der Mensch als Lebewesen betrachtet, so sind sowohl das Leben als auch das Verhalten zentrale Komponenten (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 208). HOLTSTIEGE hebt dabei die besondere Funktion des Menschen hervor, die in der Schaffung von Kultur bestehe (vgl. ebd.). Des Weiteren betont sie die Sonderstellung des Menschen, der über die Freiheit zum Handeln verfügt. Aufgrund seines Geistes und seiner Intelligenz kann der Mensch urteilen und Entscheidungen fällen (vgl. ebd.). Im Unterschied zum Tier zeichnet sich der Mensch außerdem aus durch sein doppeltes embryonales Leben. So dient die lange Kindheit dazu, die Sprache, den aufrechten Gang oder technisches Denken zu lernen (vgl. a.a.O., 209).

3.2.1.2 Der Mensch als Person

HOLTSTIEGE weist darauf hin, dass MONTESSORI die Begriffe Person, Personalität und Persönlichkeit synonym verwendet. Die Bezeichnung der Persönlichkeit wird allerdings teilweise erweitert zur psychischen oder moralischen Persönlichkeit (vgl. HOLTSTIEGE 1999, 128).

– Der Mensch als Person bei MONTESSORI

Der Mensch als Person ist ein zweiter Aspekt, der in MONTESSORIS Menschenbild eine Rolle spielt. Unabhängig vom jeweiligen Kulturkreis geht MONTESSORI in jedem Fall davon aus, dass menschliche Personalität jedem menschlichen Sein zu eigen ist (vgl. MONTESSORI ÜdBdM 1966, 16).

> „Die Persönlichkeit ist eine, und sie ist unteilbar, und alle geistigen Anlagen hängen von einem Zentrum ab." (MONTESSORI KE 2005, 45).

Die Entfaltung der Persönlichkeit ist laut MONTESSORI eine Aufgabe, die bereits nach der Geburt des Kindes beginnt.

> „Mit drei Jahren hat das Kind bereits die Grundlagen zu seiner menschlichen Personalität gelegt […]. Die Errungenschaften, die es gemacht hat, sind so bedeutend, daß ein Kind, das mit drei Jahren in die Schule kommt […], bereits ein Mensch ist durch eben diese Eroberungen." (MONTESSORI DkK 2007, 4f.; Auslassungen: A. L.).

In den ersten Lebensjahren, wo keiner das Kind unterrichten kann (vgl. a.a.O., 4), vollbringt das Kind seine Aufbauarbeit, unterstützt durch eine psychische Kraft. MONTESSORI schreibt, dass alles, was uns ausmacht, von dem Kind „erbaut" (ebd.) wurde, das wir selbst bis zum Altern von zwei Jahren waren. Damit betont sie die Bedeutung des inneren Lehrmeisters, durch den sich das Kind entwickelt (vgl. ebd.),

> „[…], bevor die menschliche Intelligenz mit dem Geist des Kindes in Berührung kommt und ihn beeinflussen kann." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Die Persönlichkeit des Menschen zeigt sich also bereits in frühester Kindheit – unbeeinflusst durch den Erwachsenen. Andererseits betont MONTESSORI die Verantwortung des Erwachsenen, die Persönlichkeit des Kindes in Hinblick auf die soziale Gemeinschaft zu prägen:

> „Die Persönlichkeit des Menschen bildet sich aufgrund ständiger Erfahrungen. Es ist unsere Aufgabe, der Kindheit und der heranwachsenden Jugend eine Um-

> gebung, eine Welt, vorzubereiten, die diese formativen Erfahrungen ermöglichen. […]; der Mensch muß dazu angeleitet werden, sich in erster Linie seiner Verantwortung gegenüber der sozialen Organisation der Menschen bewußt zu werden; […]“ (MONTESSORI DMdSch 1992b, 52f.; Auslassungen: A. L.).

Wie bereits bei der Betrachtung des Menschen als Lebewesen wird auch beim personalen Aspekt die Relevanz der frühen Lebensphase des Kindes deutlich.

– Aktuelle Bezüge zum Menschen als Person

Mit der Begrifflichkeit von Person und Personalität aus philosophischer Perspektive setzt sich AUSBORN-BRINKER umfassend auseinander (vgl. AUSBORN-BRINKER 1999). Sie beschreibt, dass der Personbegriff zwar relevant ist in Bezug auf vielfältige Fragestellungen, jedoch „[…] ein integrativer und inhaltlich fundierter Begriff der Person nicht zu finden […]“ (a.a.O., 2; Auslassungen: A. L.) sei. Verschiedene Wissenschaften wie die Philosophie, die Psychologie oder Rechtsphilosophie befassen sich mit jeweils bestimmten Aspekten zu Person und Personalität, um andere wiederum außer Acht zu lassen. Dabei laufen verschiedene Diskussionen nebeneinander, ohne andere einzubeziehen oder die unterschiedlichen Positionen zu verbinden (vgl. ebd.). Letztlich bewegt sich der Personalitätsbegriff im Spannungsfeld zwischen zwei Bedeutungskontexten: auf der einen Seite wird der Begriff mit Kompetenzen des Bewusstseins, Selbstbewusstseins und der Rationalität in Verbindung gebracht. Auf der anderen Seite bezieht sich die Bezeichnung auf das Individuum im sozialen Raum (vgl. a.a.O., 15). Ebenso beschreibt HOLTSTIEGE einerseits Geist und Intelligenz als das personale Zentrum (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 209), andererseits spricht sie davon, dass volle Personalität erreicht wird, wenn Individualität und Sozialität erfolgreich integriert werden können (a.a.O., 210).

3.2.1.3 Der Mensch als Geschöpf

Die dritte Komponente, die im Menschenbild MONTESSORIS in Erscheinung tritt, ist der Mensch als Geschöpf. Auch dazu findet man zahlreiche Aussagen in verschiedenen Werken MONTESSORIS. Im Anschluss daran erfolgt ein Abschnitt aus aktueller Literatur dazu, der sich v. a. auf HOLTSTIEGE (2009) bezieht.

– Der Mensch als Geschöpf bei MONTESSORI

> „Wenn Gott die Wesen intelligent bewegt, gibt Er dem Menschen Intelligenz selbst. Wenn es eine göttliche Kommunikation zwischen allen erschaffenen Wesen gibt, gibt es hier eine unmittelbarere. (Der menschliche Instinkt kann mit dem Göttlichen kommunizieren. […])" (MONTESSORI KE 2005, 17; Auslassung: A. L.).

Das Denken Gottes könne man sich dabei so vorstellen, dass die gesamte Schöpfung dem göttlichen Denken entspricht und sich selbst realisieren könne (vgl. MONTESSORI SchdK 1996, 223f.). Sobald Gott denkt, würde Entsprechendes geschehen: das Licht, die Ordnung der Schöpfung, die Lebewesen (vgl. ebd.). Der Mensch ist dabei auf der einen Seite Teil dieser Schöpfung, auf der anderen Seite besitzt der moderne Mensch mit den Mitteln der Wissenschaften selbst eine Art dieser Schöpfungskraft (vgl. a.a.O., 224):

> „So sagte die menschliche Intelligenz: ‚Es sei Licht', und es ward ein strahlendes, zauberhaftes Licht, das auf einen Fingerdruck hin kommt und geht. ‚Es fliege der Mensch in der Luft und erhebe sich über alle geschaffenen Vögel', und so geschah es." (ebd.; Auslassung: A. L.).

MONTESSORI stellt also heraus, dass der Mensch als Bild Gottes geschaffen ist, aber auch Anteil am Schöpfergeist Gottes hat (vgl. ebd.). Zusammenfassend beschreibt MONTESSORI zwei Ziele des Menschen, nämlich ein bewusstes und ein unbewusstes (vgl. MONTESSORI KE 2005, 68). Der Mensch ist sich sowohl seiner eigenen Bedürfnisse als auch der Anforderungen aus der Gesellschaft und Kultur bewusst. Während er jedoch für sich, seine Familie oder sein Volk kämpft, muss er

> „[…] noch zu dem Bewußtsein seiner weit größeren Verantwortung für eine kosmische Aufgabe gelangen: zu seinem Zusammenwirken mit anderen bei der Arbeit für seine Umwelt, für das ganze Universum, das wahrlich, wie die Bibel sagt, ‚unaufhörlich seufzt und in Wehen liegt' auf dem Weg zur Vollendung der Schöpfung." (MONTESSORI KE 2005, 68; Auslassung: A. L.).

– Aktuelle Bezüge zum Menschen als Geschöpf

HOLTSTIEGE zeigt auf, dass das „[…] bibeltheologische Verständnis des Menschen in Montessoris Aussagen […]" (HOLTSTIEGE 1999, 188) eine Nähe zu Ansätzen theologischer Anthropologie aufweist. Dazu bezieht sie sich v. a. auf den Theologen KARL RAHNER (1904-1984) (vgl. a.a.O., 188ff.). Abschließend stellt sie in einem direkten Vergleich Annahmen MONTESSORIS und der theologischen Anthropologie einander gegenüber und betont zahlreiche Übereinstimmungen (vgl. a.a.O., 210ff.). Ergänzend stellt BÖHM fest, dass dieses religiöse Moment von Anfang an in MONTESSORIS pädagogischem Denken sichtbar wird (vgl. BÖHM 1991, 130). Generell will sich die Pädagogik MONTESSORIS jedoch nicht auf eine bestimmte Konfession beschränkt sehen, womit aber auch nicht bestritten werden soll, dass sie sich sehr gut in einer betont katholischen Schule umsetzen lässt (vgl. a.a.O., 136).

3.2.1.4 Zusammenfassung der anthropologischen Aussagen

In einer Graphik fasst HOLTSTIEGE sämtliche Fragestellungen nach dem ganzen Menschen zusammen, die sich bei MONTESSORI zeigen (vgl. HOLTSTIEGE 1999, 263; 2009, 219).

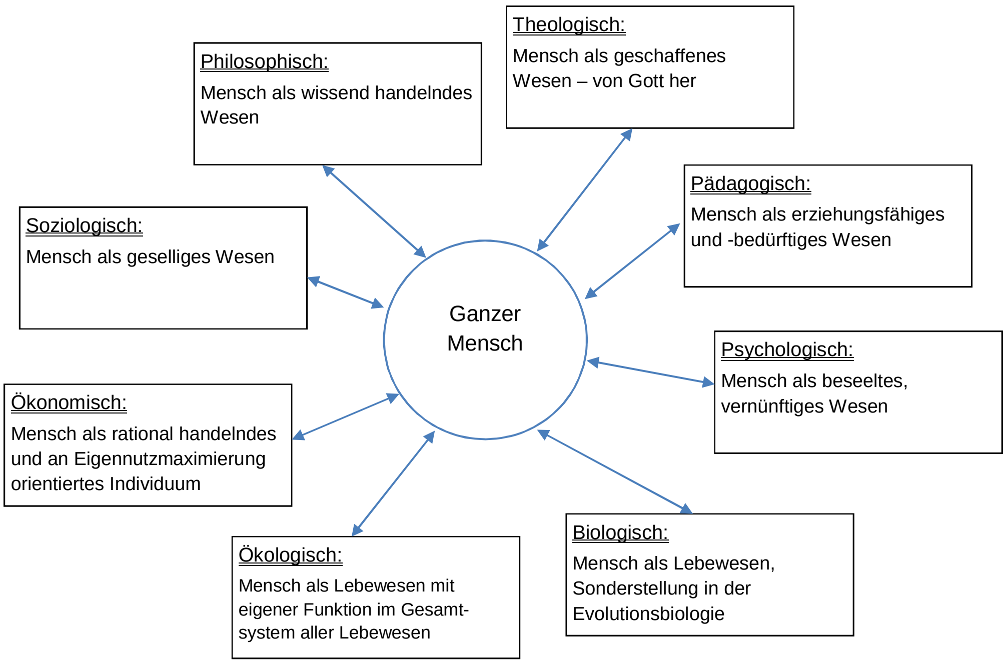


Abb. 3.1: *Frage-Perspektiven nach dem ganzen Menschen (nach HOLTSTIEGE 2009, 219)*

BÖHM ergänzt: MONTESSORIS anthropologische Grundtendenz, die sich durchgängig in ihrem Werk findet, zeigt „[…] diese Grundüberzeugung vom Wesen des Kindes, wonach ihm eine natürliche Lebenskraft inhäriert, die seine Entwicklung nach einem gesetzlichen Plan gestaltet […]“ (BÖHM 1991, 127).

Neben den Aspekten zu MONTESSORIS Menschenbild sind insbesondere ihre entwicklungspsychologischen Grundannahmen bedeutsam. Inwieweit diese für die Theorie MONTESSORIS grundlegend sind, wird im Folgenden zunächst wiederum anhand von primären Quellen, schließlich mittels Sekundärliteratur aufgezeigt.

3.2.2 Entwicklungspsychologische Grundannahmen

Grundpositionen aus der Entwicklungspsychologie, die bei MONTESSORI eine Rolle spielen, beziehen sich auf

- die sensiblen Phasen,
- den absorbierenden Geist sowie
- die Polarisation der Aufmerksamkeit.

Aussagen zu den sensiblen Phasen und zum absorbierenden Geist hängen dabei eng zusammen. Der jeweilige Abschnitt zu einer Grundposition wird gegliedert in drei Teile: der erste befasst sich mit den Aussagen MONTESSORIS, der zweite Teil ergänzt diese um aktuelle Gedanken. Innerhalb der Literatur, die sich mit der Pädagogik MONTESSORIS befasst, werden von MONTESSORI geprägte Begriffe meist übernommen und entsprechend der Ausführungen der Pädagogin erläutert. In diesem Kapitel geht es auch darum, aktuelle Bezüge zu MONTESSORIS Theorien und Grundannahmen darzustellen, die sich nicht unbedingt konkret auf MONTESSORI beziehen. Im dritten Teil stehen aktuelle Forschungsergebnisse zur Thematik im Vordergrund.

3.2.2.1 Die sensiblen Phasen

– Die sensiblen Phasen bei MONTESSORI

Eine entscheidende Beobachtung, die MONTESSORI in ihrer Arbeit mit Kindern macht, führt zu der Annahme, dass es im Leben verschiedene Phasen gibt,

> „[…] die in der Entwicklung, das heißt im Kindesalter der Lebewesen auftreten. Sie sind von vorübergehender Dauer und dienen nur dazu, dem Wesen die Erwerbung einer bestimmten Fähigkeit zu ermöglichen. Sobald dies geschehen ist, klingt die betreffende Empfänglichkeit wieder ab.“ (MONTESSORI Ksa 2009, 66; Auslassung: A. L.).

MONTESSORI übernimmt diese Theorie vom Biologen DE VRIES, der solche Empfänglichkeitsperioden bei Tieren entdeckt hat (vgl. ebd.). Sie beschreibt „[…] dieselben ‚sensiblen Perioden’ auch in der Entwicklung der Kinder […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). MONTESSORI unterscheidet sensible Phasen für verschiedene Bereiche. Sie spricht u. a. von einer sensiblen Phase für Sprache (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 204), für Ordnung (vgl. MONTESSORI Ksa 2009, 81ff.) und für Bewegung (vgl. a.a.O., 72; MONTESSORI DkK 2007, 137ff.). Bedeutsam ist, dass die Phasen von vorübergehender Dauer sind, außerdem unbewusst und nicht willentlich gesteuert. Auch Erwachsene, Lehrer oder Eltern vermögen in keiner Weise von außen darauf einzuwirken (vgl. MONTESSORI Ksa 2009, 68).

> „Zwar dient die Umwelt hierbei als Material, aber sie hat für sich allein keine aufbauende Kraft. Sie liefert nur die erforderlichen Mittel, vergleichbar den lebenswichtigen Stoffen, die der Körper durch Verdauung und Atmung von außen her aufnimmt." (a.a.O., 71).

MONTESSORI vergleicht diese Empfänglichkeitsperioden mit einem Scheinwerfer, „[…] der einen bestimmten Bezirk des Inneren taghell erleuchtet […]" (MONTESSORI GdMP 2008, 89; Auslassungen: A. L.). Während bestimmte Aspekte im Umfeld des Kindes für dieses uninteressant werden, gewinnen andere enorm an Bedeutung.

> „Die innere Empfänglichkeit bestimmt, was aus der Vielfalt der Umwelt jeweils aufgenommen werden soll und welche Situationen für das augenblickliche Entwicklungsstadium die vorteilhaftesten sind. Sie ist es, die bewirkt, dass das Kind auf gewisse Dinge achtet und auf andere nicht." (MONTESSORI Ksa 2009, 71).

Es lernt während der sensiblen Perioden begeistert, leicht und ohne große Mühe. Abgeschlossen ist eine sensible Phase, wenn das Kind eine neue Fähigkeit erworben hat. Danach „[…] senkt sich ein Schleier der Gleichgültigkeit und Müdigkeit über die Seele des Kindes." (a.a.O., 69; Auslassung: A. L.).

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Nichtwiederholbarkeit der sensiblen Phasen. So beschreibt MONTESSORI zunächst, dass die Gelegenheit, eine bestimmte Fähigkeit zu erwerben, „für immer vorbei" (MONTESSORI GdMP 2008, 89) ist, wenn das Kind nicht die Möglichkeit hat, sich diese entsprechend der sensiblen Phase anzueignen. Später ergänzt sie, dass es prinzipiell auch nach Abschluss der sensiblen Phasen möglich ist, jedoch „[…] nur mit reflektierender Tätigkeit, mit Aufwand von Willenskraft, mit Mühe und Anstrengung […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.).

MONTESSORI versucht, eine Erklärung dafür zu finden, wie das Kind ohne Unterstützung von außen und dabei leicht und einfach z. B. die Sprache erwirbt, während es für den Erwachsenen zahlreicher Hilfen bedarf und er dennoch nie das Niveau erreicht, mit dem er seine Muttersprache beherrscht (vgl. MONTESSORI Ksa 2009, 68). Die Erklärung, die MONTESSORI dafür gibt, führt zum absorbierenden Geist. Was darunter zu verstehen ist, beinhaltet der nächste Abschnitt. Zunächst werden jedoch die sensiblen Phasen aus der Sicht aktueller Literatur betrachtet.

– Aktuelle Aussagen zu den *sensiblen Phasen*

In der aktuellen Entwicklungsforschung besteht ein wichtiges Ziel darin,

> „[…] das komplexe Wechselspiel zwischen biologischen und psychologischen Veränderungen über die Lebensspanne genauer zu verstehen.“ (PAUEN 2009, 33; Auslassung: A. L.).

Aus der interdisziplinären Zusammenarbeit von Neurowissenschaft, Neuropsychologie und Entwicklungspsychologie hat sich das neue Gebiet der neuropsychologischen Entwicklungsforschung herauskristallisiert. Hier steht insbesondere die frühkindliche Entwicklung im Mittelpunkt des Interesses, da sich in dieser Phase im Gehirn sowie im Verhalten viel ausbildet (vgl. ebd.). Eltern, Erzieher und Fachleute in Bezug auf das frühe Kindesalter beschäftigen sich mit mehr oder weniger großem Verständnis mit dem Konzept der kritischen Zeitfenster in der frühen Entwicklung (vgl. BAILEY [u.a.] 2001, xiii; BUNDSCHUH 2008, 110). Dabei finden unterschiedliche Begriffe Verwendung: die Rede ist von kritischen Zeitfenstern, sensiblen oder kritischen Phasen.

> „In herkömmlicher Sichtweise versteht man unter sensiblen Phasen, dass der Organismus endogen bedingte Perioden gesteigerter Empfänglichkeit und Plastizität für die Ausbildung bestimmter Verhaltensweisen mit sich bringe, die in späteren Entwicklungsstadien nicht mehr in diesem Umfang vorhanden seien. D. h. reifungsbedingtes Lernen würde ausschließlich oder zumindest wesentlich erleichtert in solchen Phasen erfolgen.“ (a.a.O., 110f.).

PAUEN schreibt, dass ein kritisches Zeitfenster bzw. eine lernsensible Phase dadurch gekennzeichnet ist, dass sich Erfahrungen in einem bestimmten Alter entscheidend auf das gesamte weitere Leben auswirken und sich Verhaltensänderungen ergeben, die unumkehrbar sind (vgl. PAUEN 2009, 33). BUNDSCHUH formuliert wesentliche Prozesse des Entwicklungsgeschehens und nennt dabei

– die Reifung,
– Differenzierung,
– Integrierung und Zentralisierung,
– Strukturierung und Selektivität sowie die
– Herausbildung gefestigter Verhaltensformen (vgl. BUNDSCHUH 2008, 104ff.).

Die Theorie der sensiblen Phasen ist hier einzuordnen innerhalb der Reifung, die die Grundlage und gewissermaßen den Motor für die folgende Entwicklung darstellt (vgl. ebd.).

Bezogen auf die Unumkehrbarkeit sensibler Phasen heißt es bei BUNDSCHUH, dass entsprechende Funktionen oder Verhaltensweisen später in Erscheinung treten können, wenn wichtige Anregungen erst nach Ablauf der kritischen Phasen erfolgen; gleichzeitig sei „[…] auch eine gestörte und/ oder verzögerte Entwicklung wahrscheinlich.“ (BUNDSCHUH 2008, 111; Auslassung: A. L.).

> „Es spricht auch vieles dafür, dass Entwicklungs- bzw. Reifungsimpulse versiegen können, wenn die kritische Phase in Ermangelung an Lernangeboten oder infolge von Nichtbeachtung ungenutzt bleibt.“ (ebd.).

Die Entwicklung verschiedener Bereiche der Hirnrinde, die sich unterschiedlich schnell ausbilden, beschreibt SINGER. Das Gehirn würde in den bestimmten Entwicklungsphasen jeweils spezielle Informationen aus der Umwelt benötigen, um eine optimale Entwicklung zu gewährleisten (vgl. SINGER 2001, 6). Am Beispiel der Entwicklung der Sprache führt SINGER aus, dass die Erstsprache mühelos erlernt wird,

> „[…] wenn die Interaktionen mit einer sprachkompetenten Umwelt im richtigen Zeitfenster erfolgen. Die Zweitsprache, die meist erst im Schulalter […] angeboten wird, erlernt sich sehr viel schwerer und auf ganz andere Weise als die Erstsprache.“ (a.a.O., 6; Auslassungen: A. L.).

Die Zweitsprache würde nur selten auf dem gleichen Niveau beherrscht wie die Erstsprache, weil sich die Prosodie – wie Akzent und Melodie der Erstsprache – so tief und irreversibel einprägt, dass sie den Menschen ein Leben lang begleitet und meist auch die später erworbenen Sprachen durchdringt (vgl. ebd.).

> „Beim Erlernen der Erstsprache werden neuronale Verarbeitungsroutinen ausgebildet, die sich später nicht mehr ändern lassen und auf denen alle anderen Lernprozesse aufbauen.“ (a.a.O., 6f.).

Die sensible Phase für Sprachentwicklung ist in etwa zwischen dem zweiten und sechsten Lebensjahr anzunehmen (vgl. BUNDSCHUH 2008, 112). Die Hypothese, dass eine sensible Phase der kognitiven Entwicklung zwischen dem dritten und achten Lebensjahr stattfinde, konnte bis heute weder verifiziert noch falsifiziert werden (vgl. ebd.). Ergebnisse einer größeren Untersuchung der Münchner Forschungsstelle für Pädiatrie und Jugendmedizin über Heimkinder im Kleinkindalter 1964 beschreiben,

> „[…] dass über zwei Drittel der Kinder nach einem Heimaufenthalt von sechs Monaten merklich herabgesetzte Entwicklungsquotienten zeigten.“ (BUNDSCHUH 2008, 112f.; Auslassung: A. L.).

Als Ursache dafür wird der Verlust an wichtigen Sinnesanregungen und Lernprozessen in dieser Phase angenommen (vgl. a.a.O., 113). D. h. dass zwar bestimmte Reifungsprozesse die Bedingung für bestimmte Verhaltensweisen oder Leistungen darstellen, aber gleichzeitig die Angebote von außen dazukommen müssen, „[…] damit sich ‚Reifendes' voll entfalten kann […]" (a.a.O., 109; Auslassungen: A. L.). BUNDSCHUH fasst zusammen, dass aus der Sicht der Entwicklungspsychologie einiges dafür spricht,

> „[…] dass es Zeiten erhöhter Bereitschaft für aufbauende Lernerfahrungen gibt. Es kann offensichtlich mit Entwicklungsabschnitten gerechnet werden, in denen – im Vergleich zu vorangehenden oder nachfolgenden Prozessen – spezifische Erfahrungen maximale Wirkungen haben." (a.a.O., 113).

– Forschungsergebnisse zu Sensiblen Phasen in der Sprachentwicklung

Die Kleinkindforschung befasst sich u. a. mit der Mutter-Kind-Beziehung, Bedeutung von Geschwistern, der Sozialentwicklung in der sehr frühen Kindheit und insbesondere mit der Entwicklung einzelner Funktionsbereiche wie der Wahrnehmung, der Aufmerksamkeit, der Sprache usw. (vgl. KELLER 2011, 5ff.). Da sich MONTESSORI bei der Darstellung der sensiblen Phasen besonders auf die Sprache bezieht, sollen an dieser Stelle aktuelle Forschungsergebnisse zur Sprachentwicklung beschrieben werden. Es wird versucht, die Frage nach sensiblen Phasen beim Spracherwerb zu beantworten.

Als unbestritten gilt, dass der Spracherwerb beim Kind ein sehr eindrucksvolles Phänomen der Psychologie darstellt (vgl. SIEGMÜLLER 2007, 119; WEINERT 2011, 611). Unabhängig von den z. T. sehr unterschiedlichen Einzelsprachen mit vielfältigen formalen, bedeutungsbezogenen und kommunikativen Regeln erwerben Kinder ihre Muttersprache scheinbar mühelos (vgl. ebd.). Es wird deshalb davon ausgegangen, dass Kinder auf den Spracherwerb vorbereitet sind.

> „In welcher Weise sie dies sind, d. h. welche spezifischen und/oder allgemeinen Fähigkeiten, Fertigkeiten und möglicherweise Wissensbestände sie genetisch verankert mitbringen und in welcher Weise die sprachlich-kommunikative Umwelt und Interaktion gestaltet sein muss, um einen erfolgreichen Spracherwerb zu ermöglichen, ist allerdings nach wie vor Gegenstand vielfältiger, teilweise kontroverser wissenschaftlicher Diskussionen und Forschungsarbeiten." (a.a.O., 612).

Fest steht beispielsweise, dass der Spracherwerb bereits im Mutterleib beginnt: In den letzten drei Schwangerschaftsmonaten hört der Fötus bereits relativ gut und reagiert auf akustische Reize, v. a. auf die Stimme der Mutter (vgl. ebd.; SIEGMÜLLER 2007, 120). Verschiedene Forschungen haben ergeben, dass Neugeborene ein Gedicht oder einen Reim, den sie vor der Geburt öfter von der Mutter vorgelesen bekommen, wieder erkennen und von anderen Sprachproben unterscheiden können (vgl. WEINERT 2011, 612). Außerdem sind Neugeborene in der Lage, Sprachen verschiedener Sprachgruppen zu unterscheiden, unabhängig davon, ob auch ihre Muttersprache dabei vorkommt (vgl. SIEGMÜLLER 2007, 121). Interessant ist, dass diese Fähigkeit bereits im Alter von zwei Monaten verschwindet und die Unterscheidung nur noch gelingt, wenn eine der Sprachen die Muttersprache ist (vgl. ebd.). Erklärt wird dies durch eine besondere Sensitivität bzw. Sensibilität für prosodische Hinweisreize und für die Sprache (vgl. ebd.; WEINERT 2011, 615). Im Alter von zwei Monaten sind Säuglinge

> „[…] für die meisten Phoneme der natürlichen Sprache sensibel, diese Fähigkeit reduziert sich auf die Wahrnehmung der muttersprachlichen Phoneme in der zweiten Hälfte des ersten Lebensjahres." (SIEGMÜLLER 2007, 121; Auslassung: A. L.).

Beim Aufbau des Lexikons werden verschiedene Phasen unterschieden. Zunächst erfolgt der Wortschatzaufbau relativ langsam, gesteuert vermutlich durch allgemeine Assoziationen (vgl. a.a.O., 123). Wenn das Kind mit etwa 18 Monaten die 50-Wörter-Grenze erreicht, beschleunigt sich der Erwerb der Wörter von 1-2 pro Woche bis zu mehreren Wörtern pro Tag, weshalb man auch von einem Wortschatzspurt spricht. Dies gelingt durch die Nutzung eines schnelleren Abbildungsprozesses von Wortformen auf Bedeutungsreferenzen, dem sogenannten *Fast Mapping* (vgl. a.a.O., 123f.). *Fast Mapping* meint, dass sich das Kind bereits nach einmaliger Präsentation einer Wortform incl. eines Referenten einen lexikalischen Eintrag daraus ableiten kann. Umstritten ist, ob diese Fähigkeit nach der Phase des Wortschatzspurts wieder abnimmt oder auch Erwachsene dazu in der Lage sind (vgl. a.a.O., 124).

Insgesamt ist bezüglich der Existenz sensibler Phasen weiterhin Forschungsarbeit nötig und es bleibt abzuwarten, ob man zu einem allgemein akzeptierten Schluss findet.

3.2.2.2 Der absorbierende Geist

– Der absorbierende Geist bei MONTESSORI

Eng mit den sensiblen Phasen hängt für MONTESSORI der absorbierende Geist zusammen. Dieser stellt eine Geistesform dar, die – im Unterschied zum Erwachsenen – nur das Kind besitzt. Er ist „[…] eine Form von Intelligenz, die sich von der unsrigen unterscheidet.“ (MONTESSORI DkK 2007, 23; Auslassung: A. L.).

Während die Erwachsenen Wissen durch ihre Intelligenz erwerben, absorbiert es das Kind mit seinem psychischen Leben (vgl. ebd.). MONTESSORI beschreibt, dass wir Eindrücke aufnehmen und im Gedächtnis behalten, aber nie eins mit ihnen würden. Beim Kind wäre es anders:

> „Die Eindrücke dringen nicht nur in seinen Geist ein, sondern formen ihn. Die Eindrücke inkarnieren sich in ihm. Das Kind schafft gleichsam sein ‚geistiges Fleisch’ im Umgang mit den Dingen seiner Umgebung.“ (ebd.).

MONTESSORI nennt den absorbierenden Geist entsprechend auch eine „privilegierte Geistesform“ (ebd.). Mit Hilfe des absorbierenden Geistes erstrebt das Kind, wie die anderen Menschen zu werden und sich an das Leben mit ihnen anzupassen (vgl. a.a.O., 263). Dabei ist es gleichgültig, in welchem Land oder Kulturkreis das Kind zur Welt kommt. In welcher Umgebung es auch geboren wird, bildet es sich und passt sich an, um dort zu leben. Verantwortlich ist dafür nach MONTESSORI der absorbierende Geist:

> „Der *absorbierende Geist* nimmt alles auf, hofft alles; akzeptiert die Armut wie den Reichtum, akzeptiert jeden Glauben, die Vorurteile und Gebräuche seiner Umgebung: Er inkarniert alles.“ (ebd.).

Schließlich geht MONTESSORI noch weiter und behauptet, dass der absorbierende Geist die Basis der menschlichen Gesellschaft darstellt (vgl. a.a.O., 264).

– Aktuelle Aussagen zum absorbierenden Geist

Den Begriff des absorbierenden Geistes, den MONTESSORI geprägt hat, findet man in aktueller Literatur nicht. Bezogen auf den Spracherwerb steht heute jedoch fest, dass eine bestimmte genetische Disposition des Gehirns dafür verantwortlich ist, dass wir unsere Muttersprache quasi wie von selbst erwerben. Die Entwicklungspsychologin STERN spricht von einem „modularisierten Gehirn“ (STERN 2005, 137). Durch dieses ist der

Mensch auf verschiedenste Anforderungen vorbereitet und kann Lernmöglichkeiten aus der Umwelt schnell und direkt nutzen (vgl. ebd.). In Bezug auf den Spracherwerb heißt es:

> „Da das menschliche Gehirn auf die Grundstruktur der Sprache vorbereitet ist, können Kinder auch ohne systematische Instruktion die in ihrer Umgebung gebräuchliche Sprache erwerben.“ (ebd.).

3.2.2.3 Die Polarisation der Aufmerksamkeit

– Die Polarisation der Aufmerksamkeit bei MONTESSORI

Als weiteres wichtiges Element und gleichzeitig Ziel der Pädagogik MONTESSORIS gilt die Polarisation der Aufmerksamkeit. Deren Entdeckung wird für MARIA MONTESSORI zum Schlüsselereignis oder „pädagogischen Urerlebnis“ (HEBENSTREIT 1999, 53). Im Folgenden wird dieses Konzentrationsphänomen ausführlicher dargestellt.

Im Kinderhaus beobachtet die Pädagogin

> „[…] ein etwa dreijähriges Mädchen, das tief versunken war in der Beschäftigung mit einem Einsatzzylinderblock, aus dem es die kleinen Holzzylinder herauszog und wieder an ihre Stelle steckte. Der Ausdruck des Mädchens zeugte von so intensiver Aufmerksamkeit, daß er für mich eine außerordentliche Offenbarung war. Die Kinder hatten bisher noch nicht eine solche auf einen Gegenstand fixierte Aufmerksamkeit gezeigt.“ (MONTESSORI SchdK 1996, 69; Auslassung: A. L.).

Besonders beeindruckt ist MONTESSORI davon deswegen, weil sie bisher beim jungen Kind von einer geringen Aufmerksamkeitsleistung ausgeht. Sie beschreibt im Weiteren, wie sie das Kind beobachtet. Sie zählt mit, wie oft das Mädchen die Übung wiederholt und verfolgt, dass es sich trotz zahlreicher Störungen im Raum nicht von seiner Arbeit abbringen lässt.

> „Ich hatte 44 Übungen gezählt; und als es endlich aufhörte, tat es dies unabhängig von den Anreizen der Umgebung, die es hätten stören können; und das Mädchen schaute zufrieden um sich, als erwachte es aus einem erholsamen Schlaf […]“ (a.a.O., 70; Auslassung: A. L.).

Diese Beobachtung widerspricht der generellen damaligen Meinung über das Kind. Sie beweist, dass es sehr wohl in der Lage ist, sich lange und konzentriert mit einer Tätigkeit zu beschäftigen. Selbst verschiedene Störungen werden vom Kind nicht als solche wahrgenommen und es fährt unbeeindruckt in seinem Tun fort. Wenn Kindern ein für sie geeignetes Material angeboten wird, sind unterschiedliche Reize also unnötig. MONTESSORI stellt beim Kind eine gewisse Veränderung durch die Polarisation der Aufmerksamkeit fest: „Es wurde ruhiger, fast intelligenter und mitteilsamer.“ (MONTESSORI GdMP 2008, 78). An anderer Stelle schreibt sie:

> „Das Kind wird außergewöhnlich gehorsam und es entwickelt eine beinahe unfaßbare Geduld. Wir sind ganz erstaunt darüber, wir haben uns nie bemüht, es ‚Gehorsam’ oder ‚Geduld’ zu lehren.“ (MONTESSORI DLh 1992a, 53).

Durch diese Polarisation der Aufmerksamkeit scheint sich alles Chaotische zu ordnen,

> „[…] alles Unorganisierte und Unbeständige im Bewusstsein des Kindes zu einer inneren Schöpfung zu organisieren, deren überraschende Merkmale sich bei jedem Kinde wiederholten.“ (MONTESSORI GdMP 2008, 78; Auslassung: A. L.).

MONTESSORI gliedert die Phase der Polarisation der Aufmerksamkeit in drei Stufen:

– die vorbereitende Stufe,
– die Stufe der großen Arbeit,
– die Reflexion nach der großen Arbeit (vgl. MONTESSORI DLh 1992a, 52f.).

Während der großen Arbeit beschäftigt sich das Kind „[…] mit einem Gegenstand der äußeren Welt […]“ (a.a.O., 52; Auslassungen: A. L.), die dritte Stufe der Reflexion dagegen spielt sich im Inneren des Kindes ab und verschafft ihm Klarheit und Freude (vgl. a.a.O., 52f.).

– Aktuelle Aussagen zur Polarisation der Aufmerksamkeit

Die Erfahrung, die MONTESSORI als Polarisation der Aufmerksamkeit beschreibt, bestätigt später der Psychologe CSIKSZENTMIHALYI. Er bezeichnet diesen „[…] optimalen Zustand innerer Erfahrung […]“ (CSIKSZENTMIHALYI 2003, 19; Auslassungen: A. L.) als *flow*, weil viele Menschen diesen Begriff verwenden, wenn sie darstellen, wie sie sich in Hochform fühlen (vgl. a.a.O., 62).
Es handle sich um einen

> „[…] Zustand, bei dem man in eine Tätigkeit so vertieft ist, daß [sic!] nichts anderes eine Rolle zu spielen scheint; […]“ (a.a.O., 16; Auslassungen u. Einfügung: A. L.).

Dieser Zustand tritt dann ein, wenn man seine psychische Energie und Aufmerksamkeit auf realistische Ziele richtet und die „[…] Fähigkeiten den Handlungsmöglichkeiten entsprechen […]“ (a.a.O., 19; Auslassungen: A. L.), also die Aufgabe nicht zu leicht und nicht zu schwierig ist. Den Abschluss dieser Erfahrung stellt CSIKSZENTMIHALYI – ähnlich wie MONTESSORI – folgendermaßen dar: Man fühle

> „[…] sich ‚gesammelter' als zuvor, nicht nur innerlich, sondern auch mit Blick auf andere Menschen und die Welt im allgemeinen.“ (a.a.O., 64; Auslassung: A. L.).

FUCHS bezeichnet die Polarisation der Aufmerksamkeit als Aufbauprinzip (vgl. FUCHS 2003, 75). Zum einen gehöre es zur „(normalen) kindlichen Entwicklung“ (a.a.O., 76), dass sich das Kind aufgrund der Polarisation der Aufmerksamkeit verändert und seine geistigen und körperlichen Energien auf ein Ziel fokussiert. Gleichzeitig diene sie als

> „[…] therapeutisches Mittel bei der Reorganisation bzw. Renormalisation einer deviaten Entwicklung […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

ESSER und WILDE sowie PÜTZ befassen sich mit den drei Stufen der Polarisation der Aufmerksamkeit und übertragen diese auf die Schulpraxis insbesondere bei offenen Unterrichtsformen (vgl. PÜTZ 2009, 106; ESSER/ WILDE 2007, 76):
In der ersten Phase – der vorbereitenden Stufe – orientiert sich das Kind im Raum, wählt sich unter den verschiedenen Materialien eines aus und entscheidet sich, wo oder mit wem es arbeiten möchte. Ist die Tätigkeit neu, wendet sich das Kind zunächst an einen Erwachsenen und erhält eine Einführungslektion. Jetzt beginnt die große Arbeit, die ggf. selbständiges Problemlösen oder diverse Übungswiederholungen einschließt (vgl. ebd.). Hier zeigt sich die Polarisation der Aufmerksamkeit – das Kind ist konzentriert und versunken in seine Arbeit und lässt sich nicht von äußeren Reizen oder Gegebenheiten ablenken. Auch der Erwachsene soll und darf das Kind in seiner Konzentration nicht stören,

> „[s]elbst ein Lob würde seine Aktivität unterbrechen, und die Unterbrechung zu ‚ungeordnetem' Verhalten bzw. ungeordneter Arbeit führen […]“ (BECKER-TEXTOR, in: MONTESSORI 2007b, 78; Anpassung u. Auslassung: A. L.).

Zuletzt schließt sich die Phase nach der großen Arbeit an, wo sich die neuen Eindrücke setzen und das Kind aufhört, tätig zu sein. Auch diesem vermeintlich v. a. passiven Abschnitt kommt dabei große Bedeutung zu. Beispielsweise erfüllt er die häufige Forderung nach Rhythmisierung (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND

KULTUS 2000, 10): Auf eine Anstrengung folgt zunächst eine Entspannung, bevor eine neue Aufgabe in Angriff genommen werden kann. Endgültig abgeschlossen ist der Zyklus, wenn das Material wieder an seinen Platz im Regal zurückgestellt ist.

– Forschungsergebnisse zur Polarisation der Aufmerksamkeit

MONTESSORI ist über ihre Beobachtung der tiefen Konzentrationsfähigkeit des Kindes sehr erstaunt. Was unter Aufmerksamkeit verstanden wird und wie sie sich i. A. bei Kindern entwickelt, wird nun kurz aufgezeigt.

> „Unter ‚Aufmerksamkeit' wird die Fähigkeit verstanden, die Wahrnehmung auf bestimmte Stimuli der Umwelt oder des eigenen Innenlebens zu konzentrieren […]" (SCHICK 2012, 104; Auslassung: A. L.).

Generell wird dabei zwischen Intensitäts- und Selektivitätsaspekten unterschieden (vgl. FIMM 2007, 153), teilweise ergänzt durch den Aspekt der räumlichen Ausdehnung (vgl. SCHICK 2012, 107). Zu den Intensitätsaspekten zählen Alertness sowie die längerfristige Aufmerksamkeit, zu den Selektivitätsaspekten die fokussierte und geteilte Aufmerksamkeit. Die Untersuchung der längerfristigen Aufmerksamkeit – die MONTESSORIS Vorstellung der Polarisation der Aufmerksamkeit am nächsten kommt – ergibt zunächst eine Unterscheidung zwischen der Aufmerksamkeitsleistung in monotoner oder anregender Reizsituation (vgl. FIMM 2007, 158).

Erste autonom arbeitende Anteile des Aufmerksamkeitssystems entwickeln sich schon sehr früh: bereits während der Schwangerschaft werden Hörereignisse wahrgenommen, die visuelle Aufmerksamkeit eines Neugeborenen lässt sich feststellen, wenn ein Gegenstand vor seinen Augen bewegt wird. Zwischen dem dritten und 18. Lebensmonat gelingt es dem Säugling, diesen Gegenstand mit den Augen zu fixieren (vgl. SCHICK 2012, 109). Außerdem kann er sich bei mehreren gleichzeitig auftretenden Reizen auf einen fokussieren, was der selektiven Aufmerksamkeit entspricht. Die Entwicklung dieser selektiven Aufmerksamkeit ist erst im Jugend- oder frühen Erwachsenenalter abgeschlossen (vgl. ebd.; KRIST/ SCHWARZER 2007, 242).

Unter Konzentration wird die Fähigkeit verstanden,

> „[…] gleichzeitig über u. U. mehrere Kanäle eingehende Informationen zu unterdrücken und sich auf nur einen zu fokussieren." (SCHICK 2012, 109; Auslassung: A. L.).

Konzentration gilt demnach auch als Maß für die Intensität und Dauer der willentlich gesteuerten Aufmerksamkeit. Diese Fähigkeit verbessert sich im Lauf des Grundschulalters kontinuierlich (vgl. ebd.). Dabei wird für die einzelnen Altersstufen die jeweils durchschnittliche Dauer zur Konzentration angegeben.

	Alter			
	5-7 Jahre	7-10 Jahre	10-12 Jahre	12-14 Jahre
Dauer der Konzentrationsfähigkeit	ca. 15 Min.	ca. 20 Min.	ca. 20-25 Min.	ca. 30 Min.

Tab. 3.1: *Dauer der Konzentrationsfähigkeit (nach SCHICK 2012, 109)*

Wie die Dauer der kindlichen Konzentrationsfähigkeit zeigt,

> „[…] überfordert die Dauer einer normalen Unterrichtsstunde im Prinzip die Aufmerksamkeitsfähigkeit *aller* Grundschulkinder, und zwar bis in die Mittelstufe hinein.“ (a.a.O., 116; Auslassung: A. L.).

Daher ist es wichtig, bei der Unterrichtsgestaltung darauf Rücksicht zu nehmen. Auch wenn einzelne Kinder bei selbst gewählten Aufgaben oder beim Spielen eine enorme Konzentrationsfähigkeit zeigen, gilt es, z. B. durch das Singen von Liedern, Bewegungseinheiten und Pausen auf ausreichende Erholung zu achten.

3.2.3 Pädagogische Grundannahmen

Im nun folgenden Kapitel stehen die pädagogischen Grundpositionen MONTESSORIS im Mittelpunkt, die MONTESSORI aus der Überlegung ableitet, dass das Kind „[…] sozusagen einen wachsamen Lehrmeister in sich [hat] […]“ (MONTESSORI DkK 2007, 4; Auslassungen u. Einfügung: A. L.). Dazu gehören die Positionen *Das Kind als Baumeister seiner selbst* sowie Aussagen zu *Freiheit und Disziplin*.

3.2.3.1 Das Kind als Baumeister seiner selbst

BÖHM schildert, wie MONTESSORI bereits 1906 auf einem Frauenkongress der Frage nachgeht, inwieweit Erziehung Einfluss nehmen könne, ob sie einen Blinden sehend oder einen „Imbezilen“ (BÖHM 2004b, 25) intelligent mache. Sie stellt die Gegenfrage, ob wir uns nicht in Bezug auf die direkte Erziehung zurückhalten müssen (vgl. ebd.),

> „[…] denn alles spräche doch dafür, dass das menschliche Individuum schon im Stadium der mikroskopischen Zelle in seiner Entwicklung vorherbestimmt sei […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

MONTESSORI geht davon aus, dass das Kind sich selbst aufbaut und spricht dabei vom Kind als Baumeister seiner selbst.

– *Das Kind als Baumeister seiner selbst* bei MONTESSORI

> „Wie jede Keimzelle bereits den Bauplan des ganzen Organismus in sich trägt, ohne dass dieser irgendwie feststellbar wäre, so enthält jedes neugeborene Lebewesen, welcher Gattung immer es angehört, in sich den Bauplan jener psychischen Instinkte und Funktionen, die das Wesen instand setzen sollen, zur Außenwelt in Beziehung zu treten.“ (MONTESSORI Ksa 2009, 37).

Das Kind ist nach MONTESSORI kein leeres Gefäß, das mit Wissen gefüllt werden kann. Daher sei es auch nicht richtig zu sagen, dass die Mutter das Kind sprechen und laufen lehrt, denn dies sei „[…] eine Eroberung des Kindes […]“ (MONTESSORI DkK 2007, 13; Auslassungen: A. L.). Auch wenn die Mutter stirbt, wächst das Kind heran und ein indisches Kind, das in Amerika aufwächst, lernt Englisch und nicht Indisch (vgl. a.a.O., 14). MONTESSORI folgert daraus, dass z. B. im Spracherwerb die Genetik keine Rolle spielt. Das Kind schafft aus sich selbst heraus den Menschen, indem es seine Umwelt absorbiert. Demnach sei die Aufgabe der Eltern nicht, selbst Baumeister zu sein, sondern Helfer des Aufbaus, den das Kind vollbringt (vgl. ebd.). Ihre Erziehung

> „[…] soll eine Lebenshilfe sein; eine Erziehung, die bei der Geburt beginnt, die einer Revolution, frei von jeder Gewalt, den Weg bereitet und die alle in einem gemeinsamen Endziel vereint und sie zu einem einzigen Mittelpunkt zieht. Mütter, Väter und Staatsmänner, alle werden sich darüber einig sein, dieses zarte Bauwerk zu respektieren und zu unterstützen, das unter der Leitung eines inneren Lehrmeisters unter psychisch geheimnisvollen Bedingungen errichtet wurde.“ (a.a.O., 15; Auslassung: A. L.).

– Aktuelle Bezüge zum *Kind als Baumeister seiner selbst*

Mit ihrer Theorie vom *Kind als Baumeister seiner selbst* lehnt sich MONTESSORI an den Biologen CASPAR FRIEDRICH WOLFF an, der

> „[…] in seiner *Theoria Generationis* nachwies, dass bei der embryonalen Entwicklung zunächst nichts vorherbesteht, sondern dass sich das Leben, einem unsichtbaren Plan folgend […] selbst aufbaut." (FUCHS 2003, 56; Auslassungen: A. L.).

WALDSCHMIDT verbindet den Gedanken des Kindes als Baumeister mit MONTESSORIS Aussage, dass die Persönlichkeit unteilbar ist und alle geistigen Anlagen von einem Zentrum abhängen (vgl. WALDSCHMIDT 2006, 39). Das Kind steht mit seinen Sinnen in Kontakt zur Außenwelt, der Peripherie, und nimmt darüber z. B. visuelle, auditive oder gustatorische Reize auf. Diese vielfältigen Reize und Eindrücke würden innerlich zu Emotionen, Gedanken und Erinnerungen (vgl. a.a.O., 40). MONTESSORIS Erziehung zeichnet sich nun dadurch aus, dass sie nicht auf das Zentrum, sondern auf die Peripherie gerichtet ist (vgl. ebd.). Das, was der Erwachsene – der Erzieher – beeinflussen kann, ist eben nicht das Kind selbst. Vielmehr können die im Kind vorhandenen Potentiale durch eine kulturell gestaltete Umgebung zusammen mit liebevoller Zuwendung eines Erwachsenen angeregt werden (vgl. HARTKE 2007, 423).

3.2.3.2 Freiheit und Disziplin

Menschen, die sich nicht detailliert mit der Pädagogik MONTESSORIS befasst haben, verbinden damit oft die Idee, dass die Kinder dort tun dürfen, was sie wollen. Wie sich MONTESSORI selbst zur Thematik äußert, ist Inhalt des nächsten Abschnitts. Darauf folgen aktuelle Aussagen dazu.

– *Freiheit und Disziplin* bei MONTESSORI

Tatsächlich ist MONTESSORI der Freiheitsgedanke wichtig und Begriffe wie *Freiheit*, *frei*, *freie Wahl* oder *freie Bewegung* tauchen oft in ihren Schriften auf (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 62f.; Ksa 2009, 169f.; DkK 2007, 244ff.; GdMP 2008, 102f.). Sie kritisiert, dass dem Kind meist zu wenig Freiheit gelassen wird und zieht eine Folgerung daraus:

> „Fast immer wird dem kleinen Kind und noch viel mehr dem älteren Kind seine Beschäftigung *vorgeschrieben*. Wir lassen in all diesen Dingen dem Kind ganz *freie Wahl*, denn wir haben erkannt, dass auch in der Wahl der Beschäftigung das Kind von starken inneren Motiven geleitet wird. Das Kind, das seine Beschäftigung alleine wählt, kann damit ein inneres Bedürfnis äußern und befriedigen." (a.a.O., 23f.).

In sämtlichen Kapiteln und Abschnitten, in denen von Freiheit die Rede ist, wird dieser Aspekt ergänzt und erweitert durch den Begriff der Disziplin. MONTESSORI betont, dass die Freiheit durch gewisse Grenzen und Regeln eingeschränkt sein muss:

> „Young people must have enough freedom to allow them to act on individual initiative. But in order that individual action should be free and useful at the same time it must be restricted within certain limits and rules that give the necessary guidance“ (MONTESSORI, in: LILLARD 2008, 271).

MONTESSORI erklärt, wie wichtig es für die Lehrkraft ist, zu unterscheiden, wann sie die Kinder nur beobachten und wann sie eingreifen muss. Sie beschreibt z. B. einen kleinen Jungen, „[…] der gewöhnlich fahrige Bewegungen machte und als anomal labil angesehen wurde […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 66; Auslassungen: A. L.). Als dieser anfängt, konzentriert die kleinen Tische umzustellen, wird er gleich unterbrochen, da er zu viel Lärm macht; MONTESSORI kritisiert dieses Eingreifen, weil das Umstellen der Tische eine erste Handlung war, eine

> „[…] *mit einem bestimmten Zweck verbundene Bewegung*, bei der das Kind seine Neigungen äußerte, folglich war es eine Handlung, die respektiert werden musste.“ (MONTESSORI DEdK 2010, 66; Auslassung: A. L.).

Bei den Lehrerinnen, die MONTESSORI anleitet, entsteht der Eindruck, die Pädagogik erfordere, die Kinder selbständig handeln zu lassen ohne jemals einzugreifen. Dass es sich hierbei um ein Missverständnis handelt, wird im Folgenden deutlich:

> „Als die Lehrerinnen es leid waren, sich meine Bemerkungen anzuhören, begannen sie, die Kinder all das tun zu lassen, was sie wollten: Ich sah einige mit den Füßen auf dem Tisch und dem Finger in der Nase, ohne dass die Lehrerinnen eingriffen, um sie zu korrigieren; ich sah, wie einige den Spielkameraden Stöße versetzten mit einem gewalttätigen Ausdruck im Gesicht, ohne dass die Lehrerin auch nur die geringste Bemerkung darüber verlor.“ (a.a.O., 67).

Dies lässt MONTESSORI nicht zu, und sie betont die Wichtigkeit der Aufgabe einer Lehrkraft, den Kindern bei nicht tolerierbarem Verhalten strikte Grenzen aufzuzeigen:

> „Ich musste in solchen Fällen geduldig eingreifen, um zu zeigen, mit welch unbedingter Strenge alle Handlungen zu verbieten und allmählich zu ersticken sind, die das Kind nicht tun soll, damit es klar zwischen Gut und Böse zu unterscheiden lernt.” (ebd.).

Der Lehrer muss also manchmal eingreifen, während es in anderen Fällen ebenso dringend geboten ist, dass er sich zurückhält. Der Weg verläuft dabei i. d. R. von mehr Hilfe-stellung und Strukturierung über das zunehmende Ausblenden der Hilfe hin zur Selbständigkeit des Kindes. Kann es eine Aufgabe ohne Unterstützung bewältigen, gelangt das Kind schließlich zur Polarisation der Aufmerksamkeit (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 249ff.).

– Aktuelle Bezüge zu *Freiheit und Disziplin*

BECKER-TEXTOR betont, dass der Begriff der Freiheit nicht allein zu sehen ist, sondern mit anderen zusammenhängt:

> „Das Kind als ganzheitliches Wesen steht dabei immer im Mittelpunkt aller Überlegungen und die Pädagogik orientiert sich vom Kinde aus. So erstaunt es auch nicht, dass die Begriffe freie Wahl, Disziplin, Aufmerksamkeit und Konzentration immer wieder gemeinsam benannt werden." (BECKER-TEXTOR, in: MONTESSORI LoD 2007, 77).

Freiheit heißt dabei nicht, dass es keine Vorschriften gibt, „[…] sondern Freiheit zum richtigen Handeln, das auf der Basis von selbstgefundenen Regeln entsteht." (HEDDERICH 2005, 40; Auslassung: A. L.). GRINDEL fasst entsprechend in dieser Weise zusammen:

> „Der Lehrer […] greift so lange lenkend in den Lernprozess ein, bis das Kind in der freien Arbeit zu wirklicher Konzentration gelangt." (GRINDEL 2007, 21; Auslassung: A. L.).

3.2.4 Methodisch-didaktische Grundannahmen

Eine wichtige Rolle spielen in der Pädagogik MONTESSORIS die Gestaltung der Räume, die Klassenzusammensetzung, die Lehrkraft selbst sowie das Material. In der Praxis zeigen sich – trotz einer Übereinstimmung in der Grundausrichtung – einige Variationen in der Ausgestaltung (vgl. HARTKE 2007, 424). Im Folgenden wird der Fokus deshalb auf die beiden wichtigsten methodisch-didaktischen Grundsätze gerichtet, nämlich die vorbereitete Umgebung sowie die vorbereitete Lehrkraft. Wiederum gibt es jeweils in einem ersten Abschnitt Aussagen MONTESSORIS zur Thematik, im Anschluss folgen aktuelle Bezüge dazu.

3.2.4.1 Vorbereitete Umgebung

Der Gestaltung des Raums – MONTESSORI nennt dies vorbereitete Umgebung – kommt eine wichtige Rolle zu. Nach der Klärung dessen, was MONTESSORI darunter versteht, erfolgt eine Ergänzung dazu aus aktueller Literatur.

– Vorbereitete Umgebung bei MONTESSORI

MONTESSORI beschreibt die ersten Kinderhäuser folgendermaßen:

> „Unsere Bildungsstätten sind mehr ein ‚Haus des Kindes' als Schulen im eigentlichen Sinn des Wortes; das heißt, es ist eine für das Kind besonders vorbereitete Umgebung, in der es alle Kultur, die die Umgebung ausstrahlt, aufnimmt, ohne Unterricht zu benötigen." (MONTESSORI DkK 2007, 5).

Die vorbereitete Umgebung stellt gleichsam die Voraussetzung dar, dass das Kind selbst aktiv werden kann. Gelangt es nicht selbständig an Materialien, sind die Stühle zu schwer, die Tische oder Regale zu hoch, wird das Kind abhängig vom Erwachsenen sein, der ihm Gegenstände herunterheben, Möbel verschieben oder transportieren, es gewissermaßen bedienen muss. MONTESSORI leitet die Forderung nach einer entsprechenden Umgebung aus der Überlegung ab, dass das Kind selbst tun soll, was es selbst tun kann. Für den Erwachsenen bedeutet das:

> „Statt es also anzuziehen, wird er das Kind lehren, sich selbst anzuziehen; statt es zu waschen, wird er ihm zeigen, wie es sich selbst waschen kann; statt es zu füttern, wird er ihm beibringen, allmählich völlig selbstständig zu essen, usw." (MONTESSORI PdM 2010, 8).

Wenn der Erwachsene aber nicht an Stelle des Kindes handelt, wird es schnell notwendig, die Umgebung wie Tische und Stühle an die Proportionen des Kindes anzupassen (vgl. a.a.O., 9).

MONTESSORI beobachtet bei den Kindern selbst einen Wunsch nach Ordnung, und dass sie beispielsweise Möbel nach dem Verrücken später an denselben Punkt zurückschieben:

> „The children want the same things in the same place, they may move furniture and work in the garden, but they will return it to exactly the same spot." (MONTESSORI, in: LILLARD 2008, 308).

Sie stellt fest, dass bestimmte Gegebenheiten der Umgebung dazu beitragen können, den Ordnungssinn des Kindes sowie dessen planmäßige Handlungen hervortreten zu lassen:

> „Certain material features of the environment […] can facilitate the manifestation of the child’s sense of order, and the child’s orderly actions […]” (LILLARD 2008, 308; Auslassungen: A. L.).

Also lässt sie Möbel entsprechend der Proportion der Kinder herstellen, sorgt für Waschbecken, die tief genug angebracht sind, niedrige Schränkchen mit Vorhängen oder verschließbaren Türen, verschiedene Ziergegenstände und eine freundliche Gestaltung mit Bildern, die auch ausgetauscht werden können (vgl. MONTESSORI GdMP 2008, 98f.; MONTESSORI DEdK 2010, 58f.).

– Aktuelle Bezüge zur *Vorbereiteten Umgebung*

Der Gedanke, die Umgebung für die Erfordernisse der Kinder zu gestalten, ist bei MONTESSORI neu. Heute nennt u. a. MEYER die vorbereitete Umgebung als ein Merkmal guten Unterrichts. Sie ist gekennzeichnet „[…] durch gute Ordnung, funktionale Einrichtung und brauchbares Lernwerkzeug […]“ (MEYER 2010, 167; Auslassungen: A. L.).

Ob es sich um die Einrichtung eines Klassenzimmers oder die Gestaltung des Raums im Kinderhaus handelt, spielt prinzipiell keine Rolle. Wesentlich ist jeweils der Entwicklungsstand der Kinder. Generell gilt:

> „Die Materialien sind in einer den Kindern einsichtigen Ordnung in Funktionsbereiche gegliedert. Die Ordnung dient der Orientierung und der Übersichtlichkeit. Jedes Material wird nach Gebrauch wieder an seinen angestammten Platz zurückgestellt […]“ (WALDSCHMIDT 2006, 59; Auslassung: A. L.).

Auch in der aktuellen Lehrerbildung kommt die Gestaltung des Klassen- und Lernraums zur Sprache. So beschreibt TIETZ für den Kompetenzbereich Erziehen u. a., dass die Lehrkraft lernen soll,

> „[…] den Lern- und Lebensraum so zu gestalten, dass Schülerinnen und Schüler lernen, verantwortlich mit sich, mit anderen und mit Sachen umzugehen.“ (TIETZ 2007, 401; Auslassung: A. L.).

Was damals bei MONTESSORI eine Neuerung darstellt, ist heute unbestritten Inhalt sämtlicher Texte zur Unterrichts- bzw. Klassenzimmergestaltung:

> „Ein kindgemäßer und pädagogisch wirkungsvoller Klassenraum muss den Kindern eine Umwelt bieten, in der sie sich wohl fühlen können, die zu Eigeninitiativen anregt und die den grundlegenden Arbeitsbedürfnissen der Kinder entspricht.“ (MORGENTHAU 2003, 98; Auslassung: A. L.).

Darüber hinaus beschränkt sich der Arbeitsraum in Montessori-Einrichtungen typischerweise nicht auf das Klassenzimmer: die Türen stehen i. d. R. offen und der Flur wird häufig in die Raumgestaltung einbezogen. HERTZBERGER, ein holländischer Architekt hat bereits 25 Schulen, darunter fünf Montessori-Schulen, geplant (vgl. HAMMERER 2009, 52). Er gestaltet u. a. Gangbereiche als Lernstraßen, schafft Lern- und Freizeitzonen außerhalb des Klassenraums und ermutigt, alle technischen Möglichkeiten hierzu auszuschöpfen, da das Klassenzimmer allein nicht ausreiche für ein vielseitiges Schulleben (vgl. a.a.O., 55). Neben dem klassischen Montessori-Material gehören gleichzeitig Sachbücher, Lexika oder adaptiertes Material, das den Prinzipien MONTESSORIS entspricht, zur vorbereiteten Umgebung, insbesondere in einer Schule. Genauso sind Arbeitsgeräte wie Lupen oder Pinzetten sowie Papier, Kleber, Scheren und weiteres Büromaterial vorhanden.

MONTESSORI fasst letztlich das, was sie unter der vorbereiteten Umgebung versteht, in einem Satz zusammen:

> „Die Schule muß der Ort werden, wo das Kind in seiner Freiheit leben kann; und seine Freiheit kann nicht nur jene innere, geistige des inneren Wachstums sein.“ (MONTESSORI SchdK 1996, 135).

Die Freiheit muss sich demnach auch auf äußere Gegebenheiten wie z. B. die Umgebung beziehen. Zum Umfeld gehören zudem Eltern, Lehrer oder Erzieher. Bei MONTESSORI finden sich zur pädagogischen Kraft und dazu, wie sich diese am besten vorbereitet, umfassende Ausführungen. Diese stellen den Inhalt des nächsten Abschnitts dar.

3.2.4.2 Vorbereiteter Erzieher

Eng mit der vorbereiteten Umgebung hängt in der Pädagogik MONTESSORIS die Rolle des Erwachsenen zusammen, die sich hinsichtlich des damaligen klassischen Lehrer- oder Erzieherbilds deutlich verändert. Zunächst wird beschrieben, wie die Aufgaben dieser „neuen Lehrerin“ (MONTESSORI EidSchdK 2003, 129; Anpassung: A. L.) bei MONTESSORI aussehen. Im Anschluss daran erfolgt ein Abschnitt zur Lehrerrolle in aktueller Literatur.

– Der vorbereitete Erzieher bei MONTESSORI

MONTESSORI spricht von einem bestimmten Verhältnis zwischen Lehrer und Kind in ihren Schulen (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 220). Im Vergleich zur damals sonst üblichen Rollenverteilung ergibt sich damit eine wesentliche Änderung. So erfolge eine

> „[…] radikale Verschiebung der Aktivität, die vorher bei der Lehrerin lag und nunmehr in unserer Methode überwiegend dem Kind überlassen bleibt." (MONTESSORI DEdK 2010, 179; Auslassung: A. L.).

Die Tätigkeit der Lehrerin sei damit jedoch keineswegs ausgeschaltet, aber die Lehrkraft

> „[…] wird vorsichtig, feinfühlig und vielfältig. Ihre Worte, ihre Energie, ihre Strenge sind nicht erforderlich, doch es bedarf einer Weisheit, die, dem einzelnen Fall oder den Bedürfnissen entsprechend, umsichtig ist bei der Beobachtung, beim Dienen, beim Herbeieilen oder beim sich Zurückziehen, beim Sprechen oder Schweigen." (a.a.O., 180; Auslassung: A. L.).

Neben der Sorge für eine ansprechende und anregende Lernumgebung (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 250) soll die Lehrkraft noch weitere Vorbereitungen treffen. Sie „[…] muß verführerisch sein, sie muß die Kinder anziehen." (a.a.O., 251). Ihr kommt eine wichtige Rolle zu, die Bereitschaft der Kinder zum Lernen zu wecken.

> „In der Anfangsperiode, wenn die erste Konzentration noch nicht eingetreten ist, muß die Lehrerin wie eine Flamme sein, deren Wärme aktiviert, lebendig macht und einlädt." (ebd.).

Wenn das Kind also noch nicht konzentriert bei der Arbeit ist, setzt die Lehrkraft sich zum Ziel, die Schüler – auch durch ihre Art – zu begeistern und zu einer Aufgabe zu motivieren. Stört ein Kind die anderen in ihrer Arbeit, führt MONTESSORI wiederum an, dass in dieser Situation ein anderes Lehrerverhalten gefordert ist, nämlich die störende Aktion zu unterbrechen. Diese Unterbrechung muss nicht in einem Tadel bestehen, sondern kann sich auch durch positive Aufmerksamkeit zeigen, die dem Kind entgegengebracht wird (vgl. a.a.O., 252). Ein Beispiel wird wie folgt geschildert:

> „‚Wie geht's, Hans? Komm zu mir, ich habe etwas zu tun für dich.' Wahrscheinlich wird Hans davon nichts wissen wollen, und die Lehrerin wird sagen: ‚Gefällt es dir nicht? Na, das macht nichts, dann gehen wir zusammen in den Garten', und die Lehrerin wird mit ihm gehen oder ihn von der Helferin begleiten lassen; so wird das Kind mit seinen Launen direkt der Helferin anvertraut, und die anderen Kinder werden nicht mehr gestört." (ebd.).

Als Vorbereitung – insbesondere für oben beschriebene Situationen – reicht es für eine angehende Lehrkraft dabei nicht aus, sich nur kognitives Wissen im Studium anzueignen:

> „Der Lehrer wäre im Irrtum, der meinte, er könne sich auf seine Aufgabe ausschließlich durch Studium und Anhäufung von Wissen vorbereiten: in allererster Linie ist für ihn eine klare innere Haltung erforderlich.“ (MONTESSORI Ksa 2009, 207).

Außerdem betont MONTESSORI die Verantwortung, die die Lehrkraft für ihr Handeln dem Kind gegenüber trägt. Besonders negative Auswirkungen würden das Kind sein ganzes Leben begleiten (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 121). Das müsse bereits bei der Berufswahl berücksichtigt werden:

> „Die Ausbildung eines Lehrers, der dem Leben helfen soll, verlangt weit mehr als eine einfache intellektuelle Ausbildung; es handelt sich um eine Bildung des Charakters, eine geistige Bildung.“ (ebd.).

Anhand dieser beiden Zitate wird deutlich, welch entscheidende Rolle bereits der Ausbildung der Lehrkräfte zukommt. Zusammenfassend beschreibt MONTESSORI, dass die Aufgabe der Pädagogen darin besteht,

> „[…] dem Kind zu helfen, ohne an seiner Statt für es zu handeln; den Weg zu bereiten, auf dem es spontan vorwärtsschreiten kann; die hauptsächlichen Hindernisse niederzureißen, die es aufhalten könnten; […]“ (MONTESSORI EidSchdK 2003, 129; Auslassungen: A. L.).

Im Zweifelsfall muss jeweils das einzelne Kind als Orientierung dienen, ein Grundsatz, den MONTESSORI von ITARD übernimmt (vgl. O‘ DONNELL 2008, 162).

– Aktuelle Bezüge zum *Vorbereiteten Erzieher*

MONTESSORI spricht in Bezug auf die Lehrkraft u. a. von der „[…] Weisheit, die, dem einzelnen Fall oder den Bedürfnissen entsprechend, umsichtig ist […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 179; Auslassungen: A. L.). Diese Betonung des einzelnen Falls findet man so auch im Zusammenhang mit der inklusiven Didaktik, wo es gleichermaßen gilt, „[…] sich auf alle Schülerinnen und Schüler in konsequenter Individualisierung einzustellen.“ (HEIMLICH 2007a, 77; Auslassung: A. L.). In den „Sonderpädagogischen Standards für die Ausbildung in der zweiten und dritten Phase der Lehrerbildung“ (TIETZ 2007, 398) heißt es u. a., dass Lehrer eine altersgemäße, motivierende Lernumgebung schaffen, auf einen freundlichen Umgangston Wert legen oder für eine entspannte Unterrichtsatmosphäre verantwortlich sind, „[…] die von gegenseitigem Respekt und Wohlwollen geprägt ist […]“ (a.a.O., 402; Auslassungen: A. L.). GUDJONS, der gleichfalls von „[…] der *neuen Rolle* der Lehrkraft [...]“ (GUDJONS 2001, 259; Auslassungen: A. L.) spricht, nennt beispielhaft folgende Aufgaben:

> „Anbieten (statt zwingende Vorschriften zu machen), Bereitstellen von Lerngelegenheiten (statt alles kleinschrittig selbst anzuleiten) […], Anerkennen der eigenständigen Lernwege von Schülern (statt Lernen im Gleichschritt)“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Auch die Bereitstellung von Materialien, die ein selbständiges und selbsttätiges Lernen der Schüler ermöglichen oder die Hilfe, Schüler zu eigenverantwortlichem Handeln zu befähigen (vgl. TIETZ 2007, 402), sind Aspekte des Lehrerhandelns, die sowohl Forderungen MONTESSORIS als auch modernen (sonder-)pädagogischen Standards entsprechen.

Zum Umgang mit schwierigem Schülerverhalten findet man Ausführungen u. a. bei BERGSSON/ LUCKFIEL (2003). Diese beschreiben gewisse Interventionsstrategien, die aktuell im Umgang mit schwierigen Schülern empfohlen werden (vgl. BERGSSON/ LUCKFIEL 2003, 68ff; STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG 2005, 71). BERGSSON beispielsweise fordert im Umgang mit schwierigen Schülern „[…] akzeptierendes und wertschätzendes Zugehen auf das Kind […]“ (BERGSSON/ LUCKFIEL 2003, 51; Auslassungen: A. L.) und betont die Wichtigkeit von aktiven vor re-aktiven Interventionen. Wenn das Kind nicht mehr konzentriert bei seiner Aufgabe ist, kann die Lehrkraft versuchen, die Situation – pro-aktiv – durch Umlenken oder Umgestalten zu klären. D. h. sie soll durch verbale oder psychische Unterstützung auf die Aufgabe zurücklenken bzw. die Aufgabe so anpassen, dass sie noch bewältigt werden kann (vgl. STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG 2005, 75). Wenn das nicht gelingt, ist eine andere, re-aktive Intervention nötig. Das meint möglicherweise auch die Herausnahme aus dem Raum, die besonders dann sinnvoll ist, wenn sie rechtzeitig erfolgt und nicht als Strafe empfunden wird (vgl. a.a.O.; 85; BERGSSON/ LUCKFIEL 2003, 70). Solche Grenzsetzungen erfordern lediglich diese Bedingung:

> „Sie als Pädagogin müssen distanziert bleiben, dürfen nicht aus Ärger oder persönlicher Verletztheit handeln. Nur dann können Sie entscheiden, was das Kind im Moment braucht, um zu lernen, dass es hier eine Warnung erfährt, das Signal, dass eine bestimmte Grenze eingehalten werden muss“ (a.a.O., 69).

Häufig ist in der Pädagogik MONTESSORIS oder im offenen Unterricht die Rede davon, dass die Lehrkraft im Vergleich zum Schüler eher passiv und im Hintergrund bleiben soll. Hier stellt sich die Frage, ob der Erwachsene demnach im Unterschied zu anderen Unterrichtsformen unbedeutender wird. GUDJONS hingegen betont, was eine Lehrkraft für den offenen Unterricht mitbringen muss:

> „Freie Arbeit und Projektunterricht z. B. sind keine bloßen methodischen Varianten, die man wie die unterschiedlichen Formen eines Stundeneinstieges technisch handhaben kann. Sie stellen hohe Anforderungen an das pädagogische Bewußtsein [sic!] und die emotionale Durchhaltekraft von Lehrern und Lehrerinnen.“ (GUDJONS 2003, 190; Einfügung: A. L.).

Die Lehrerrolle ist umso wichtiger, je mehr das Kind im Zentrum steht. Wenn der jeweilige Lern- und Entwicklungsstand des Schülers entscheidet, welche Materialien in der vorbereiteten Umgebung zu finden sein müssen und welche Inhalte für das Kind im Augenblick relevant sind, ist die Kompetenz der Lehrkraft von großer Bedeutung. Genauso fasst LIPOWSKY zusammen,

> „[…] daß die Qualität offener Lernsituationen in erheblichem Umfang von den planerischen, didaktischen, diagnostischen und reflexiven Kompetenzen des Lehrers abhängt.“ (LIPOWSKY 1999, 224; Auslassung: A. L.).

3.2.5 Grundlegende Merkmale des Materials von MONTESSORI

Nach der Darstellung der anthropologischen, pädagogischen und methodischen Grundpositionen MONTESSORIS steht im folgenden Abschnitt das von ihr konzipierte Material im Mittelpunkt der Betrachtung. In vielen Katalogen und Broschüren zahlreicher Schulbuchverlage findet man heute einzelne Seiten, die für Montessori-Material werben. Meistens handelt es sich dabei nicht um das klassische Originalmaterial, das nur bei wenigen Verlagen teuer erhältlich ist. Dennoch weisen die Gegenstände i. d. R. zumindest einzelne Merkmale auf, die MONTESSORI als entscheidende nennt (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 124ff.). In den folgenden Kapiteln werden zunächst die Merkmale genannt und beschrieben, wie sie bei MONTESSORI selbst zu finden sind. Im Anschluss daran erfolgt eine Ergänzung und Erweiterung dieser Annahmen aus aktueller Literatur.

3.2.5.1 Das Merkmal der Ästhetik

Ein Kennzeichen sämtlicher Materialien – und möglichst der gesamten vorbereiteten Umgebung – ist die Ästhetik.

– Das Merkmal der Ästhetik bei MONTESSORI

> „Jeder Gegenstand, auch wenn er eine noch so niedere Funktion hat, muss eine besondere Anziehungskraft besitzen. Die Lappen zum Beispiel, die zum Entstauben dienen, sollten bunt und mit einer Schnur oder einer Schlaufe versehen sein, um sie an einem glänzenden Nagel oder einer anderen Halterung aufzuhängen, die für jeden Lappen bestimmt ist.“ (MONTESSORI PdM 2010, 25).

MONTESSORI schreibt, dass das Kind von den bunten, glänzenden Gegenständen angelockt werden soll, genauso wie in der Natur die farbigen Blütenblätter die Insekten anziehen, damit diese den Nektar aussaugen (vgl. MONTESSORI GdMP 2008, 113).

Beispielhaft zählt MONTESSORI einige Materialien auf, die die Kinder aufgrund ihrer Gestaltung ansprechen, z. B. die Schnürrahmen mit silbernen Knöpfen, die rosa Würfel oder die Spulen mit ihren 63 abgestuften Farben (vgl. ebd.) – „[…] all dies sind einladende Dinge.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Während eine typische Ermahnung Erwachsener an die Kinder lautet, nicht alles mit den Fingern anzuschauen, zielt das Material MONTESSORIS genau darauf ab: Das Kind soll es in die Hand nehmen, erfühlen, ausprobieren, ordnen – dem Gegenstand gehorchen, der in diesem Moment sein stärkstes Tätigkeitsbedürfnis hervorruft (vgl. ebd.). Die Dinge sprechen das Kind an und

> „[…] haben eine Beredsamkeit, die keine Lehrerin jemals erreichen könnte: nimm mich, sagen sie; mach mich nicht kaputt; stell mich auf meinen Platz! […] Oftmals ist es jedoch mehr als eine Stimme, mit der die Dinge rufen: Der Ruf ist ein komplexer Befehl; […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 103; Auslassungen: A. L.).

– Das Merkmal der Ästhetik in aktueller Literatur

Außerhalb der Pädagogik MONTESSORIS findet das Kennzeichen der Ästhetik in der Literatur kaum Beachtung. Die Professorin Dr. HEBENSTREIT, die sich u. a. viel mit MONTESSORI und ihrer Pädagogik auseinandergesetzt hat, betont beispielsweise die Schlichtheit des Materials, außerdem sei es oft

> „[…] aus naturbelassenem, glasiertem Holz, und wenn Farbe eingesetzt wird, dann ist diese ein Hinweis auf eine bestimmte didaktisch-methodische Funktion." (HEBENSTREIT 1999, 81; Auslassung: A. L.).

Letzterem ist nicht uneingeschränkt zuzustimmen, denn warum der Rosa Turm ausgerechnet rosa, die Braune Treppe braun ist, erschließt sich nicht aus methodisch-didaktischen Überlegungen. In den Werken MONTESSORIS findet man dazu keine Angaben. Richtig ist, dass überflüssige Verzierungen o. ä. weggelassen sind und die oben genannten Gegenstände wie Rosa Turm und Braune Treppe beispielsweise nicht bunt, sondern einfarbig gestaltet sind – anders, als es bei Spielzeug für Kinder sonst oft der Fall ist.

3.2.5.2 Begrenzung

– Das Merkmal der Begrenzung bei MONTESSORI

Neben der Ästhetik führt MONTESSORI das Merkmal der Begrenzung als ein Prinzip an, „[…] das bis jetzt sehr wenig verstanden wurde […]" (MONTESSORI DEdK 2010, 127; Auslassungen: A. L.). Dabei sei es „[…] von größtem pädagogischem Interesse […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.). Es beinhaltet zwei Momente: zunächst, dass jedes einzelne Material nur einmal in der vorbereiteten Umgebung vorhanden sein soll. Darüber hinaus muss auch die gesamte Zahl der verfügbaren Materialien überdacht werden. Nach MONTESSORI ist

> „[…] die Menge der Gegenstände zu ermitteln, welche die Kinder bei ihren Aktivitäten tatsächlich benutzen und die sie gedächtnismäßig in der Umgebung zuordnen können. Daraus resultiert die Notwendigkeit, die Anzahl der Dinge einzuschränken. Das Kind, welches sein ‚Haus' betritt, um zu arbeiten, muss sozusagen eine genaue Fotografie davon vor Augen haben und dabei die Genugtuung empfinden, bereits jeden Gegenstand und seinen festen Platz zu kennen." (MONTESSORI PdM 2010, 24; Auslassung: A. L.).

Die Begrenzung des Materials führt also dazu, dass die Umgebung für das Kind überschaubar bleibt und es Ordnungsstrukturen erfahren kann. Es ist ein Trugschluss,

> „[…] dass dem Kind *desto besser geholfen* wird, je mehr Erziehungsmaterial ihm zur Verfügung steht." (MONTESSORI DEdK 2010, 127; Auslassung: A. L.).

– Das Merkmal der Begrenzung in aktueller Literatur

Auch in aktueller Literatur findet man den Aspekt, dass eine reduzierte Menge an Materialien dem Chaos – sowohl im Raum als auch im Geist des Kindes – vorbeugen soll (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 110f.). Neben dieser pädagogisch-didaktischen Überlegung wird mit dem Merkmal der Begrenzung jedoch auch ein sozialerzieherischer Aspekt betont (vgl. HEBENSTREIT 1999, 82): Die Kinder sollen sich absprechen, weil jeweils nur eines über bestimmte Angebote verfügen kann oder sie müssen eine Lösung finden, zusammenzuarbeiten.

In der Schule lässt sich dieses Prinzip nur bedingt umsetzen, wenn es um notwendige Hilfs- oder Anschauungsmittel für die Kinder geht. Rechnen die Schüler z. B. mit dem Perlenmaterial, damit sie bestimmte Aufgaben lösen können, so ist dieses am besten im Klassensatz zur Verfügung zu stellen. Handelt es sich jedoch um Spiele, die in der Klasse angeboten werden, oder auch um den Einsatz von Computern, ist es durchaus sinnvoll, deren Anzahl einzuschränken. In diesem Fall können mit den Kindern Regeln erarbeitet werden, wer wie lange oder wie oft ein bestimmtes Arbeitsmittel nutzen kann.

3.2.5.3 Fehlerkontrolle

„Wer das erste Knopfloch verfehlt, kommt mit dem Zuknöpfen nicht zu Rande.“ (GOETHE, in: LAUTENBACH 2004, 552) – dieses bekannte Zitat von GOETHE (1749-1832) passt gut zur Pädagogik MONTESSORIS. Zum einen erinnert es an die Übungen des praktischen Lebens, zum anderen lässt sich daran das Prinzip der Fehlerkontrolle erklären. Knöpft ein Kind sein Hemd zu und vergisst dabei einen Knopf, so passen am Ende die zwei Seiten des Hemdes nicht übereinander und schließen nicht gleichmäßig ab. Ein Knopf oder Knopfloch bleibt übrig, das Hemd ist nicht richtig geschlossen (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 13). MONTESSORI beschreibt das Prinzip der Fehlerkontrolle an einem weiteren Beispiel. Was sie außerdem zum Umgang mit dem Fehler als bedeutsam erachtet, wird nun aufgezeigt, bevor danach aktuelle Literatur zur Thematik angeführt wird.

– Das Merkmal der Fehlerkontrolle bei MONTESSORI

Bei den Einsatzzylindern handelt sich um ein Sinnesmaterial, das insgesamt vier Holzblöcke umfasst, in denen jeweils zehn Zylinder verschiedener Größe und Ausdehnung stecken, dünne und dicke, hohe und niedrige:

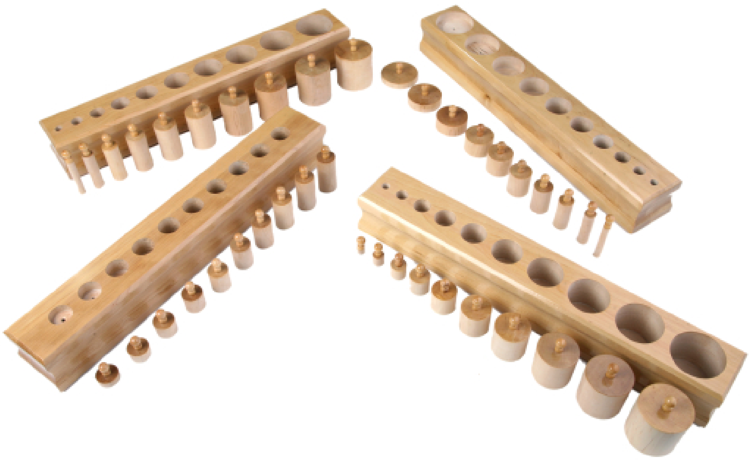


Abb. 3.2: *Einsatzzylinder*[7]

> „Da jede Öffnung genau dem dort hineinzusteckenden kleinen Zylinder entspricht, ist es unmöglich, sie alle verkehrt einzustecken, da am Ende einer übrig sein müsste, und dies verrät den begangenen Fehler.“ (MONTESSORI DEdK 2010, 124).

Ein Kind bemerkt einen möglicherweise auftretenden Fehler demnach selbst und kann ihn verbessern, ohne dass ein Lehrer oder Erzieher es darauf hinweisen muss. Die Rede ist hier auch von einer sachlichen Fehlerkontrolle, einer Kontrolle also durch die Sache – das Material – selbst. Dem Eingreifen und der Korrektur durch den Erwachsenen steht MONTESSORI skeptisch gegenüber. Sie bezweifelt, dass das Kind daraus lernen könne (vgl. MONTESSORI DkK 2007, 220). Früher sei es eine Pflicht der Lehrer gewesen, die Schüler zu verbessern, sowohl moralisch als auch intellektuell, das Erziehungsprinzip habe auf Lohn oder Strafe beruht. Dadurch werde aber dem Kind die Energie genommen, sich selbst zu lenken und es ordne sich nur der ständigen Leitung des Erwachsenen unter (vgl. ebd.). Mit Hilfe der sachlichen Fehlerkontrolle soll das Kind dazu geführt werden, an seine Arbeiten sorgfältig und überlegt heranzugehen. Aufgaben müssen erledigt werden mit großer Aufmerksamkeit und „[…] mit einer verfeinerten Fähigkeit, kleine Unterschiede zu erkennen […]“ (MONTESSORI DEdK 2010, 125; Auslassungen: A. L.).

[7] Einsatzzylinder, Art. Nr 131 (Montessori Lernwelten, URL: http://www.montessori-material.de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

– Das Merkmal der Fehlerkontrolle in aktueller Literatur

In der herkömmlichen Pädagogik zeigt der Fehler auf ein Problem hin: Er zeigt, dass das Kind nicht gut gelernt hat und fordert vom Erwachsenen, sorgfältig auf die Fehler der Kinder zu achten und diese zu verbessern (vgl. HEBENSTREIT 1999, 81). Auch folgende Ansicht war bereits im 19. Jahrhundert vorherrschend und findet sich bis in die heutige Zeit in Unterrichtshandreichungen (vgl. WEINGARDT 2004, 74):

> „Es ist wichtig, Kindern sofort mitzuteilen, ob ihre Reaktionen richtig sind. Wird ein Fehler nicht gleich verbessert, bleibt er in der Erinnerung haften und wird gelernt.“ (FROSTIG/ MASLOW 1978, 60).

Empirisch wird dieses Argument jedoch nie hinreichend fundiert (vgl. WEINGARDT 2004, 74). Für Pädagogen und Sonderpädagogen heute gehört der Fehler zum Lernprozess dazu und wird als wertvoll und positiv erachtet, da er u. a. auch Kompetenzen aufzeigt (vgl. HEIMLICH/ LOTTER/ MÄRZ 2005, 17). HAEBERLIN wirft zudem einen Blick auf das Fehlende und betont die Frage nach dem,

> „[…] was dem Kind […] noch fehlt, damit der Fehler nicht gemacht würde oder aber damit er vom Erwachsenen nicht negativ bewertet werden müßte [sic!]“ (HAEBERLIN 1999, 92; Auslassungen u. Einfügung: A. L.).

Buchtitel wie „Lob des Fehlers“ (KAHL 1999) oder „Nur wer Fehler macht, kommt weiter“ (CASPARY 2008) belegen diese neue Fehlerkultur ebenfalls. Insbesondere die Fehleranalyse gilt z. B. im Bereich des Rechtschreibens oder in der Mathematik als wichtiges Diagnoseinstrument (vgl. GANSER 2006, 7ff.; HEIMLICH/ LOTTER/ MÄRZ 2005, 17ff.; STRAßBURG 1998, 209ff.; WEDEL-WOLFF 2003, 136ff.).

3.2.5.4 Isolierung einer einzigen Eigenschaft

Ein weiteres Merkmal, das unbedingt zum Montessori-Material gehört, ist die „Isolierung einer einzigen Eigenschaft im Material“ (MONTESSORI DEdK 2010, 123). An mancher Stelle ist auch von der „Isolation der Schwierigkeit“ (FISCHER 2005, 354) die Rede.

– Das Merkmal der Isolierung eine einzigen Eigenschaft bei MONTESSORI

MONTESSORI will herausstellen, dass es bei jedem Material jeweils um *eine* spezielle Sache geht. Bei den Würfeln des Rosa Turms – oder Klötzen, wie MONTESSORI sie nennt (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 148f.) – wäre das beispielsweise nicht die Farbe, sondern die unterschiedliche Größe der einzelnen Bausteine. Die Aufgabe lautet, aus den Klötzchen einen Turm zu bauen. Jeder der massiven Würfel ist um die jeweils gleiche Einheit kleiner als der vorhergehende: der Unterschied in der Kantenlänge beträgt zwischen zwei benachbarten Würfeln jeweils 1 cm. Außerdem besteht die Serie von Würfeln im Rosa Turm aus zehn Kuben und beinhaltet damit die Dimensionen des Dezimalsystems – ohne dass dies bei den sehr jungen Kindern thematisiert wird. Die älteren Kinder können entdecken, dass der kleine Einerwürfel 1000-mal in den größten Kubus passen würde.

Abb. 3.3: *Rosa Turm*[8]

Will man eine einzige Eigenschaft in einem Gegenstand oder einer Serie von Gegenständen isoliert herausstellen, so sind untereinander vollkommen gleiche Stücke zu schaffen, die sich nur in der besonderen Funktion in verschiedenen Abstufungen unterscheiden. MONTESSORI beschreibt dazu exemplarisch:

> „Falls wir Gegenstände zurechtlegen wollen, die zum Beispiel zur Unterscheidung von Farben dienen, müssen sie gleich in Stoff, Form und Abmessungen sein und nur in der Farbe differieren." (a.a.O., 123).

Genauso wie man die Eigenschaft der Gegenstände isolieren kann, ist es in gewissem Umfang auch möglich, den Sinn des Menschen zu isolieren. Beim Tasten ist es z. B. leichter, wenn der Gegenstand nicht gleichzeitig Wärme leitet, also Temperatureindrücke vermittelt; für den Menschen, der den Gegenstand erfühlt, ist es von Vorteil, wenn er sich in einem ruhigen und dunklen Raum befindet und weder Gehör- noch Sehsinn den Tasteindruck beeinflussen (vgl. ebd.).

---

[8] Rosa Turm, Art.-Nr. 0.024.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

– Das Merkmal der Isolierung eine einzigen Eigenschaft in aktueller Literatur

> „In unserer Umwelt weist jeder Gegenstand viele Eigenschaften zugleich auf: Farbe, Form, Gewicht, Geruch, Klang usw. In dem didaktischen Material wird aus dieser Fülle von Eigenschaften, die auf unterschiedlichen Ebenen liegen, jeweils eine Dimension isoliert hervorgehoben, damit das Kind sie genauer erkennen kann.“ (HEBENSTREIT 1999, 80).

Stellt man sich z. B. verschieden große Würfel oder Bauklötzchen vor, die Kleinkindern angeboten werden, um daraus einen Turm zu bauen, so haben die einzelnen Steine i. d. R. unterschiedliche bunte Farben, damit es schöner und ansprechender aussieht. Oft handelt es sich nicht um richtige Würfel, sondern um hohle Formen aus Kunststoff, damit sie in sich stapelbar und leicht zu transportieren sind.

Ziel der Isolierung einer Eigenschaft im Material ist die Fähigkeit des Kindes, seine Wahrnehmung zu differenzieren und Klarheit in der Unterscheidung ähnlicher Dinge zu gewinnen. Erreicht werden soll das wiederum im handelnden Umgang des Kindes mit den Dingen seiner Umgebung (vgl. HOLTSTIEGE 2009, 103). Damit ist gleichzeitig ein weiteres Merkmal des Montessori-Materials angesprochen, das der Aktivität.

3.2.5.5 Aktivität und Wiederholung

– Das Merkmal der Aktivität und Wiederholung bei MONTESSORI

MONTESSORI stellt als wesentliches Merkmal des Materials seine Eignung für die Tätigkeit des Kindes heraus (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 126). Es reicht demnach nicht, wenn das Material qualitativ hochwertig ist, didaktischen Erfordernissen oder ästhetischen Ansprüchen entspricht. Vielmehr muss es Anregungen zum Handeln bieten.

Zunächst soll ein Gegenstand Neugier hervorrufen,

> „[…] doch wenn das Kind einen unveränderlichen Gegenstand nur ‚sehen’ oder ‚hören’ oder ‚anfassen’ darf, ist sein Interesse oberflächlich und springt von einer Sache zur anderen über.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Ein gutes Material muss also dazu geeignet sein, dass es „[…] umgestellt, benutzt und wieder an seinen Platz gebracht werden […]“ (a.a.O., 126f.; Auslassungen: A. L.) kann, damit es länger als einen Tag für die Kinder attraktiv ist. Wenn eines der Ziele der Materialarbeit bei MONTESSORI ist, dass Gegenstände nicht nur einmal benutzt werden, beinhaltet dies gleichzeitig das Prinzip der Wiederholung. MONTESSORI meint dazu, dass wir

v. a. das wiederholen, was wir am besten wissen, was uns begeistert und was uns entspricht (vgl. a.a.O., 360).

> „Doch um zu wiederholen, muss *zunächst* das zu Wiederholende *existieren*. Das Wissen entspricht dieser Existenz, dieser *notwendigen Voraussetzung, dem Unerlässlichen*, um mit der Wiederholung der Akte *beginnen zu können*; in der *Wiederholung* und nicht im Lernen liegt die *Übung* […].“ (a.a.O., 361; Auslassung: A. L.).

– Das Merkmal der Aktivität und Wiederholung in aktueller Literatur

MANDL führt die Aktivität als ein konstruktivistisch geprägtes Prozessmerkmal an. Demnach ist Lernen ein aktiver Prozess und kann nur dann effektiv sein, wenn es die aktive Beteiligung des Lernenden einschließt (vgl. MANDL 2010, 21). „Dazu sind Motivation und Interesse notwendige Voraussetzungen.“ (ebd.). Auch JÜRGENS betont das pädagogische Prinzip der Selbsttätigkeit (vgl. JÜRGENS 2010, 45):

> „In der ‚aktiven’ Schule soll den Schülerinnen und Schülern ermöglicht werden, ihr eigenes (angeborenes) Aktivitätsbedürfnis in der Bearbeitung von unterrichtsthematischen Phänomenen, Sachverhalten, Experimenten u. v. m. auszuschöpfen.“ (ebd.).

Mit dem zweiten Aspekt, dem der Wiederholung, beschäftigt sich u. a. AEBLI. Er nennt in seinem Werk über die „Zwölf Grundformen des Lehrens“ (AEBLI 2001) als eine Grundform das „Üben und Wiederholen“ (a.a.O., 326), das er folgendermaßen beschreibt:

> „Es ist, wie wenn sich diese Lernprozesse dem Nervensystem besonders tief einprägten, wie wenn die Abläufe in ihm Bahnen hinterließen, in denen sie sich geläufig und sicher, d. h. mit geringer Störungsanfälligkeit, vollziehen.“ (ebd.)

Das Durcharbeiten, das der Übung und Wiederholung vorausgeht, schafft Klarheit und Verständnis in Bezug auf den zu lernenden Stoff, aber erst durch wiederholtes Üben wird das Wissen „robust und solide“ (ebd.). Auch der nächste Gedanke ist im Zusammenhang mit der Pädagogik MONTESSORIS interessant, nämlich „[…] daß es ein Üben als Mittel zum Zweck und ein Üben als Selbstzweck gibt.“ (a.a.O. 335; Auslassung: A. L.).
Wenn das Üben um seiner selbst willen geschieht, stellt es eine Tätigkeit dar, die deshalb erfolgt, „[…] weil man an ihrem Vollzug Freude und Befriedigung empfindet.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Auf die Schule übertragen bedeutet es, dass eine Übung, z. B. die Wiederholung der Einmaleinsreihen, deshalb erfolgen kann, um komplexere Multiplikationsaufgaben in der benoteten Probearbeit zu lösen. Geschieht die Übung als Selbstzweck,

so trainiert ein Schüler beispielsweise den Umgang mit dem Zirkel, weil es ihm Spaß macht, diverse Muster oder Figuren zu entwerfen. Beachtet man die Bedeutung der Motivation, so ist die Übung als Selbstzweck der Übung als Mittel zum Zweck vorzuziehen.

Zusammenfassend gilt, dass die beiden Prinzipien der Aktivität und Wiederholung am besten zu erreichen sind, wenn das Material an die jeweiligen Entwicklungsbedürfnisse des Kindes angepasst ist. FISCHER nennt daher als eigenes Merkmal des Materials diese Devise: „Der Entwicklungsstufe entsprechend“ (FISCHER 2005, 356). Erst wenn der Ist-Stand des Kindes und die Anforderung des Materials zusammenpassen, stellt die Aufgabe eine Herausforderung dar und weckt Interesse (vgl. ebd.): das Kind wird tätig und kann das Material wiederholt einsetzen, bis es sich neuen Aufgaben zuwendet.

3.2.6 Mathematik in der Pädagogik MONTESSORIS

Nach der Darstellung wichtiger Grundpositionen innerhalb der Pädagogik MONTESSORIS sowie entscheidender Merkmale des Materials steht im Folgenden die Mathematik bei MONTESSORI im Zentrum. Zunächst wird beschrieben, was die Pädagogin unter dem „mathematische[n] Geist“ (MONTESSORI DkK 2007, 162; Anpassung: A. L.) versteht. Danach folgen mathematikdidaktische Aspekte bezogen auf die Pädagogik MONTESSORIS. An einigen Beispielen wird schließlich gezeigt, wie der Abstraktionsgrad innerhalb der Mathematikmaterialien zunimmt.

3.2.6.1 Der mathematische Geist

– Der mathematische Geist bei MONTESSORI

MONTESSORI beschreibt in ihrem Werk „Das kreative Kind“ (MONTESSORI DkK 2007) u. a. zwei Fähigkeiten des Menschen: zum einen, dass sich dieser von Natur aus Dinge vorstellen kann, die er nicht sieht und zum anderen, dass er zur Abstraktion in der Lage ist (vgl. a.a.O., 164). MONTESSORI spricht bei letzterem von der „[…] Fähigkeit, Synthesen zu machen, das heißt aus den unzähligen Dingen der Umgebung ein Alphabet herauszuziehen.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Auch die Erfindung des Alphabets führt sie als konkretes Beispiel an. MONTESSORIS Intelligenzbegriff umfasst ebenfalls genau diese zwei Inhalte, also die Vorstellungskraft sowie die Abstraktionsfähigkeit (vgl. ebd.; STEENBERG 2007, 119). Jener Teil des intelligenten Geistes wiederum, „[…] der sich durch die Exaktheit aufbaut […]" (MONTESSORI DkK 2007, 165; Auslassungen: A. L.), wird „mathematischer Geist" (ebd.) genannt. Ursprünglich prägt diesen Begriff der französische Philosoph, Physiker und Mathematiker PASCAL (1623-1662), der angibt, dass die Form des menschlichen Geistes eine mathematische sei (vgl. ebd.). MONTESSORI bezeichnet diese Geistesform des Menschen als ein „[…] Schema, in das sich alle durch direkte Wahrnehmung oder Vorstellung erworbenen Reichtümer einordnen können […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Beobachtet hat MONTESSORI den mathematischen Geist bereits beim sehr jungen Kind in der Beschäftigung mit dem Sinnesmaterial. Dieses dient demnach sowohl als Schlüssel zur Erforschung der Umgebung als auch zur Entwicklung des mathematischen Geistes (vgl. ebd.). Dabei beobachtet MONTESSORI, dass sich Kinder, wenn man sie die präzise Ausführung einer Arbeit lehrt, genau für diese Exaktheit interessieren (vgl. ebd.). Als mögliche Gründe für dieses Interesse wird als erstes angeführt, dass die Kinder ein konkretes Ziel mit ihrer Tätigkeit erreichen wollen. Zweitens hält möglicherweise diese exakte Ausführung sie konstant bei ihrer Aufgabe. Die dritte Erklärung wäre, dass die Kinder – ohne dass sie sich dessen bewusst sind – durch die Präzision einen Entwicklungsfortschritt erreichen (vgl. ebd.).

– Aktuelle Bezüge zum mathematischen Geist

> „Wer das Arbeitsmaterial Montessoris für die mathematische Bildung kennenlernt, wird von ihrer hohen mathematischen Begabung überrascht sein. […] Schon mancher Mathematiker, der es kennenlernte, war begeistert davon und wünschte, es in seinem Unterricht zu gebrauchen." (HELMING 1997, 117; Auslassung: A. L.).

MONTESSORI geht davon aus, dass jeder Mensch und damit jedes Kind mathematische Bildung erlangen kann. Das gilt, auch wenn es Unterschiede bezüglich der mathematischen Begabung gibt (vgl. a.a.O., 118).

> „Für Montessori […] steckt in jedem gesunden Kind ein ‚mathematischer Geist', der sich schon dadurch offenbart, dass das Kind durch das Augenmaß vergleichen und differenzieren kann. Das Mathematikmaterial verstärkt die

> kindlichen Fähigkeiten, indem es ihm Gelegenheit zu ruhigem, selbständigem und eingehendem Nachdenken gibt.“ (BÖHM 2004b, 30; Auslassung: A. L.).

Der mathematische Geist wirkt also in jedem Kind, auch ohne Unterstützung eines Erwachsenen. Vielmehr ist genau die Selbsttätigkeit des Kindes notwendig und entscheidend, damit sich mathematische Fähigkeiten entwickeln:

> „Nur in Verbindung mit der freien Hingabe an die Arbeit wird sich der Charakter dieses Materials voll auswirken können und ein mathematisches Denken heranreifen.“ (HELMING 1997, 117).

HOHMANN-BUSCH verweist auf die Bedeutung des Sinnesmaterials im Zusammenhang mit der mathematischen Bildung. Damit werden Gleichheiten und Unterschiede festgestellt, Eigenschaften benannt und auch das Zählen bei alltäglichen Handlungen wird geübt (vgl. HOHMANN-BUSCH 2004, 177). Es handelt sich also um Aktivitäten, die für den Mathematikerwerb nachweislich eine wichtige Rolle spielen (vgl. Kapitel 4). STEENBERG fasst zusammen, dass es sich beim mathematischen um einen ordnenden Geist handle, der im divergenten und konvergenten Denken sowie bei korrespondierenden Handlungen in Erscheinung tritt (vgl. STEENBERG 2007, 120).

3.2.6.2 Mathematikdidaktische Aspekte in der Pädagogik MONTESSORIS

In der Pädagogik MONTESSORIS gibt es neben dem mathematischen Geist noch weitere Aspekte, die sich gezielt auf die Mathematik bzw. das Mathematikmaterial beziehen. Dazu gehören die Offenheit und Struktur sowie der Begriff der materialisierten Abstraktion (vgl. MONTESSORI DEdK 2010, 210). Diese Punkte werden im Folgenden genauer erläutert.

– Offenheit und Struktur

MONTESSORI ist der Ansicht, dass Lerninhalte nicht zuerst kleinschrittig angeboten werden, sondern zunächst das Ganze vorgestellt wird, bevor man sich später einzelnen Aspekten zuwendet. So wird in der Geographie nicht mit dem Heimatort des Kindes begonnen, sondern als Erstes eine einfach strukturierte Weltkugel betrachtet und mit den Händen erfühlt. Ähnlich ist es in der Mathematik: Zahlenräume werden nicht zuerst auf 10 begrenzt und schließlich auf 20, später 100, 1000 usw. erweitert. Vielmehr sind die Zahlenräume von Anfang an offen: „Das Kind kann schon im ‚Kinderhaus' zehn und auch hundert schreiben;" (MONTESSORI EidSchdK 2003, 148).

Bereits in der ersten Klasse wird der Zahlenraum bis 1000 eingeführt, das Perlenmaterial ermöglicht Rechenoperationen mit Ergebnissen bis 9999. Die Struktur des Materials, die insbesondere das Dezimalsystem betont, macht es möglich, dass zu Beginn der Grundschulzeit damit gearbeitet werden kann, ohne die Schüler zu überfordern. Der logische Aufbau der einzelnen Materialien sowie die Reihenfolge ihres Einsatzes erleichtern die Orientierung zusätzlich. Darauf wird im Kapitel 3.2.6.3 noch eingegangen.

Mit den numerischen Stangen, die am besten vor Schulbeginn vorgestellt werden, lösen die Kinder erste Aufgaben wie

7 + 3 = 10 oder 10 – 4 = 6 (vgl. a.a.O., 143).

MONTESSORI kritisiert dieses Material jedoch schnell als „[…] zahlenmäßig zu begrenzt […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.) und führt deswegen das Perlenmaterial ein (s. Kapitel 3.2.6.3), mit dem sie bei den fünfeinhalbjährigen Kindern große Erfolge erzielt (vgl. a.a.O., 144). Das Ziel MONTESSORIS ist dabei, dass das Kind die Zone der nächsten Entwicklung erreicht und nicht auf dieser Ebene des hantierenden Rechnens mit Perlen verbleibt. Der Einsatz der Übungen mit den Perlenstäben soll vielmehr zu schnellem und sicherem *Kopfrechnen* führen (vgl. ebd.). Ein positives Ergebnis des Materialeinsatzes wäre entsprechend, dass das Kind selbst feststellt: „‚Ich rechne im Kopf und bin daher schneller'. Damit ist dann die Zeit dieses Materials vorüber […]" (ebd.; Auslassung: A. L.).

MONTESSORIS Anspruch ist also kein dauerhafter Einsatz jeglichen Materials. Vielmehr soll sich die Notwendigkeit von Hilfsmitteln letztlich erübrigen, weil die mathematischen Inhalte verstanden sind und sicher angewendet werden können.

– Der Begriff der materialisierten Abstraktion

Um den Begriff der materialisierten Abstraktion zu verstehen, werden zunächst der absorbierende Geist sowie die Sinnesmaterialien mit dem mathematischen Geist in Verbindung gebracht. Wie bereits erwähnt, dient für MONTESSORI insbesondere das Sinnesmaterial der Entwicklung des mathematischen Geistes. Um zu erklären, was mit der materialisierten Abstraktion gemeint ist, beginnt MONTESSORI mit der Definition der Abstraktion:

> „Abstrakte Ideen sind synthetische Begriffe des Geistes, der, unabhängig von den wirklichen Dingen, daraus einige gemeinsame Eigenschaften absondert, die gerade nicht für sich selbst existieren, sondern nur in wirklichen Gegenständen. So ist zum Beispiel das Gewicht eine Abstraktion, weil es nicht in sich existiert. Nur ‚Gegenstände, die ein Gewicht haben', existieren." (MONTESSORI DEdK 2010, 210).

Genauso wie das Gewicht stellen z. B. Form oder Farbe von Gegenständen Abstraktionen dar. MONTESSORI stellt fest, dass Kinder, die Gegenstände in die Hand nehmen oder betasten, um sie zu begreifen, am wenigsten zur Abstraktion fähig zu sein scheinen (vgl. ebd.). Gleichzeitig fragt sie, ob das daraus resultiert, dass ein entsprechender Gegenstand fehlt, um die abstrakte Größe zu fassen oder das Kind tatsächlich kognitiv nicht in der Lage dazu ist, die abstrakte Idee der Eigenschaften zu fassen (vgl. ebd.). Dies führt schließlich zu folgender Überlegung:

> „Wenn es uns […] gelingt, die abstrakte Idee zu ‚materialisieren', indem wir sie dem Kind in geeigneter Form darbringen – also in Form *betastbarer Gegenstände* –, ist dann sein Geist fähig, sie zu bewerten, sich gründlich dafür zu interessieren?" (ebd.; Auslassung: A. L.).

Um das herauszufinden, wird das Sinnesmaterial eingesetzt, das u. a. Farbe, Dimension, Gewicht, Geräusch oder Duft dem Kind „[…] greifbar, unterschieden und in Abstufungen geordnet […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.) anbietet. Dadurch wird eine Klassifizierung und Analyse der Eigenschaften möglich und das Kind arbeitet konzentriert und ernsthaft damit (vgl. ebd.).

> „Es sieht wirklich so aus, als seien die Kleinen dabei, die höchste Eroberung zu machen, zu der ihr Geist in der Lage ist: das Material erschließt ihrem Verstand Wege, die ihnen sonst im kindlichen Alter unzugänglich wären." (ebd.).

Um die abstrakten Inhalte der Mathematik Kindern begreifbar zu machen, entwickelt MONTESSORI das entsprechende Material. Dieses wird im nächsten Abschnitt exemplarische vorgestellt. Besonders soll anhand der Auswahl gezeigt werden, wie der Grad der Abstraktion mit den einzelnen Materialien zunimmt.

3.2.6.3 Zunehmende Abstraktion der Mathematikmaterialien an ausgewählten Beispielen

Die Arbeit mit dem Material soll die Aktivität des Kindes hervorrufen und – im Falle des Mathematikmaterials – Rechenoperationen konkret erfahrbar machen. Als erste Materialien zur Mathematik werden die numerischen Stangen vorgestellt. Der Anspruch MONTESSORIS ist letztlich jedoch die Loslösung von der Handlungsebene und schließlich die Abstraktion (vgl. THOM 2010, 843ff.). Deshalb bauen die Mathematikmaterialien nach einer festen Reihenfolge aufeinander auf und werden jeweils ein Stück weniger konkret. Dies soll am Beispiel des goldenen Perlenmaterials bis hin zum Schachbrett der Multiplikation im Folgenden aufgezeigt werden. Gleichzeitig stehen damit der Aufbau und die Konzeption der entsprechenden Materialien im Mittelpunkt. Auf alle Mathematikmaterialien soll in dieser Arbeit nicht eingegangen werden, da diese zum einen weit darüber hinausgehen, was im Rahmen der Grundschulmathematik bedeutend ist. Zum anderen soll durch die ausgewählten Materialien v. a. betont werden, dass sie den Schlüssel darstellen,

> „[…] der dem Kind erlaubt, in die Welt der Zahlen einzudringen und schon zu hohen Zahlen aufzufliegen, statt an Kleinigkeiten gebunden zu sein. Es braucht nur von 1 bis 9 zählen zu können, dann kann es mit Hilfe dieses Materials auch bis 100, bis 1000, bis 100000 weiterzählen." (HELMING 1997, 119; Auslassung: A. L.).

Bei Interesse an der Gesamtheit der Mathematikmaterialien sei verwiesen auf die „Psychoarithmetik" (MONTESSORI P-PA 2000). Dort wird der Einsatz sämtlicher Anschauungsmittel erläutert. Die erste Ausgabe dieses Werks erscheint 1934 in Barcelona (vgl. BAUMANN 2000, 13), Originalzitate und Begriffe sind daher auf Spanisch angegeben.

– Erstes arithmetisches Material

Als Vorbereitung auf die Mathematik dient das Sinnesmaterial. Dazu gehören u. a. die zehn Roten Stangen.

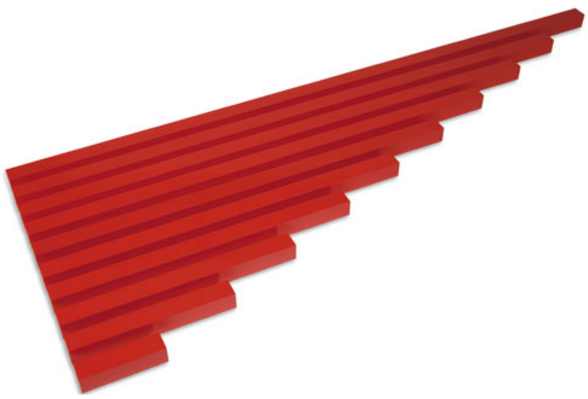


Abb. 3.4: *Rote Stangen*[9]

[9] Rote Stangen, Art.-Nr. 0.026.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

Ziel der Arbeit damit ist, „[…] Längenunterschiede zu erkennen und zu benennen […]“ (FREY/ HEINZ/ KRÖMMELBEIN 2007, 54; Auslassungen: A. L.). Außerdem bereiten sie auf die Arbeit mit den numerischen Stangen vor (vgl. ebd.). Der Unterschied zu diesen besteht lediglich darin, dass – wie der Name sagt – bei den Roten Stangen alle Stäbe einfarbig rot sind. Zahlen und das Zählen spielen hier noch keine Rolle, die visuelle Wahrnehmung der Unterschiedlichkeit ist wichtig.

Noch im Vorschulalter lernen die Kinder erste mathematische Materialien im eigentlichen Sinn kennen. Dazu gehören für MONTESSORI z. B. die numerischen Stangen. Diese bestehen aus zehn prismaförmigen Stäben mit einem quadratischen Querschnitt von 2,5 cm Seitenlänge. Die erste Stange, die gleichzeitig als Einheit dient, ist 10 cm lang, die weiteren jeweils 10 cm länger bis hin zum letzten Stab mit 100 cm. Nur das kürzeste Stück – der Einer – ist einfarbig rot, alle anderen neun Stangen besitzen 10 cm lange Abschnitte, die abwechselnd rot und blau lackiert sind (vgl. MONTESSORI P-PA 2000, 23).

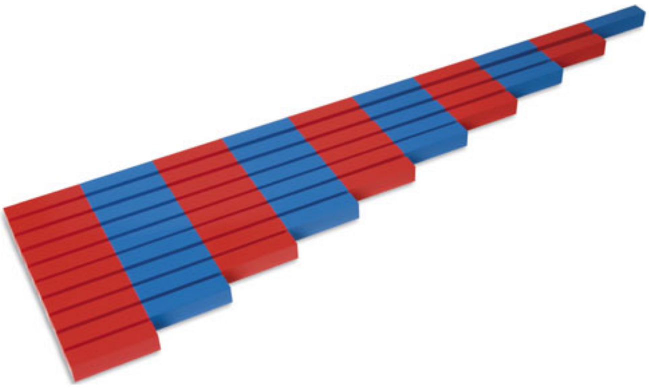


Abb. 3.5: *Numerische Stangen*[10]

Zu den numerischen Stangen gehören außerdem ein kleiner Kartensatz aus Holz mit den Ziffern von 1 bis 9 sowie ein größeres Brettchen mit der 10. Ursprünglich sind diese Zahlen aus Sandpapier aufgeklebt (vgl. MONTESSORI P-PA 2000, 25); heute sind das zwei getrennte Materialien: die Sandpapierziffern auf der einen Seite und der Kartensatz zu den numerischen Stangen auf der anderen. MONTESSORI ist es wichtig, zur Festigung dieses Bildes – also der gestuft angeordneten Stangen – auch „[…] die *Zahlensymbole* einzuführen und sie mit den entsprechenden Quantitäten in Verbindung zu bringen.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Sie begründet es damit:

[10] Numerische Stangen, Art.-Nr. 0.027.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

> „Die Tatsache, dass man jedem Zahlensymbol die gesamte Quantität in Form eines einzigen Gegenstandes zuordnen kann […], macht die Assoziation zwischen Zahlensymbol und Quantität einfach und klar. Es reicht also, die Ziffer neben die entsprechende Stange zu legen, um sich den Zusammenhang rasch einzuprägen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

MONTESSORI schreibt, dass die Kinder beim Einsatz der numerischen Stangen ca. 4 ½ Jahre alt sind, bereits schreiben können oder zumindest die Buchstaben des Alphabets kennen (vgl. ebd., 23f.). Außerdem würden sie in der Familie bereits selbst zählen oder hätten jedenfalls dabei zugehört, wie jemand zählt (vgl. a.a.O., 24). Dies ist heute nicht unbedingt vorauszusetzen: Kinder, die in die erste Klasse kommen, bringen unterschiedlichste Kompetenzen mit, ihre Vorerfahrungen und Kenntnisse sind sehr heterogen. Insbesondere Schulanfängern in Sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklassen fehlen häufig „schulrelevante Basiskompetenzen" (MÄRZ 2007, 79), also

> „[…] Fähigkeiten und Fertigkeiten, die als unmittelbare Voraussetzungen für den Aufbau fachspezifischer Kompetenzen des Rechnens, Lesens und Schreibens angesehen werden." (a.a.O., 81).

Materialien wie die Numerischen Stangen gehören also nicht nur in Kindergarten oder Kinderhaus, sondern finden – abhängig vom Entwicklungsstand der Kinder – Verwendung auch zu Schulbeginn.

– Das goldene Perlenmaterial

Dem Stellenwertsystem kommt eine wichtige Bedeutung beim Rechnen zu. Wenn dieses nicht verstanden ist, kommt es im Zahlenraum bis 20, spätestens aber im Zahlenraum bis 100 oder gar 1000 zu Schwierigkeiten. GERSTER schreibt beispielsweise:

> „Viele ‚rechenschwache' Kinder wissen nicht Bescheid über die Zusammensetzung von 48 aus 40 und 8." (GERSTER 2009, 261).

Auch die Lösung dieser Rechenaufgabe weist auf Schwierigkeiten mit dem Dezimalsystem hin. Hier kommt ein Schüler zu folgender Lösung:

> „57 + 25 = 712" (WESSOLOWSKI 2007, 315).

Dieser hat nicht verstanden, was mit dem Zehner von 7 + 5 = 12 passiert und hat ihn aufgeschrieben. Vermutlich hat er keine Probleme bei Aufgaben ohne Zehnerübergang. Einem guten Rechner wäre aufgefallen, dass das Ergebnis dieser Aufgabe gar nicht so groß sein kann und es nachgeprüft. Der Überschlag als Kontrollmöglichkeit hilft Kindern mit Rechenschwierigkeiten hingegen nicht, weil sie oft nur einen unvollständigen Zahlbegriff und fehlerhafte Rechenstrategien entwickelt haben. Eine gründliche Schülerbeobachtung ist hilfreich und notwendig, um Schwierigkeiten beim Rechnen beispielsweise nicht mit zu wenig Sorgfalt des Schülers zu verwechseln:

> „Immer wieder auftretende Fehler beim Schreiben und/oder Lesen mehrstelliger Zahlen, insbesondere solcher mit Nullstellen, lassen sich in der Regel nicht auf reine ‚Schlamperei' zurückführen, sondern sind oftmals ein Hinweis, dass die Systematik des dekadischen Positionssystems nicht verstanden wurde." (ROCHMANN/ WEHRMANN 2009, 95).

MONTESSORI legt mit ihrem Material einen besonderen Schwerpunkt auf das Verständnis von Dezimal- und Stellenwertsystem und beschreibt dieses als „[…] Grundlage für das Ordnen von Zahlen." (MONTESSORI P-PA 2000, 29; Auslassung: A. L.).

> „Infolgedessen muss der erste Schritt darin bestehen, dem Kind den *Aufbau des Dezimalsystems* begreiflich zu machen, *nicht* ihm das Zählen und Rechnen beizubringen, denn diese beiden Tätigkeiten könne mit Hilfe der einfachen Mechanismen, die das Dezimalsystem birgt, vollzogen werden." (a.a.O., 30).

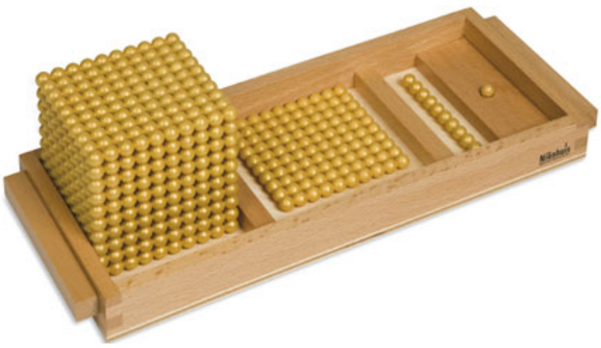


Abb. 3.6: *Goldenes Perlenmaterial – zur Einführung*[11]

Das goldene Perlenmaterial dient dieser Aufgabe und wird entsprechend sogar „Material zur Darstellung des Dezimalsystems" (a.a.O., 32) genannt. Dass die Arbeit mit dem Perlenmaterial nicht schwierig ist, bringt MONTESSORI hier zum Ausdruck:

> „Den Kindern das Dezimalsystem anhand eines Materials zu vermitteln, ist klar und praktisch und dabei von solcher Einfachheit, dass das Dezimalsystem zu einem für Kinder geeigneten Spielzeug werden kann." (a.a.O., 31).

[11] Feste Perlen, Kunststoff, Art.-Nr. 0.250.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

Weiter betont sie dennoch, dass dem Kind kein Spielzeug in die Hand gegeben wird, sondern ein „exaktes Studienmaterial" (ebd.), mit dem die Schwierigkeiten überwunden werden können, die in den Schulen üblicherweise auftreten (vgl. ebd.).

Das Perlenmaterial besteht aus losen Perlen und aus Stäben mit je zehn auf Draht aufgefädelten Perlen (vgl. a.a.O., 32). Außerdem gibt es die „*Perlenquadrate*" (a.a.O., 33). Hier sind jeweils zehn der oben erwähnten Stäbe zu einem Quadrat verbunden, d. h. es sind hundert Perlen enthalten. Zehn dieser Hunderterquadrate wiederum bilden einen Würfel aus tausend Einzelperlen. Dieser – so MONTESSORI – „[…] soll zunächst einmal das Ziel und die Grenze des Systems darstellen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Abb. 3.7: *Goldenes Perlenmaterial im Überblick*[12]

Zum Perlenmaterial gehören außerdem die „*Ziffernkarten*" (ebd.), die in aktuellen Kursen und Verlagen meist als Kartensätze oder Zahlenkarten bezeichnet werden[13]. Der Begriff Ziffernkarten ist auf die Übersetzung aus dem Spanischen zurückzuführen, wo es „el material de cifras" (MONTESSORI PA 1934, 20) heißt. Da es sich jedoch ab den Karten mit den Zehnern um Zahlen und nicht um Ziffern handelt, wird im Folgenden von Kartensätzen gesprochen. Sie

> „[…] bestehen aus einer Reihe von Kärtchen, deren Dimensionen proportional zu den entsprechenden Stellenwerten sind, wobei die Zahlen für jeden Stellenwert eine andere Farbe haben." (MONTESSORI P-PA 2000, 33; Auslassung: A. L.).

Die Einer sind jeweils grün, die Zehner blau, Hunderter rot und Tausender wiederum grün. Die Kartensätze gibt es aus Holz sowie aus Kunststoff.

[12] Goldenes Perlenmaterial, Art.-Nr. 0.083.MC (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

[13] vgl. Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012)

Abb. 3.8: *Große Zahlenkarten 1-1000*[14]

Die Kärtchen mit den neun Einern haben alle die gleiche Größe, die

> „[…] für die neun Zehner sind dagegen doppelt so breit, denn auf ihnen muss ja noch die Null Platz finden. Die Hunderter-Kärtchen sind dreimal so breit wie die Kärtchen für die Einer, um zwei Nullen Platz zu bieten. Viermal so breit wie die Einer ist schliesslich [sic!] der Tausender […].“ (ebd.; Auslassungen u. Einfügung: A. L.).

Mit diesem Material bietet sich eine Vielzahl von Übungen an. Eine besteht darin, die Quantitäten des gleichen Stellenwerts und die dazugehörenden Kärtchen aufzureihen, also z. B. die Zehnerstangen, daneben die 10, 20, 30 oder die Hunderterplatten, daneben die Kartensätze mit 100, 200, 300 usw. Egal, welche Mengen oder Kartensätze verwendet werden – also Einer, Zehner oder Hunderter –, der Aufbau bleibt jeweils gleich. Wenn das Kind von eins bis neun zählen kann,

> „[…] dann ist es ebenso einfach, die Kärtchen untereinander aufzureihen, ob noch Nullen dahinter stehen oder nicht.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Die Übungen, die die Kinder machen, sind denen aus dem Vorschulalter sehr ähnlich. Einer, Zehner, Hunderter und Tausender werden gezählt, wobei die Schwierigkeit nicht größer ist, wenn die Quantität zunimmt, da alles zur gleichen Zeit auf die gleiche Weise vermittelt wird (vgl. ebd.).

Eine weitere Übung, die mit dem Perlenmaterial gezeigt wird, ist das Bilden großer Zahlen (vgl. a.a.O., 34). Hier geht es nicht allein darum zu zählen, sondern zu erfahren, dass jede beliebige Zahl – zunächst im Zahlenraum zwischen 1 und 1999 – aus einer begrenzten Menge von Gegenständen besteht.

---

[14] Große Zahlenkarten 1-1000, Art.-Nr. 0.069.C0 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

MONTESSORI führt als Beispiel die 958 auf, die zusammengesetzt werden kann aus

9 Perlenquadraten (je hundert),

5 Stäbchen (je zehn) und

8 einzelnen Perlen.

Bereits die stark verkleinerte Abbildung zeigt die Dimension der Zahl. Gerade den Kindern wird durch das Perlenmaterial die Quantität von Mengen bewusst. An dieser Stelle bieten sich auch Vergleiche zu den Zahlen an, die aus den gleichen Ziffern gebildet werden, also 589, 598, 859, 895 sowie 985. Die Kinder werden von Beginn angehalten, die gleiche Ordnung einzuhalten wie bei den geschriebenen Zahlen, d. h. die Hunderter sind links und rechts davon Zehner und Einer.

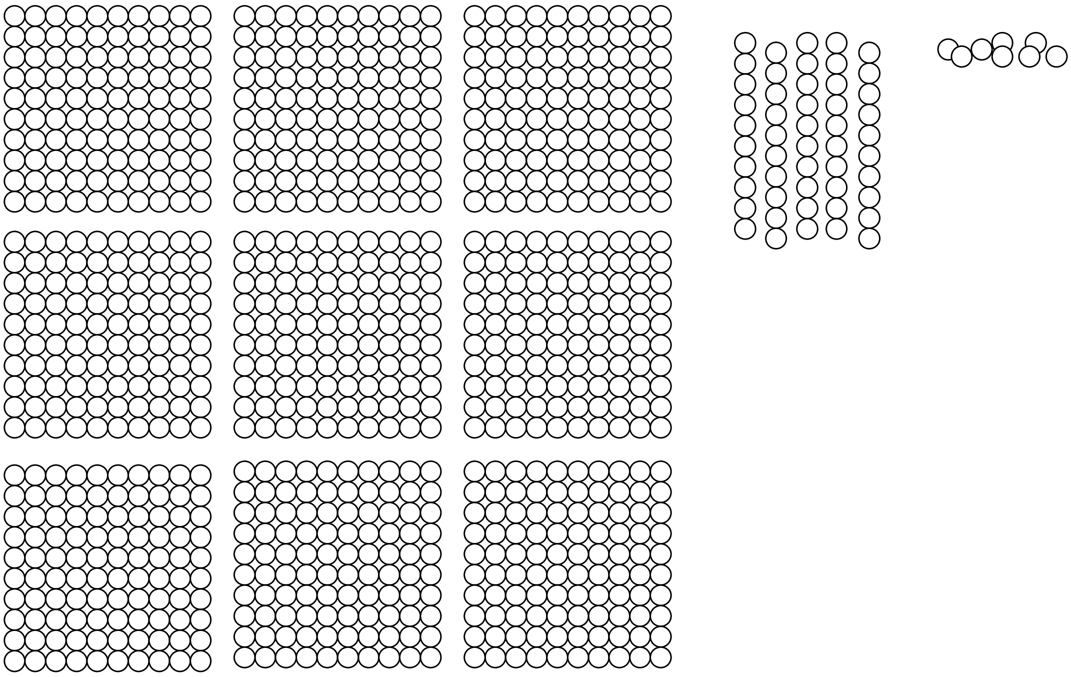


Abb. 3.9: *Perlenmaterial am Beispiel der Zahl 958 (erstellt: A. L.)*

Entsprechendes gilt für den Kartensatz: man wählt die Zahlenkarten mit 900, 50 und 8.

900

50

8

Die Karten lassen sich so übereinander legen, dass die 50 die zwei Nullen der 900 bedeckt und die 8 die Null der 50.

9	5	8

Ersichtlich wird bei der Arbeit mit dem Perlenmaterial und dem Kartensatz also die Zerlegung bzw. Zusammensetzung großer Zahlen und zwar

> „[…] sowohl bezüglich der effektiven Quantitäten mit den damit zusammenhängenden Gruppierungen der Einheiten gemäss [sic!] dem Dezimalsystem als auch in bezug [sic!] auf die numerischen Symbole, durch die sie dargestellt werden.“ (a.a.O., 35; Auslassung und Einfügungen: A. L.).

Zu beachten ist, dass die Kinder zu diesem Zeitpunkt noch nicht die richtigen Bezeichnungen der mehrstelligen Zahlen kennen müssen. Sie lesen also nicht „neunhundertachtundfünfzig“, sondern „9 Hunderter, 5 Zehner, 8 Einer“. Die Zahlwörter werden in einer eigenen Einheit vermittelt (vgl. a.a.O., 37). Zunächst liege die Schwierigkeit beim Übergang von der Zehn zur Zwanzig. MONTESSORI schlägt dazu konkret vor, Kärtchen herzustellen,

> „[…] auf denen das Wort zehn stets in der gleichen Farbe erscheint, wogegen der andere Teil des Zahlwortes […] jeweils eine andere Farbe aufweist.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Diese Überlegungen setzt sie zunächst für die spanische Sprache um, für die deutschen Zahlen sieht es entsprechend so aus:

rot		schwarz
	elf	
	zwölf	
drei	-	zehn
vier	-	zehn
fünf	-	zehn
sech	-	zehn
sieb		zehn
acht	-	zehn
neun	-	zehn

Abb. 3.10: *Vorschlag für Zahlwörter (nach MONTESSORI P-PA 2000, 38; erstellt: A. L.)*

Diese Vorgehensweise lässt sich diskutieren, bereits an dieser Stelle sei auf die Schwierigkeiten in der deutschen Sprache bei der Bezeichnung der Zahlen hingewiesen (vgl. GAIDOSCHIK 2007, 162ff.). Zum Perlenmaterial gibt es noch zahlreiche weitere Übungs- und Einsatzmöglichkeiten, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann. Bereits sämtliche Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) sind damit durchführbar. Generell ist wichtig, dass der Ablauf

– Einführung des Materials,
– Einführung der Zahlensymbole,
– Verknüpfung von Material und Symbolen

bei MONTESSORI immer so eingehalten wird. Speziell für das Perlenmaterial gilt, dass hier die Dimension bzw. Wertigkeit im Material abgebildet wird, d. h. der Tausender ist schwerer und tausendmal größer als die Einerperle, im Hunderterquadrat stecken – auch sichtbar – genau zehn Zehnerstangen usw. Das nächste Material, das Markenspiel, wird etwas abstrakter.

– Das Markenspiel

Abb. 3.11: *Das Markenspiel*[15]

Das Markenspiel besteht aus kleinen Holztäfelchen – ca. 3.5 x 2 x 0,5 cm – auf denen die jeweiligen Serien aufgedruckt sind: die Tausenderserie auf grüne Täfelchen, die Hunderter auf roten, die Zehner auf blauen und die Einerserie wiederum auf grünen Täfelchen (vgl. MONTESSORI P-PA 2000, 67). Ursprünglich besteht das Material aus Heftchen, aus denen die Briefmarken mit der Schere ausgeschnitten wurden, heute ist das Material aus Holz und die Bezeichnungen sind im Text oder Zitaten von MONTESSORI entsprechend angepasst (vgl. BAUMANN, in: MONTESSORI P-PA 2000, 66). Viele, die mit dem Material nicht vertraut sind, fragen sich, warum die Tausender und die Einer einheitlich grün sind. Das resultiert daraus, dass es sich gewissermaßen mit den Tausendern genauso verhält wie mit den Einern: man zählt wiederum Ein-Tausend, Zwei-Tausend, Drei-Tausend usw.. MONTESSORI spricht von einer anderen Familie: bei Einern, Zehnern, Hundertern handelt es sich um die einfache Familie, bei den *Ein*-Tausendern, später *Zehn*- und *Hundert*-

[15] Markenspiel, Art.-Nr. 0.082.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

Tausendern um die Tausenderfamilie. Entsprechend wären Zehntausender – wie die Zehner – blau gefärbt, Hunderttausender – wie die Hunderter – rot. Mit der ersten Million beginnt die Familie der Millionen, entsprechend wäre sie wieder grün. Das Material zur Hierarchie der Zahlen verdeutlicht das:

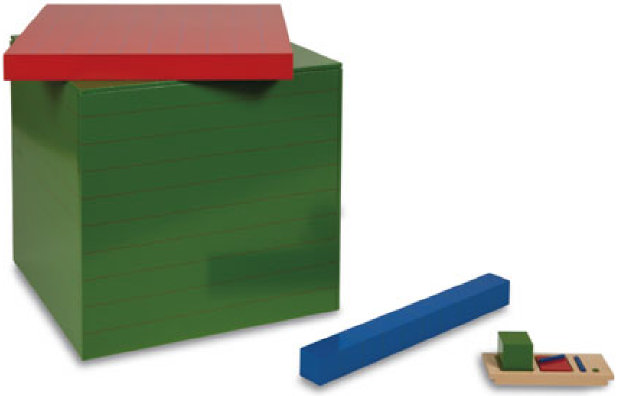


Abb. 3.12: *Hierarchie der Zahlen*[16]

Zunächst wird das neue Material eingeführt, am besten, indem neben die entsprechende Quantität und das Symbol aus dem Perlenmaterial das neue Holztäfelchen gelegt und erklärt wird, dass z. B. das Hunderterquadrat und das rote Plättchen gleich viel wert sind, nämlich 100. Wenn die Begriffe geübt und klar sind, kann damit gearbeitet werden.

Die Zahl 6859 sieht wie folgt aus:

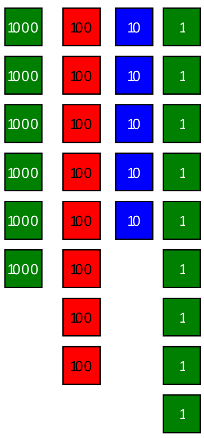


Abb. 3.13: *Zahldarstellung mit dem Markenspiel (erstellt: A. L.)*

> „Die Zahlen stellen die Einheiten von vier verschiedenen Stellenwerten dar, und durch das Zusammensetzen von Reihen dieser Einheiten können aus vielen Ziffern bestehende Zahlen zusammengesetzt werden. Ein Beispiel: Um die Zahl Sechstausendachthundertneunundfünfzig zusammenzusetzen, werden die […]

[16] Hierarchie der Zahlen, Art.-Nr. 0.132.A0 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

> Quantitäten abgetrennt, indem man die nötigen Serien der entsprechenden Holztäfelchen zusammenstellt.“ (MONTESSORI P-PA 2000, 67; Auslassung: A. L.).

Im Unterschied zum Perlenmaterial wird jetzt von der Größe der Holzplättchen nicht mehr deutlich, um welchen Wert es sich handelt. Das ist allein aus den aufgedruckten Zahlenwerten ersichtlich. Mit diesem Material lässt sich jedoch besser und handlicher rechnen als mit dem Perlenmaterial, z. B. kann man von den 6859 die Zahl 4237 subtrahieren. MONTESSORI erklärt, dass bei der Subtraktion nur eine der Zahlen effektiv ist (vgl. ebd.). Dies ist deutlich daran zu sehen,

> „[…] dass nur diese erste Zahl mittels des Materials zu bilden ist, wogegen die andere nur die von der ersten zu subtrahierende Quantität darstellt.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Wird von 6859 die Zahl 4237 subtrahiert, wird die Aufgabe so gelegt:

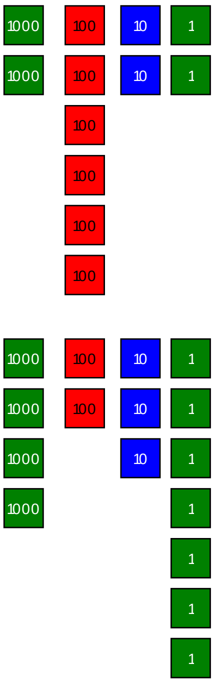


Abb. 3.14: *Subtraktion mit dem Markenspiel (erstellt: A. L.)*

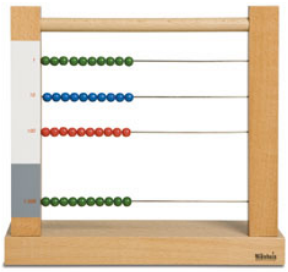
> „Nach dieser Operation bleiben zwei Gruppen übrig; die abgetrennte und die andere, die den Rest der ursprünglichen Quantität darstellt.“ (ebd.).

Auch Subtraktionen mit Zehnerübergang werden entsprechend geübt, was ebenfalls exakt bei MONTESSORI beschrieben wird (vgl. a.a.O., 68). Deutlich soll an dem obigen Beispiel werden, dass das Markenspiel eine Stufe abstrakter ist als das Perlenmaterial vorher (vgl. MILZ 2004, 266). Letztlich soll das Kind in die Lage versetzt werden, solche Aufgaben ganz ohne gegenständliche Hilfe zu lösen. Als Zwischenstufe schaltet MONTESSORI jedoch noch ein weiteres Material dazwischen, die sogenannten Rechenrahmen.

– Der kleine und der große Rechenrahmen

Das Markenspiel ist nach der Einführung leicht zu verstehen und auch für Kinder mit Lernschwierigkeiten gut geeignet.

> „Hingegen bedarf es zweifelsohne einer kurzen und klaren Erklärung der Lehrerin, um ein weiteres Entwicklungsmaterial, das sozusagen symbolisch für das Zehnersystem ist, einzuführen.“ (MONTESSORI EidSchdK 2003, 146).

a) 

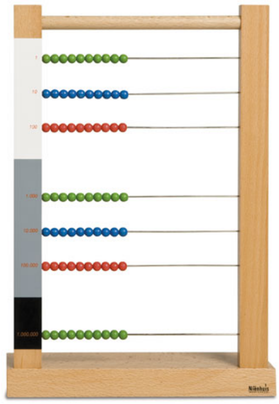
b) 

Abb. 3.15: *a) Kleiner und b) Großer Rechenrahmen*[17]

Bei diesem neuen Material handelt es sich um zwei Rechenrahmen – ihrer Größe entsprechend als der kleine und der große Rechenrahmen bezeichnet. Beide stehen aufrecht, bei dem kleinen gibt es vier waagerechte Drähte mit je 10 Perlen, wobei die ersten drei Drähte jeweils gleichen Abstand voneinander haben, die vierte Reihe ist etwas weiter von der benachbarten entfernt (vgl. ebd.). Auf der Seite sind neben den Drähten die Zahlen 1, 10, 100 und weiter unten die 1000 notiert. Dem Kind wird nun erklärt,

> „[…] dass wir *annehmen*, dass der Wert jeder einzelnen Perle der ersten Reihe eins ist, wie jener der Einerperlen; dass hingegen jede Perle der zweiten Reihe die Einheit zehn darstellt (und somit dem Zehnerstäbchen entspricht); und dass der Wert der Perlen der dritten Reihe der Hunderterkette entspricht.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

[17] Kleiner bzw. Großer Rechenrahmen, Art.-Nr. 0.093.00 bzw. 0.094.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/ (letzter Zugriff: 20.03.2012))

Die Perlen der etwas abgesetzten Reihe stellen jeweils 1000 dar. Die Farben sind die gleichen wie beim Markenspiel: die Perlen der Einer grün, die der Zehner blau, die der Hunderter rot und die der Tausender wiederum grün.

Der große Rechenrahmen unterscheidet sich vom kleinen darin, dass er drei weitere Drähte enthält, deren Perlen dann die Zehntausender, Hunderttausender und die Millionen repräsentieren. Die Zehntausenderperlen sind wie die Zehner blau, die Hunderttausender rot, die Millionenperlen wiederum grün. Letztere gehören zu der neuen Familie der Million, d. h. eine Million, zwei Millionen, drei Millionen usw. werden jeweils dargestellt durch eine grüne Perle, die Zehnmillionenperle – wenn es sie gäbe – wäre blau gefärbt. Mit dem großen Rechenrahmen lässt sich also in viel größeren Zahlenräumen rechnen als z. B. mit dem Markenspiel. Gleichzeitig wird deutlich, dass die Rahmen eine weitere Abstraktionsstufe darstellen, da der Wert der einzelnen Perle nur noch aus ihrer Position am jeweiligen Draht und aus dem Aufdruck am Rand hervorgeht. Die Arbeit mit den Rechenrahmen ist verbunden mit einer Verschriftlichung der einzelnen Aufgabe (vgl. ebd.). Damit wird angestrebt, dem Ziel, die Aufgaben ohne Material schriftlich zu rechnen, näher zu kommen. Die Erfahrung in den Ausbildungskursen und Beobachtungen in den Montessori-Klassen zeigen, dass dieses Material bereits sehr anspruchsvoll ist und vielen Kindern sehr schwer fällt. MONTESSORI selbst schreibt:

> „Es ist nicht einfach für die Kinder mit diesen Wertsymbolen umzugehen; aber je mehr die Kinder sich mit dem Anschauen, Zählen und Studieren der Ketten beschäftigt haben, desto einfacher ist es für sie. Wenn also in den Kindern das Konzept der Zusammenhänge zwischen eins, zehn, hundert und tausend gereift ist, wird es für sie immer leichter, die sogenannten Stellvertreter zu erkennen und mit ihnen umzugehen." (ebd.).

Wie mit dem Material gearbeitet und gerechnet wird, ist bei MONTESSORI nachzulesen (vgl. a.a.O., 146ff.). An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, dass beispielsweise die Subtraktion mit Zehnerübergang ziemlich kompliziert wird. Kindern – v. a. mit Rechen- oder Wahrnehmungsschwierigkeiten – fällt es schwer, den Überblick zu behalten. Sie sind sich beispielsweise schnell nicht mehr sicher, in welche Richtung die Perlen zu schieben sind. Außer Acht darf insgesamt deshalb nie gelassen werden, dass es

> „[…] zum Prinzip dieser Pädagogik gehört, […], dass jedes Kind, vom Kinderhaus (Kindergarten) an, sich seinem individuellen Entwicklungsstand entsprechend mit dem jeweiligen Material beschäftigt." (MILZ 2004, 271; Auslassungen: A. L.).

– Zusammenfassung zur zunehmenden Abstraktion des Mathematikmaterials

Mit der exemplarischen Darstellung einiger wichtiger Mathematikmaterialien von MONTESSORI sollte deutlich werden, dass die Materialarbeit selbst nicht das Ziel ist. Angefangen vom Perlenmaterial über das Markenspiel bis hin zu den Rechenrahmen wird aufgezeigt, welche Stufen im Aufbau und Verinnerlichungsprozess des mathematischen Denkens zu vollziehen sind (vgl. ebd.). MILZ betont außerdem, dass

> „[…] der pädagogische Weg nicht nur vertikal von einer Stufe zur nächsten führt. Das gesamte Material […] führt ebenfalls in einer breiten waagerechten Ebene zur Vertiefung und Verallgemeinerung.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Neben der Isolierung der Schwierigkeiten liegt der Wert der Pädagogik MONTESSORIS ebenfalls im systematischen Aufbau neuropsychologischer Funktionen zur Entwicklung mathematischen Denkens: So führt der Weg von den Sinnesempfindungen zur Wahrnehmung, von dort zur Vorstellung, von der Vorstellung dann über die Handlung letztlich hin zur Abstraktion (vgl. ebd.).

3.2.7 Zusammenfassung der Pädagogik MONTESSORIS

Mit der Beschreibung wesentlicher Grundaussagen zur Pädagogik MONTESSORIS sollte zum einen deutlich werden, aus welch unterschiedlichen Komplexen sich ihre Theorie zusammensetzt. Zum anderen wurde gezeigt, dass die Pädagogik sich keineswegs auf das Montessori-Material allein beschränkt. Die exemplarische Vorstellung einzelner Mathematikmaterialen stellt eine Basis für die Studie im 6. Kapitel dar, wo untersucht wird, inwieweit sich die Verwendung dieser Materialien auf die mathematischen Kompetenzen von Kindern mit Lernschwierigkeiten auswirkt.

3.3 Die Pädagogik MONTESSORIS für Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten

3.3.1 Empirische Ergebnisse zur Pädagogik MONTESSORIS

Beschäftigt man sich wissenschaftlich mit der Pädagogik MONTESSORIS, so stellt sich auch die Frage, welche empirischen Ergebnisse dazu vorliegen. Insgesamt finden sich relativ wenige Untersuchungen. Aktuell setzten sich beispielsweise zwei türkische Wissenschaftler mit dem Effekt der Montessori-Methode auf den Erwerb erster geometrischer Konzepte auseinander (vgl. ÖNGÖREN/ TURCAN 2009, 1163ff.). Weitere empirische Ergebnisse zur Pädagogik MONTESSORIS werden kurz im folgenden Abschnitt aufgezeigt. Untersuchungen bei Schülern mit Lernschwierigkeiten werden besonders hervorgehoben.

3.3.1.1 Empirische Ergebnisse zur Pädagogik MONTESSORIS generell

LILLARD und ELSE-QUEST untersuchen die Wirkung der Pädagogik MONTESSORIS bezogen auf soziale und fachliche Fähigkeiten bei fünf- bzw. zwölfjährigen Kindern (vgl. LILLARD/ ELSE-QUEST 2006, 1893f.). Die Gruppe der Fünfjährigen in der ersten Klassenstufe der Montessori-Schule schneidet dabei sowohl im Bereich des Verhaltens als auch bezogen auf einzelne Fächer besser ab als die Kinder der Vergleichsgruppe:

> „By the end of kindergarten, the Montessori children performed better on standardized tests of reading and math, engaged in more positive interaction on the playground, and showed more advanced social cognition and executive control."
> (a.a.O., 1894).

Am Ende der Grundschulzeit ergibt sich bei den Zwölfjährigen, dass Kinder der Montessori-Schule kreativere Aufsätze schreiben, komplexere Satzstrukturen verwenden und positivere Antworten auf soziale Dilemmata finden (vgl. ebd.). Bezogen auf die Mathematik ergeben sich gleichwertige Leistungen bei beiden Gruppen (vgl. FISCHER 2007, 2).

Für den deutschsprachigen Raum fasst FISCHER Untersuchungen ab den 50er Jahren zusammen (vgl. FISCHER 1997, 187ff.). Während im Bereich des Kindergartens nur wenige publizierte empirische Untersuchungen vorliegen (vgl. a.a.O., 187f.), gibt es einige Ergebnisse im Grundschulbereich, die sich mit Aspekten wie Schulleistung, Arbeitsverhalten oder sozialen Interaktionen befassen (vgl. a.a.O., 189ff.). SUFFENPLAN veröffentlicht einen Artikel zu den Lernstandsergebnissen von VERA (VERgleichsArbeiten) 2004 bei Montessori-Schulen in Nordrhein-Westfalen (vgl. SUFFENPLAN 2006, 18ff.). Dieser ergibt ein relativ hohes Leistungsniveau von Viertklässlern in den Fächern Deutsch und Mathematik in Montessori-Klassen (vgl. a.a.O., 50ff.). Auch im Bereich der Sekundarstufe wurden einige Untersuchungen veröffentlicht (vgl. FISCHER 1997, 197).

Im Rahmen dieser Arbeit sind jedoch insbesondere Ergebnisse interessant, die sich auf Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten beziehen.

3.3.1.2 Empirische Ergebnisse zur Pädagogik MONTESSORIS bei Schülern mit Lernschwierigkeiten

In den Siebziger und Achtziger Jahren wurden von NEISE und SUFFENPLAN Untersuchungen durchgeführt (vgl. NEISE 1984, 389ff.; SUFFENPLAN 1984, 398ff.). NEISE setzte sich mit grundlegenden Prinzipien der „Montessori-Methode“ (NEISE 1984, 389) und deren Eignung für die Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten bzw. geistiger Behinderung auseinander. Bei der Gruppe der Kinder mit geistiger Behinderung zeigen sich insgesamt größere Leistungssteigerungen in den Bereichen der Intelligenz und der Feinmotorik. Auch die Ergebnisse im passiven Wortschatz waren besser als in den Kontrollklassen, wo sich kaum eine Änderung ergab. Fortschritte zeigten sich dabei sowohl bei jüngeren (7-10 Jahre) als auch bei älteren Schülern (bis 17 Jahre) (vgl. a.a.O., 397).

Mit der Pädagogik MONTESSORIS bei Schülern mit geistiger Behinderung befasst sich BIEWER (1997). Er untersucht u. a. deren Lernverhalten in Phasen der Freiarbeit. Generell zeigt sich dabei kein grundlegender Unterschied zur Arbeitsweise von Grundschulkindern, die nach der Methode MONTESSORIS arbeiten (vgl. BIEWER 1997, 170). Die praktische Arbeit zeigt zudem, dass auch bei Kindern mit geistiger Behinderung die Montessori-Methode eine Grundlage zum Lesenlernen bietet, wenn sie um weitere Materialien und Anregungen ergänzt wird (vgl. a.a.O., 172f.). Dennoch müsse die Leselernmethode nach MONTESSORI bei diesen Schülern noch genauer untersucht werden (vgl. a.a.O., 173). SCHMUTZLER fasst trotz der wenig aktuellen Ergebnisse zusammen:

> „Die Wirksamkeit der Montessori-Pädagogik auch bei lernbehinderten und geistig behinderten Schülern konnte für die Bereiche Sprache, Mathematik, Motorik, Intelligenz und Leistungsmotivation nachgewiesen werden. In den Prinzipien der Montessori-Pädagogik und speziell der differenzierenden Freiarbeit liegt natürlich auch die Begründung für die praktische Möglichkeit der Integration lernschwacher, behinderter und ausländischer Kinder bzw. Kinder verschiedener Kulturen.“ (SCHMUTZLER 2009, 318).

Weitere aktuelle Forschungen wären an dieser Stelle dringend notwendig, um die Ergebnisse, die z. T. inzwischen knapp 30 Jahre zurückliegen, zu überprüfen.

3.3.2 Integration und Inklusion im Zusammenhang mit der Pädagogik MONTESSORIS

Im folgenden Abschnitt soll dargestellt werden, inwieweit sich Gedanken zur Integration und Inklusion in der Pädagogik MONTESSORIS wiederfinden. Zunächst erfolgt dazu eine kurze Begriffsklärung zur Integration und Inklusion, bevor im Anschluss die Brücke zu Überlegungen MONTESSORIS geschlagen wird.

3.3.2.1 Begriffsklärung: Integration und Inklusion

> „Integration in *allgemein sozialer Bedeutung* zielt auf die Durchsetzung der uneingeschränkten Teilhabe und Teilnahme behinderter Menschen an allen gesellschaftlichen Prozessen, vom Kindergarten über die Schule, in der Freizeit, im Wohnen und in der Arbeit.“ (BUNDSCHUH/ HEIMLICH/ KRAWITZ 2007, 136).

Betont wird, dass der Integrationsgedanke sich nicht nur auf die Schule bezieht, sondern darüber hinaus auch vor- und außerschulische Bereiche in den Blick nimmt.
Aus soziologischer Sicht differenziert HILLMANN den Begriff. Er sieht Integration als Wiederherstellung eines Ganzen und zwar bezogen auf diese Bereiche:

– einzelne Personen, die integriert werden in Gruppen, Organisationen oder relevante Bereiche der Gesellschaft,
– Integration zwischen verschiedenen Gruppen, Schichten, Klassen und Rassen einer Gesellschaft sowie
– Integration zwischen unterschiedlichen Gesellschaften, damit sich neue gemeinsame kulturelle Strukturen und soziale Ordnungen herausbilden (vgl. HILLMANN 2007, 383).

Heute wird zunehmend im Unterschied zur Integration der Inklusionsbegriff gesehen, der seit der Erklärung von Salamanca der UNESCO von 1994 gewissermaßen eine Weiterentwicklung der Integration darstellt (vgl. BUNDSCHUH/ HEIMLICH/ KRAWITZ 2007, 139).
In inklusiven Schulen

> „[…] soll die Qualität des pädagogischen Angebotes von vornherein so erhöht werden, dass eine Aussonderung von Schülern mit besonderen Bedürfnissen ausgeschlossen werden kann.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Das Ziel einer inklusiven Pädagogik ist letztlich „[…] die selbstverständliche Teilhabe aller Kinder […]“ (BEHR 2009, 25; Auslassungen: A. L.) und damit die Berücksichtigung aller „[…] Dimensionen von Heterogenität […]“ (HINZ 2002, 357; Auslassungen: A. L.). BIEWER zieht ebenfalls aus der Erklärung von Salamanca den Schluss, dass die zentralen Begriffe „inclusion“ oder „inclusive schools“ lauten (vgl. BIEWER 2001, 261). Abschließend fasst er zusammen:

> „Schulen sollen alle Kinder einbeziehen, unabhängig von ihren körperlichen, intellektuellen, sozialen, emotionalen, sprachlichen und sonstigen Voraussetzungen." (ebd.).

Weiter heißt es, dass diese inklusive Schule als die Schule für alle angesehen werden kann (vgl. ebd.). Nach dieser kurzen Einführung in die Begrifflichkeit zur Integration und Inklusion wird im kommenden Abschnitt zunächst die schulische Situation in Bayern dargestellt. Im Anschluss daran wird versucht aufzuzeigen, wie sich die Pädagogik MONTESSORIS bezüglich der Integration bzw. Inklusion verhält.

3.3.2.2 Integration und Inklusion in Bayern

Die Integrations- bzw. Inklusionsdebatte wird aktuell nach wie vor geführt. Obwohl die Behindertenrechtskonvention (vgl. VEREINTE NATIONEN) seit dem 26. März 2009 geltendes Recht in Deutschland ist, besuchen nach wie vor die meisten Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf nicht die allgemeine Schule: Im Schuljahr 2007/ 2008 sind das in Bayern 77 % der Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf, die Volksschulen zur sonderpädagogischen Förderung bzw. Schule für Kranke besuchen (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS 2009, S. 20). Der Anteil an Kindern, die inzwischen integriert unterrichtet werden, hat sich zwar seit dem Schuljahr 1995/ 96 von 10 auf 20 % verdoppelt (vgl. ebd.), dennoch kann nicht von einer zufrieden stellenden Situation die Rede sein, was den Ausbau der Integration anbelangt.

Im Artikel 24 der UN-Behindertenrechtskonvention heißt es, dass das Recht von Menschen mit Behinderung auf Bildung anerkannt wird (vgl. GESETZ ZU DEM ÜBEREINKOMMEN DER VEREINTEN NATIONEN VOM 13. DEZEMBER 2006 ÜBER DIE RECHTE VON MENSCHEN MIT BEHINDERUNGEN […]. 2008[18]). Um dieses Recht zu realisieren, gewähren die Vertragsstaaten u. a. ein integratives Bildungssystem mit dem Ziel,

> „*a)* die menschlichen Möglichkeiten sowie das Bewusstsein der Würde und das Selbstwertgefühl des Menschen voll zur Entfaltung zu bringen […];
> *b)* Menschen mit Behinderungen ihre Persönlichkeit, ihre Begabungen und ihre Kreativität sowie ihre geistigen und körperlichen Fähigkeiten voll zur Entfaltung bringen zu lassen;" (a.a.O., Art. 24 Abs. 1; Auslassung: A. L.).

[18] Gesetz zu dem Übereinkommen der Vereinten Nationen vom 13. Dezember 2006 über die Rechte von Menschen mit Behinderungen sowie zu dem Fakultativprotokoll vom 13. Dezember 2006 zum Übereinkommen der Vereinten Nationen über die Rechte von Menschen mit Behinderungen. Vom 21. Dezember 2008. URL: http://www.un.org/Depts/german/uebereinkommen/ar61106-dbgbl.pdf (letzter Zugriff: 20.03.2012)

Des Weiteren stellen die Vertragsstaaten sicher, dass

> „[…] *d*) Menschen mit Behinderungen innerhalb des allgemeinen Bildungssystems die notwendige Unterstützung geleistet wird, um ihre erfolgreiche Bildung zu erleichtern; […]“ (a.a.O., Art. 24 Abs. 2; Auslassungen: A. L.).

Inzwischen ist mit der Änderung des Bayerischen Gesetzes über das Erziehungs- und Unterrichtswesens bezüglich der Inklusion im Jahr 2011 schon ein erster Schritt unternommen (vgl. BayEUG Art. 2; Art. 30a, 30b; Art. 41[19]). Heimlich fordert darüber hinaus, dass sich die Sonderpädagogik unter dem Leitbild inklusiver Bildung weiterentwickeln muss (vgl. Heimlich 2011, 52). Beispielsweise müssten Sonderpädagogen fest zum Kollegium aller Allgemeinen Schulen gehören. Verfahren zur Diagnostik, Intervention und Evaluation sind an neue Erfordernisse anzupassen, und auch eine Reform der Lehrerbildung muss angedacht werden – „[…] und zwar sowohl der sonderpädagogischen als auch der Lehrerbildung für alle anderen Lehrämter.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Auch für Schor sind insbesondere zwei Faktoren unverzichtbar, um in Bayern inklusive Erfolge zu erzielen:

> „[D]ie Ausweitung und Verlagerung sonderpädagogischer Ressourcen an die allgemeine Schule, vor allem aber die Professionalisierung der dort tätigen Lehrkräfte. Weder sie noch die Kinder und Jugendlichen mit sonderpädagogischem Förderbedarf verkraften auf Dauer inklusive ‚Billiglösungen‘.“ (Schor 2012, 23; Anpassung: A. L.).

3.3.2.3 Integration bzw. Inklusion und die Pädagogik Montessoris

Im Folgenden soll der Frage nachgegangen werden, wie sich die Pädagogik Montessoris zu dieser Thematik der Integration bzw. Inklusion positioniert. Bekannt ist die Karikatur von Hans Traxler aus dem Jahr 1975 (Traxler, in: Klant 1983, 25), wo sich sieben sehr unterschiedliche Tiere vom Vogel über Elefant und Goldfisch bis hin zur Robbe vor dem Lehrer versammelt haben. Die Aufgabe für alle Tiere lautet gleich, nämlich dass sie auf einen Baum klettern müssen.

[19] Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) (idF v. 31.5.2000)

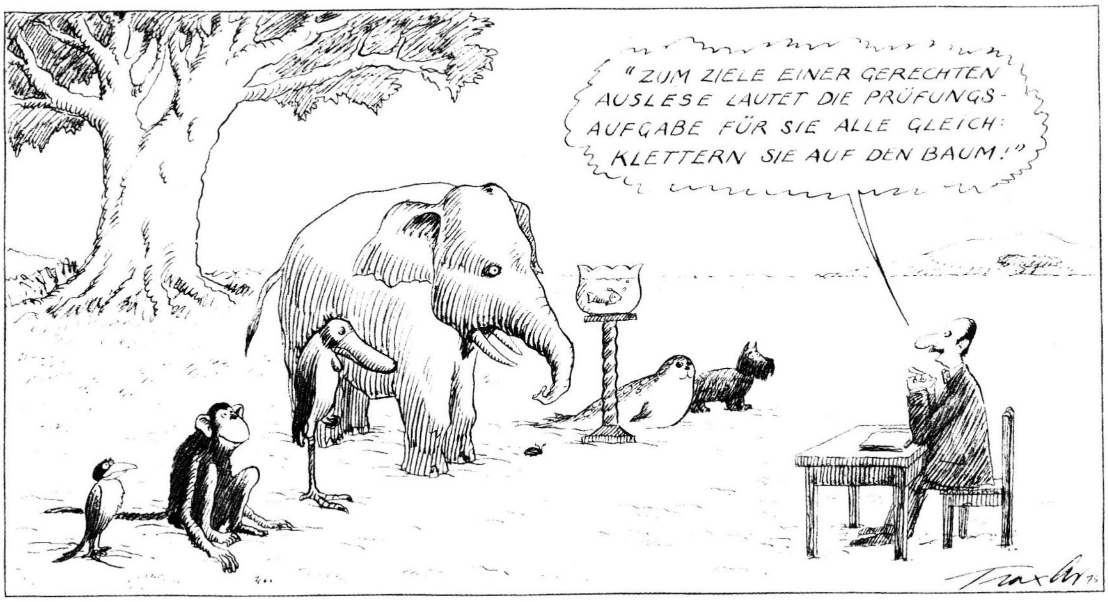


Abb. 3.16: *Inklusion (nach TRAXLER in KLANT 1983, 25)*

Die einheitliche Anforderung will Gleichheit und Gerechtigkeit suggerieren. Für MONTESSORI ist ideale Gerechtigkeit die,

> „[…] welche allen Kräften des menschlichen Geistes hilft, hervorzukommen.
>
> Wenn es z. B. in der Schule ein Kind gibt, das zeigt, daß es Mathematik besser versteht als die anderen: Laßt uns ihm die Gelegenheit geben, über die anderen hinauszuragen, sowohl über die Intelligenteren als auch über die Zurückgebliebenen. Und so sei es bei den Kräften eines jeden: Jede Kraft, die sich zeigt, muß die Gelegenheit und die Mittel finden, sich zu entfalten." (MONTESSORI GudK 1995, 122; Auslassung: A. L.).

Betont wird die Individualität des einzelnen Kindes, die es zu akzeptieren und zu unterstützen gilt. Ganz explizit ist dabei die Schule angesprochen und gefordert. Die Gruppe, die MONTESSORI beschreibt, ist außerdem sehr heterogen, was ihre Leistungsfähigkeit anbelangt. Der Wunsch MONTESSORIS für die Zukunft erinnert an den Text der UN-Behindertenrechtskonvention:

> „So wird in Zukunft das Recht der Menschen vielleicht dies sein, ihr Maximum des Vermögens zu entfalten, und daß die Mittel zur Entwicklung dieses Maximums niemandem ‚verweigert' werden dürfen." (ebd.).

Kritisch ist hier die Praxis vieler Montessori-Einrichtungen zu sehen, gewisse Kinder nicht aufzunehmen. Teilweise werden generell Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf abgelehnt, teilweise Kinder mit Hyperaktivität oder bestimmten Verhaltensauffälligkeiten. Während sich HELLBRÜGGE (1978) darum verdient macht, die Pädagogik MONTESSORIS für Kinder mit Beeinträchtigungen in den Blick zu nehmen, wird an anderer

Stelle kritisch angemerkt, dass die Montessori-Pädagogik zwar der Schlüssel zum Verständnis der Welt sein kann, aber jedes Kind seinen eigenen Schlüssel bräuchte (vgl. SCHIEDER 1996, 308ff.; HEDDERICH 2005, 111). Einen Generalschlüssel könne es in keiner Pädagogik geben (vgl. ebd.).

3.4 Zusammenfassung von Leben und Werk MONTESSORIS

Im vorangegangen Kapitel wurde unter Berücksichtigung des Lebens von MARIA MONTESSORI ihre Pädagogik dargestellt. Es ging um wichtige Begriffe und Kernelemente sowie um wesentliche Prinzipien des Materials von MONTESSORI. Schließlich wurde das Mathematikmaterial näher in den Blick genommen und dessen zunehmende Abstraktion beispielhaft erläutert. Letztlich erfolgte eine kurze Einordnung der Pädagogik MONTESSORIS in Bezug auf eine Pädagogik bei gravierenden Lernschwierigkeiten sowie die aktuelle Inklusionsdebatte.

Im nächsten Kapitel werden nun die Entwicklung des Rechnens und mathematischer Kompetenzen im Mittelpunkt stehen, da sie neben der Pädagogik MONTESSORIS den zweiten wesentlichen Schwerpunkt dieser Arbeit bilden.

4.0 Die Entwicklung der Rechenfertigkeiten und mathematischer Kompetenzen

Wenn ein Kind mit sechs Jahren in die Schule kommt, bringt es bereits eine Menge an Vorwissen mit: Es kennt oft erste Buchstaben und Zahlen, kann seinen Namen schreiben, Farben unterscheiden und benennen und einiges mehr. Wie gut diese Fähigkeiten jeweils ausgeprägt sind, ist individuell sehr unterschiedlich (vgl. GRAUMANN 2008, 136; 138). Dabei kann das Niveau dieser kognitiven Fähigkeiten entscheidend sein für die späteren Schulleistungen (vgl. BARTH 2010, 52).

Vorläuferfertigkeiten für den Schriftspracherwerb – z. B. die phonologische Bewusstheit – sind inzwischen gut erforscht und gelten unbestritten als sehr wichtig für den Leseerwerbsprozess sowie zur Prävention von Lese- und Rechtschreibschwierigkeiten (vgl. a.a.O., 53ff.; KLICPERA/ GASTEIGER-KLICPERA 2004, 270). Auch die sonderpädagogische Fachwelt beschäftigt sich intensiv mit Problemen von Kindern beim Lesen und Rechtschreiben (vgl. SIMON/ GRÜNKE 2010, 11).

> „Die Bedeutung guter rechnerischer Fähigkeiten wird hingegen häufig als relativ gering eingestuft. […] In jüngerer Zeit mehren sich jedoch die Anzeichen, dass der Stellenwert dieser Kulturtechnik allenthalben zunehmend stärker gewürdigt wird.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Bevor im fünften Kapitel auf Schwierigkeiten im Erwerb mathematischer Kompetenzen eingegangen wird, stellt sich zunächst die Frage, wie sich erste rechnerische Fähigkeiten überhaupt entwickeln. Zuerst wird dabei der Fokus auf die Zahlbegriffsbildung gerichtet. Es folgen die Zählentwicklung und Modelle zur Entwicklung des Rechnens. Im Anschluss daran soll die Gestaltung des Mathematikunterrichts erläutert werden. Einen letzten Abschnitt bilden schließlich die Veranschaulichungsmittel im Unterricht.

4.1 Zahlbegriffsbildung

Im Zusammenhang mit dem Erwerb mathematischer Kompetenzen fällt immer auch die Bezeichnung des Zahlbegriffs (vgl. WERNER 2009, 107; 111; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 189; FRITZ/ RICKEN 2008, 28f.). Was genau darunter zu verstehen ist, wird im Punkt 4.1.1 definiert. Anschließend folgt ein Abschnitt über die Entwicklung des Zahlbegriffs nach PIAGET, bevor danach neuere Forschungsergebnisse dazu dargestellt werden.

4.1.1 Definition des Zahlbegriffs

KRAUTHAUSEN und SCHERER betrachten den „[…] Ausbau, die Festigung und Systematisierung des Zahlbegriffsverständnisses […]“ (KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 8; Auslassungen: A. L.) als fundamentale Aufgabe des Mathematikerstunterrichts. Der Zahlbegriff weist eine große Komplexität auf, die mit der Vielfalt der Zahlaspekte zusammenhängt. Hier sind folgende zu unterscheiden:

– Kardinalzahlaspekt,
– Ordinalzahlaspekt,
– Maßzahlaspekt,
– Operatoraspekt,
– Rechenzahlaspekt und
– Kodierungsaspekt (vgl. a.a.O., 9; PADBERG 2005, 14ff.; HASEMANN 2010, 77f.).

Der Kardinalzahlaspekt bezeichnet die Mächtigkeit einer Menge, während die Ordinalzahl die Zählzahl oder die Ordnungszahl als Rangplatz in einer Reihe darstellt. Mit der Maßzahl werden Größen wie z. B. 50 g oder 3 km angegeben. Der Operatoraspekt drückt die „Vielfachheit einer Handlung oder eines Vorgangs“ (KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 9) aus. Beim Rechenzahlaspekt sind der algebraische und der algorithmische Aspekt zu unterscheiden. Ersterer beschreibt z. B. eine algebraische Gleichung oder eine Formel mit bestimmten Eigenschaften. Es gelten Regeln wie das Kommutativ- oder Assoziativitätsgesetz. Der algorithmische Aspekt beinhaltet das Rechnen mit Ziffern in den schriftlichen Verfahren nach festgelegten Regeln (vgl. ebd.). Zahlen wie Telefon- oder ISBN-Nummern, Postleitzahlen u. ä. beziehen sich auf den Kodierungsaspekt; damit zu rechnen ist unsinnig.

> „Um den Zahlbegriff in seiner Ganzheit zu erfassen, was nicht zuletzt auch die vielfältigen Verwendungszusammenhänge der Zahlen im Alltag erfordern, ist es nötig, den Aspektreichtum der Zahlen aufzugreifen, zu systematisieren und zu vertiefen.“ (a.a.O., 10).

Die einzelnen Zahlaspekte sind im Mathematikunterricht zu berücksichtigen, die Kinder müssen jedoch nicht aktiv über die Begriffe wie Operatoraspekt oder Kardinalzahlaspekt o. ä. verfügen. Es handelt sich vielmehr um ein „Hintergrundwissen der Lehrerin“ (ebd.).

Ist vom Zahlbegriff die Rede und davon, ob ein Kind bereits darüber verfügt, so stehen von den oben aufgeführten Zahlaspekten meist der Kardinal- und Ordinalzahlaspekt im Mittelpunkt (vgl. DORNHEIM 2008, 68f.; MOSER OPITZ 2008, 36f.). Im nächsten Abschnitt wird die Entwicklung dieses Zahlbegriffs nachgezeichnet. Dabei wird zunächst auf die entsprechenden Aussagen bei PIAGET zurückgegriffen.

4.1.2 Die Entwicklung des Zahlbegriffs nach PIAGET

JEAN PIAGET (1896-1980) – Professor für Psychologie, Soziologie und Philosophie in Genf – gilt als äußerst bedeutsamer Wissenschaftler auf dem Gebiet der kognitiven Entwicklung, insbesondere in Bezug auf die Heil- und Sonderpädagogik (vgl. BUNDSCHUH 2008, 125). Er befasst sich in seiner Arbeit umfänglich mit der „[…] Entwicklung des Denkens, der Raum- und Zeitvorstellungen, der Sprache und des moralischen Urteils […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). Auch heute wird es kaum gelingen, das Werk PIAGETS unberücksichtigt zu lassen, wenn man sich mit Fragen zur menschlichen Erkenntnis, Intelligenz oder Denkentwicklung befasst (vgl. BUGGLE 1997, 11). Eine Schwierigkeit stellt sich dabei:

> „Piaget erweist sich als ein nicht leicht zu rezipierender Autor, seine Begrifflichkeit orientiert sich manchmal nicht am Standardsprachgebrauch anderer Wissenschaftler. J. Piaget war ein ‚interdisziplinärer Grenzgänger'. Sein Werk wurzelt in den Nahtstellen zwischen Psychologie und Philosophie, zwischen Biologie und Kybernetik und allgemein zwischen Natur- und Geisteswissenschaften.“ (BUNDSCHUH 2008, 126).

Um im Folgenden PIAGETS Ausführungen zum Zahlbegriff besser einordnen zu können, geht es zuerst um dessen Vorstellungen von Entwicklung und Lernen vor dem Hintergrund der genetischen Epistemologie bzw. Erkenntnistheorie. Wichtig zu erwähnen ist, dass PIAGETS Begriff „genetisch[…]“ (PIAGET 1975, 13; Auslassung: A. L.) in seiner genetischen Epistemologie nicht abgeleitet wird von der Genetik bzw. Vererbungslehre, sondern zurückgeführt wird auf die Genese, also die Entstehung und Entwicklung (vgl. BUNDSCHUH 2008, 126).

4.1.2.1 PIAGETS Verständnis von Denken und Lernen

PIAGETS Ziel ist eine möglichst empirisch gesicherte Erkenntnistheorie, den Ausgangspunkt stellt die natürliche Entwicklung des kindlichen Denkens dar (vgl. ebd.; HASEMANN 2010, 9). Innerhalb seiner Theorie verwendet er verschiedene Begriffe, die zunächst definiert werden sollen.

– Wichtige Begriffe in der Theorie PIAGETS

Bedeutend bei PIAGET sind Begriffe wie Assimilation, Akkomodation sowie die Äquilibration. Diese werden zunächst definiert.

- Assimilation

Physiologisch versteht man unter Assimilation den Prozess, dass der Organismus Substanzen aufnimmt und in solche transferiert, die er speichern und weiterverarbeiten kann. Der Organismus passt also Stoffe, die er assimiliert, den eigenen Strukturen an und verändert sie dadurch. Dies geschieht z. B. bei der Aufnahme und Verdauung von Nahrung (vgl. BUNDSCHUH 2008, 128f.; PIAGET 1992b, 10f.). Psychologisch betrachtet ist es ähnlich, jedoch laufen Veränderungen nicht substantiell, sondern funktionell und werden bestimmt von der Motorik, der Wahrnehmung und den Tätigkeiten wie z. B. Denkoperationen (vgl. ebd.). Die Assimilation stellt bereits selbst eine Handlung dar, die die Umwelt oder Teile davon transformiert. Das Individuum wirkt dabei nicht nur auf die Umwelt ein, sondern verleibt sie sich gewissermaßen ein (vgl. BUNDSCHUH 2008, 129; PIAGET 1992b, 10f.). Die Assimilation beschreibt damit einen nach innen gerichteten Vorgang, aber nicht in einem kausalen, mechanistischen Sinn, sondern als Funktion einer internen Struktur, die nach Betätigung strebt (vgl. FURTH 1983, 190).

- Akkomodation

Die Akkomodation ist ein Prozess, der erfolgt, wenn die Assimilation nicht möglich ist. JETTER beschreibt diesen Übergang so:

> „Das Subjekt *assimliert* die Umwelt an die dem lebendigen Organismus eigene Form, seine *Struktur*. Ist die Struktur der Umwelt nicht angemessen, muß sie sich ändern, als Resultat der Einwirkung der Umwelt *akkommodiert* [sic!] sie sich an diese.“ (JETTER 1975, 14; Einfügung: A. L.).

PIAGET betont, dass es sich bei der Akkomodation nicht um einen passiven Prozess handle (vgl. PIAGET 1992b, 11). Im Gegenteil passt sich der Organismus aktiv an die Besonderheiten der aktuellen Situation an, indem er seine bisherigen Denk- und Handlungsweisen umgestaltet. Die Gegenstände werden durch die Assimilation nicht mehr physisch oder chemisch verändert, sondern den eigenen Tätigkeitsformen einverleibt, die Akkomodation wiederum überformt diese Tätigkeit (vgl. ebd.; BUNDSCHUH 2008, 131).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Assimilation und Akkomodation gegenläufig gerichtet sind. Die Zielrichtung der Assimilation geht vom Subjekt zum Objekt, die der Akkomodation vom Objekt zum Subjekt (vgl. AEBLI 1992, XI; PIAGET 1992b, 10f.):

Assimilation		**Akkomodation**
(Erschlossensein einer gegebenen Wirklichkeit für einen Menschen)	doppelseitige ⟷ Erschließung	(Erschlossensein eines Menschen für diese *seine* Wirklichkeit; Aufgeschlossensein/ Zugang zur Welt)
Objektseite (Inhalt/ Gegenstand)		Subjektseite (Kind)

Abb. 4.1: *Assimilation und Akkomodation (nach BUNDSCHUH 2008, 131)*

> „Während die Assimilation die Anwendung gewohnter Denk- und Handlungsweisen auf ein vertrautes oder neues Problem bedeutet, verändert die Akkomodation die bisherigen Handlungs- und Denkweisen, um dem neuen Problem gerecht zu werden.“ (BUNDSCHUH 2008, 131).

- Äquilibration

Der Mensch erfährt über die Sinnesrezeptoren Widersprüche zwischen neuen Erfahrungen und bekannten Schemata, z. B. stellt das Kleinkind fest, dass sich Wasser nicht mit Hilfe des ihm bekannten Greifens fassen lässt. Nach PIAGET beginnt an dieser Stelle ein Äquilibrationsprozess, um dieses Ungleichgewicht und diesen Widerspruch aufzulösen. Dies ist entweder möglich durch die Assimilation oder die Akkomodation:

> „(1) Entweder werden die neuen Informationen so ausgewählt und verformt, dass sie in dieser subjektiven Verformung in das bereits bestehende Schema passen (Vorgang der Assimilation), oder
> (2) das Schema selbst muss sich wandeln, da es sich als unzweckmäßig zur Bewältigung entsprechender Situationen erwiesen hat (Vorgang der Akkomodation).“ (a.a.O., 133).

Die Äquilibration beschreibt also einen Prozess,

> „[…] **der das bestehende Ungleichgewicht in einen** […] **Gleichgewichtszustand überführt**.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.; Hervorhebung im Original).

PIAGET unterscheidet dabei

- die Äquilibration zwischen Assimilation und Akkomodation,
- die Äquilibration zwischen den Operationen oder Subsystemen innerhalb eines kognitiven Gesamtsystems,
- die Äquilibration zwischen den Relationen, die die Subsysteme zu einer Ganzheit vereinigen (vgl. a.a.O., 16f.; BUNDSCHUH 2008, 134).

Alle drei Arten weisen die Gemeinsamkeit auf,

> „[…] daß sie mit dem Gleichgewicht zwischen der Assimilation und der Akkomodation zusammenhängen […]“ (PIAGET 1976, 17; Auslassungen: A. L.).

Nach der Klärung wesentlicher Begriffe aus der Theorie PIAGETS wird im kommenden Abschnitt die genetische Epistemologie dargestellt. Aspekte, die als Hinführung zum Zahlbegriff relevant sind, finden in besonderem Maße Berücksichtigung.

– PIAGETS genetische Epistemologie

PIAGETS Menschenbild ist geprägt von der Annahme, dass der Mensch „[…] wesentlich ein Handelnder, nicht nur ein Reagierender […]“ (BUGGLE 1997, 42; Auslassungen: A. L.) sei. Die Erkenntnisse des Menschen sind Ergebnis eines Prozesses, wo innere Veränderungen des Individuums und äußere Einflüsse zusammenspielen (vgl. BUNDSCHUH 2008, 126; HASEMANN 2010, 9). In PIAGETS genetische Epistemologie fließen demnach zwei Aspekte ein (vgl. ebd.): Auf der einen Seite steht das eher biologische Konzept der Reifung, wo sich interne Veränderungen weitgehend ohne äußere Einwirkung ergeben (vgl. GRUBER/ PRENZEL/ SCHIEFELE 2001, 114f.; STERN 1998, 38). Auf der anderen Seite spielt das Lernen die entscheidende Rolle. Dabei wirkt das aktiv konstruierende Individuum auf die Umwelt ein, was zu relativ überdauernden Verhaltensänderungen führt (vgl. ebd.; STEINER 2001, 140). GINSBURG und OPPER nennen nicht zwei, sondern vier Faktoren, die nach PIAGET Entwicklung definieren, nämlich Reifung, Erfahrung mit Gegenständen, soziale Vermittlung und die Äquilibrationstendenz (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 272ff.). Was HASEMANN unter „Lernen“ zusammenfasst (vgl. HASEMANN 2010, 9), differenziert sich hier in drei Bereiche, auf die kurz näher eingegangen wird.

- Erfahrung und Umgang mit Gegenständen

Grundlage des Denkens ist für PIAGET das Hantieren mit Gegenständen. Das Kind macht dadurch physikalische Erfahrungen, die durch die geistige Aktivität zu einer logischen Erfahrung werden. Diese ist der physikalischen übergeordnet (vgl. MOSER OPITZ 2008, 22; GINSBURG/ OPPER 1998, 274ff.).

- Soziale Vermittlung

Mit der sozialen Vermittlung ist gemeint, dass Aktivitäten des Kindes durch andere Personen angeregt werden können und schließlich Denkprozesse auslösen (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 279ff.; MOSER OPITZ 2008, 22). Entscheidend ist aber, dass nur Informationen verarbeitet werden, die der jeweiligen kognitiven Entwicklungsstufe des Kindes entsprechen (vgl. ebd.). Danach wäre es z. B. sinnlos, einem Kind, das gerade die ersten Buchstaben lernt, die Rechtschreibung des langen „ie“ zu erklären.

- Äquilibrationstendenz

Die Äquilibrationstendenz (s. Abschnitt oben) „[…] wird als Grundlage des geistigen Wachstums verstanden, der die drei anderen Faktoren [Reifung, Umgang mit Gegenständen, soziale Vermittlung] integriert.“ (MOSER OPITZ 2008, 22; Auslassung u. Einfügung: A. L.).

Ziel eines jeden Verhaltens ist das Herstellen eines Gleichgewichtszustands, des Äquilibriums. Dabei handelt es sich nie um einen dauerhaften Zustand, vielmehr werden in ständiger Interaktion zwischen Assimilation und Akkomodation im Laufe der Entwicklung stets höhere und bessere Formen des Gleichgewichts erreicht (vgl. BUNDSCHUH 2008, 134f.; GINSBURG/ OPPER 1998, 283ff.).

Für PIAGET ist die eigene geistige Aktivität für Lernen entscheidend, aber auch das aktive Tun:

> „Das Verständnis wird natürlich um so besser, je mehr der Lernende selbst aktiv eingegriffen und sich nicht darauf beschränkt hat, das Ergebnis der von jemand anderem durchgeführten Handlungen passiv zu betrachten.“ (PIAGET 1969, 27).

Entsprechend ergibt sich daraus für die Rolle der Erwachsenen bzw. Lehrer, dass diese das Lernen nicht garantieren, sondern höchstens unterstützen können (vgl. MOSER OPITZ 2008, 22). PIAGET spricht davon, dass der Erzieher dem Kind vor allem ein geistiges Werkzeug vermitteln müsse, das ihm Begreifen und richtiges Handeln ermögliche (vgl. PIAGET 1999, 131; MOSER OPITZ 2008, 22). Er beschreibt in diesem Werk auch die neue Schule, die er der traditionellen gegenüberstellt. So ginge es nicht um die Weitergabe von Wissen, das die Menschen früher erworben haben:

> „Das Gedächtnis des Schülers mit Wissen vollzustopfen und ihn in geistiger Gymnastik zu trainieren erschienen [sic!] als das einzig Notwendige, weil man überzeugt war, die mentale Struktur des Kindes sei mit der des ‚fertigen' Menschen identisch." (PIAGET 1999, 181; Einfügung: A. L.).

Schließlich habe sich herausgestellt, dass es um die Befähigung des Kindes geht, sich selbst aktiv Wissen anzueignen. Das Kind sei kein passives Wesen, sondern müsse in seiner spontanen Suche nach Erkenntnis gefördert werden (vgl. a.a.O., 182). Als geeignete Unterrichtsmethode nennt PIAGET die Gruppenarbeit (vgl. a.a.O. 179ff.; MOSER OPITZ 2008, 23). Diese sei aktiver als die Einzelarbeit, berge allerdings das Risiko, dass Fehler nicht gleich bemerkt, sondern mitgelernt werden. Trotzdem rechtfertigt PIAGET diese Lernform:

> „Ein Fehler, der aus intensivem Suchen erwachsen ist, ist häufig viel nützlicher als eine Tatsache, die lediglich nachgesprochen wird, denn die während des Suchens erarbeitete Methode ermöglicht es, den ursprünglichen Fehler zu korrigieren, und stellt damit einen echten intellektuellen Fortschritt dar, während die nur reproduzierte Wahrheit schnell vergessen wird und die Wiederholung an sich keinen Eigenwert hat." (PIAGET 1999, 196; Auslassung: A. L.).

Abschließend fasst er die Vorteile der Gruppenarbeit noch einmal zusammen:

> „Die besonderen Früchte, die diese Methode trägt, sind also die experimentelle Neugier einerseits und die Objektivität und die Fortschritte im logischen Denken andererseits." (a.a.O., 197).

Neben seiner genetischen Epistemologie beschreibt PIAGET vier Stufen der kognitiven Entwicklung. Diese sollen im nächsten Abschnitt genauer dargestellt werden.

– Vier Stufen der kognitiven Entwicklung nach PIAGET

Charakteristisch für die Entwicklungsstufen ist, dass diese aufeinander aufbauen und der Abschluss der einen Phase Voraussetzung für den Beginn der nächsten ist (vgl. MONTADA 2008, 3; BUNDSCHUH 2008, 139). PIAGET spricht von einem langen Weg,

> „[…] der von der prä-verbalen Intelligenz bis zum operativen Denken zurückgelegt werden muß, damit die Gruppierungen des Denkens entstehen." (PIAGET 1992b, 136; Auslassung: A. L.).

Vier Stufen der Denkentwicklung werden von PIAGET unterschieden:

- Stufe der senso- oder auch „sensumotorischen“ (MONTADA 2002, 419) Entwicklung (Säuglings- und Kleinkindalter bis ca. 2 Jahre),
- Stufe des präoperationalen Denkens (frühe Kindheit, ca. zwei bis sieben Jahre),
- Stufe der konkreten Denkoperationen (mittlere Kindheit, ca. sieben bis zwölf Jahre)
- Stufe des formalen Denkens (Jugendalter, ca. 11-15 Jahre) (vgl. a.a.O. 136ff.; MOSER OPITZ 2008, 24ff.; BUNDSCHUH 2008, 138f.).

Altersangaben gelten für PIAGET dabei jeweils als „[…] ein beschreibendes Hilfskonzept.“ (BURGENER WOEFFRAY 1996, 116; Auslassung: A. L.). Keinesfalls sind sie verabsolutierend gedacht, sondern jeweils relativ zur jeweiligen Situation des einzelnen Kindes zu sehen (vgl. ebd.).

- *Stufe der sensomotorischen Entwicklung*

Für den Zahlbegriffserwerb sind insbesondere die zweite und dritte Stufe relevant. Die erste Stufe – die der sensomotorischen Entwicklung – gliedert sich in sechs Phasen, die hier nicht detailliert beschrieben werden. PIAGET geht in seinem Werk „Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde“ (PIAGET 1992a, 31-359) eigens darauf ein. Zentrale Funktionen sind in dieser Phase die Wahrnehmung und die Motorik (vgl. MOSER OPITZ 2008, 24; MONTADA 2002, 419ff.; SODIAN 2008, 438f.). Praktisches, aktions- und situationsgebundenes Tun stehen im Vordergrund (vgl. BURGENER WOEFFRAY 1996, 114).

- *Stufe des präoperationalen Denkens*

Die zweite Stufe beinhaltet das präoperationale Denken und gliedert sich in zwei Phasen:

– eine Periode des symbolischen und vorbegrifflichen Denkens (ca. bis zum Alter von vier Jahren) sowie
– eine Phase des anschaulichen Denkens (vom vierten bis siebten bzw. achten Lebensjahr) (vgl. PIAGET 1992b, 140).

Die Phase des symbolischen Denkens beginnt bereits mit dem Ende der sensomotorischen Periode, wenn das Kind fähig wird, bestimmte Worte nachzusprechen. Damit wird eine allgemeine Symbolfunktion vorausgesetzt, d. h. die Wirklichkeit kann durch Zeichen oder Symbole ausgedrückt werden, die sich von den konkreten Gegenständen unterscheidet (vgl. ebd.). Charakteristisch für diese Phase ist das Symbolspiel, das sich beispielsweise so äußert:

> „Für ein Kind, das ‚essen' spielt, stellt ein Steinchen ein Bonbon dar und wird ganz bewußt als Symbol und das Bonbon als das Symbolisierte erkannt." (a.a.O., 141).

Kennzeichnend für das anschauliche Denken in der zweiten Phase sind die Irreversibilität, die Zentrierung, egozentrisches Denken und die Bedeutung der Vorstellung. Denkformen wie der kindliche Animismus, Artifizialismus oder Finalismus (vgl. BUNDSCHUH 2008, 144) werden an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt, da sie für den Zahlbegriffserwerb keine Rolle spielen.

Die Intelligenz verbleibt trotz schneller Fortschritte auf der „prä-logischen Stufe" (PIAGET 1992b, 146), das operationale Denken entwickelt sich erst, die Denkform ist oft halbsymbolisch. Das Kind verfügt noch nicht über das reversible Denken, also über die Fähigkeit, eine Handlung in umgekehrter Richtung durchzuführen (vgl. FURTH 1983, 194; PIAGET 1975, 203). Folgender Versuch PIAGETS zeigt diese Irreversibilität des Denkens:

> „Zwei kleine Gläser A_1 und A_2, von identischer Form und Größe, werden mit einer gleichen Anzahl Perlen gefüllt. Diese Äquivalenz der Perlenzahl in beiden Gläsern wird vom Kind, das die Gläser selbst hingestellt hat erkannt […]. Danach wird der Inhalt von A_2 in ein anders Glas B von verschiedener Form geschüttet, während A_1 als Vergleichsgröße unverändert bleibt. Vier- bis fünfjährige Kinder behaupten nun, daß sich die Anzahl der Perlen verändert habe, obwohl sie sicher sind, daß keine Perle weggenommen oder hinzugefügt wurde." (a.a.O., 147; Auslassung: A. L.).

Dem Kind gelingt es noch nicht, den Ablauf als Gesamtheit zu betrachten. Es bleibt der Anschauung der einzelnen Situation verhaftet.

Auch zum Aspekt der Zentrierung führt PIAGET Versuche durch. Das Kind bekommt z. B. eine Schachtel mit zwanzig Holzperlen (Gesamtheit B), von denen mehrere braun (Menge A) und zwei oder drei weiß (Menge A') sind. Fragt man das Kind, ob in der Schachtel mehr braune Perlen oder mehr Holzperlen sind, so antwortet es, dass mehr braune Perlen darin sind, weil es nur wenige weiße gäbe (vgl. a.a.O., 150; BUNDSCHUH 2008, 144). PIAGET erklärt sich diese Antwort dadurch, dass das Kind seine Aufmerksamkeit auf die Gesamtheit der Perlen (B) oder auf eine Untergruppe

(A oder A') richtet. Durch die Zentrierung auf Teile der Perlen können diese nicht mehr mit der Gesamtheit verglichen werden und umgekehrt.

Die Reihung mehrerer Holzstäbe verschiedener Länge nach der Größe – die Seriation – gelingt in dieser voroperationalen Phase ebenfalls nicht. Kinder im Alter von vier bis fünf Jahren bilden zunächst nur einzelne Paare aus einem großen und einem kleineren Stab, später dann erste Serien. Eine Reihe mit zehn Elementen wird erst durch viele unsichere Versuche erreicht (vgl. PIAGET 1992b, 151f.).

Den Beweis für das egozentrische Denken des Kindes sieht PIAGET in diesem Versuch: Auf einen quadratischen Tisch stellt man aus Karton geformte Berge. Das Kind soll nun aus einfachen Zeichnungen diejenigen aussuchen, die eine Puppe auf der anderen Tischseite jeweils sieht. Kleine Kinder entscheiden sich dabei i. d. R. für ihre eigene Perspektive, auch wenn sie vorher bereits selbst an verschiedenen Seiten des Tisches gestanden sind (vgl. a.a.O., 152f.).

- *Stufe der konkreten Operationen*

> „[…] dieser ursprüngliche Zustand, den man in jedem Bereich des anschaulichen Denkens wiederfindet, wird durch das System der die Operationen ankündenden Regulierungen allmählich berichtigt." (a.a.O., 156f.; Auslassung: A. L.).

Auf der Stufe der konkreten Operationen schafft es das Kind nach und nach, sich von der unmittelbaren Wahrnehmung zu lösen. Es gelingt ihm, sich auf mehr als einen Aspekt zu konzentrieren.

Die Aufgaben, die Kinder auf der vorherigen Stufe noch nicht bewältigen konnten, werden jetzt richtig gelöst. Beim Umschüttversuch der Perlen (s. o.) erkennt das Kind, dass es vorher und nachher gleich viele Perlen sind und kann es auf verschiedene Weise begründen (vgl. WEMBER 1986, 54; BUNDSCHUH 2008, 145). Für PIAGET gilt dieses reversible Denken als operatorisch (vgl. PIAGET 1973, 29f.). Operationen wiederum werden definiert

> „[…] als effektive oder interiorisierte Handlungen allgemeinster Art, die auf beliebige Objekte anwendbar, reversibel und in eine Gesamtstruktur integriert sind […]" (WEMBER 1986, 54f.; Auslassungen: A. L.).

Operationen sind beispielsweise Ordnen, Klassifizieren, Vereinigen, Trennen, Addieren oder Zählen (vgl. a.a.O., 55). Das Merkmal der Zentrierung, das auf der Stufe des präoperationalen Denkens vorherrscht, wird abgelöst durch die Dezentrierung. Diese zeigt sich z. B. bei den Umschüttversuchen darin,

> „[…] daß das Kind des operatorischen Entwicklungsniveaus nun nicht mehr – weil es sich nicht mehr von jeweils nur *einem* hervorstechenden Wahrnehmungsmerkmal, der Höhe oder der Dünne des jeweiligen Gefäßes, gefangennehmen läßt – die Äquivalenz der beiden Vergleichsmengen verneint, sondern die Erhaltung der Menge oder des Ganzen, ihre *Invarianz* erkennt;“ (BUGGLE 1997, 80; Auslassung: A. L.).

Wenngleich das Kind neue Aufgaben bewältigen kann, scheitert es an solchen, die rein sprachlich gestellt werden, z. B.

> „’Edith ist heller als Susanne, Edith ist dunkler als Lilli. Welche der drei ist die dunkelste von allen?’“ (BUNDSCHUH 2008, 146).

Sein Denken unterscheidet sich von dem des Erwachsenen und orientiert sich an konkreten oder sinnlich wahrnehmbaren Sachverhalten. Auf rein symbolischer Ebene mit nur vorgestellten Sachverhalten oder abstrakten Aufgaben ist das Kind in der Phase des konkreten Denkens noch überfordert (vgl. WEMBER 1986, 55). Dennoch ist WEMBER zuzustimmen, wenn er schreibt,

> „[…] daß Piaget das Erlangen konkret-operatorischen Denkens wohl zu Recht als markantes Ereignis in der intellektuellen Entwicklung des Menschen ansah, da das Kind durch konkrete Operationen immerhin anschaulich gegebene Probleme logisch-widerspruchsfrei lösen kann, während es vorher wohl kaum zu logischem Denken fähig war.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

- *Stufe der formalen Operationen*

Das formale Denken entwickelt sich mit etwa 11-12 Jahren. Laut PIAGET beginnt es ab dem Moment,

> „[…] da das Subjekt fähig wird, hypothetisch-deduktiv zu denken, d. h.: a) auf Grund von einfachen Annahmen, die mit der Wirklichkeit oder mit dem, was das Subjekt wirklich glaubt, in keiner notwendigen Beziehung stehen, und b) indem es der Notwendigkeit des Schlusses als solchem (vi formae), im Gegensatz zur Übereinstimmung seiner Folgerungen mit der Erfahrung, vertraut.“ (PIAGET 1992b, 167; Auslassung: A. L.).

Das bedeutet, dass Denkoperationen und geistige Handlungen ohne den konkreten Gegenstand und Anschauung vollzogen werden können. Jugendliche sind in der Lage, Schlüsse zu ziehen, in dem sie Hypothesen bilden und einzelne Variablen kontrollieren (vgl. BUNDSCHUH 2008, 146f.; MOSER OPITZ 2008, 26f.; GINSBURG/ OPPER

1998, 234ff.). WEMBER betont, dass der Vorteil des operativen Denkens nicht allein die Tatsache darstellt, dass Probleme, die symbolisch oder sprachlich dargeboten sind, lösbar werden. Der Erfolg des formalen Denkens im Vergleich zum konkret-operatorischen Denken besteht vielmehr darin, dass es über die vorliegenden Informationen in systematischer Weise hinausgehen kann (vgl. WEMBER 1986, 56; MONTADA 2002, 431). Erst in dieser Phase werden mathematisches Denken und formale Logik, z. B. das Ableiten von Regeln, möglich. Gleichzeitig ist damit die höchste Stufe der Denkentwicklung erreicht (vgl. BUNDSCHUH 2008, 147).

4.1.2.2 Klassifikationen und Ordnungsrelationen

Bevor das Kind den Zahlbegriff erwerben kann, muss es laut PIAGET eine Sicherheit im Umgang mit Klassifikationen und Relationen erwerben (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 180). Was sich genau hinter diesen Konzepten der Klassifikation und Relation verbirgt, wird nun erläutert.

– Klassifikationen

PIAGET will mit den Aufgaben, die er Kindern stellt, deren Denkentwicklung nachvollziehen. Bei den Aufgaben handelt es sich v. a. um Anforderungen in Bezug auf Klassifikationen und Ordnungsrelationen. Eine Klasse wird dabei folgendermaßen definiert:

> „Wir halten also fest, daß man von Klassen von dem Moment an […] sprechen kann, in dem das Subjekt fähig ist, (1) sie in ihrer Komprehension durch die Gattung und den spezifischen Unterschied zu definieren und (2) sie in ihrer Extension gemäß den Beziehungen der Inklusion oder der einschließenden Zugehörigkeit zu handhaben, was eine Beherrschung der intensiven Quantifikationstheorien ‚alle', ‚einige', ‚einer' und ‚keiner' voraussetzt." (PIAGET/ INHELDER 1973a, 28; Auslassung: A. L.).

Eine Klasse kann dabei nicht allein durch die Wahrnehmung gebildet werden, sondern erfordert aktive Denkvorgänge, die ein Kind erst vollziehen kann, wenn es sich auf der konkret-operationalen Stufe befindet. Der Ursprung für die Entwicklung der Klassifikation jedoch wird schon früher gelegt, nämlich in der sensomotorischen Phase, wenn das Kind Gegenstände wahrnimmt, bewegt, erforscht und entdeckt (vgl. a.a.O., 36f.; MOSER OPITZ 2008, 28). Bei den Aufgaben zur Klassifikation unterscheidet man zwischen Aufgaben zur einfachen bzw. additiven und Aufgaben zur mulitplikativen Klassifikation.

Klassifikation	**Klasseninklusion**
Ordnen von Gegenständen nach einem Merkmal, z. B. Form, Farbe, Größe	Beziehungen zwischen Ganzem und Teilen, zwischen Ober- und Unterklasse, z. B.: „Hier gibt es rote und blaue Perlen. Gibt es mehr blaue Perlen oder mehr Perlen?“

Abb. 4.2: *Aufgaben zur einfachen oder additiven Klassifikation (nach MOSER OPITZ 2008, 28)*

Bei den anspruchsvolleren Aufgaben zur mehrfachen oder mulitplikativen Klassifikation sind mehrere Aspekte gleichzeitig zu beachten.

Matrizen			
Gegenstände werden nach verschiedenen Merkmalen geordnet. Die Darstellung erfolgt in einer räumlichen Anordnung.			
	○	△	□
rot			
blau			
gelb			
Andere Begriffe für eine mehrfache Klassifikation ohne räumliche Anordnung: doppelte oder dreifache Klassifikation, multiple Klassifikation			

Abb. 4.3: *Aufgaben zur mehrfachen oder multiplikativen Klassifikation (nach MOSER OPITZ 2008, 29)*

Innerhalb der Klassifikation beschreibt PIAGET drei Phasen, in denen sich die Kinder nacheinander befinden.

- *Stadium 1*:

Die Kinder erhalten zunächst geometrische Scheiben aus Holz und Plastik – später auch Spielfiguren – und den Auftrag, zusammenzulegen, was gleich ist (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 154; PIAGET/ INHELDER 1973b, 44ff.). Im ersten, dem präoperationalen Stadium (2-5 Jahre) ordnen Kinder Gegenstände nicht nach unterschiedlichen Merkmalen. Sie legen stattdessen Muster oder Figuren damit, sog. „figurative Kollektionen“ (MOSER OPITZ 2008, 29). Kinder scheinen bestimmte Ähnlichkeiten oder Gemeinsamkeiten sehr wohl wahrzunehmen, ändern dann aber während des Sortierens die Kriterien und legen beispielsweise zu zwei Pferden noch einen Menschen und zwei Bäume (vgl. ebd.; GINSBURG/ OPPER 1998, 155f.).

- *Stadium 2*:

Kinder im Alter von ca. 5-7 Jahren befinden sich im Übergangsstadium und sortieren Gegenstände in der Form, dass echte Klassen zu entstehen scheinen. Dabei ordnen sie i. d. R. nach einem einzigen Kriterium, z. B. der Form (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 156; MOSER OPITZ 2008, 29). Was die Kinder hier noch nicht beherrschen, ist die Klasseninklusion. Eine Beispielaufgabe dazu enthielte ein Bild mit Primeln und anderen Blumen. Das Kind wird gefragt, ob es mehr Blumen oder mehr Primeln sind und antwortet, es wären mehr Primeln (vgl. Piaget/ Inhelder 1973a, 147ff.).

> „Piaget behauptet, daß das Kind, sobald es zwei Untergruppen aus dem Ganzen gebildet hat, nicht mehr in der Lage sei, zugleich in den Kategorien der großen Kollektion zu denken und in den Kategorien ihrer Unterteilungen, die es daraus konstruiert hat." (Ginsburg/ Opper 1998, 159).

- *Stadium 3*:

Im konkret-operationalen Stadium – die Kinder sind ca. zwischen sieben und elf Jahre alt – können sie sowohl hierarchische Klassifikationen verstehen als auch Aufgaben zur Inklusion lösen. Die oben beschriebene Aufgabe zu Blumen und Primeln wird richtig beantwortet. In vielen Versuchen lösen 75% der 8- bis 9-Jährigen auch die Matrizenaufgaben korrekt (vgl. Piaget/ Inhelder 1973b, 14ff.).

> „Zusammenfassend können wir feststellen, daß das Kind im Alter von sieben bis elf Jahren den höchsten Entwicklungsstand erreicht hat, der im Bereich der Klassifikation konkreter Objekte möglich ist: Es kann das Material hierarchisch anordnen und versteht die Beziehungen zwischen den einzelnen Ebenen der Hierarchie." (Ginsburg/ Opper 1998, 161).

– Relationen

Neben der Klassifikation beschäftigt sich Piaget ebenfalls mit den Relationen bzw. Ordnungsrelationen. Synonym werden von ihm auch die Begriffe „Aneinanderreihungen" (Piaget/ Inhelder 1996, 103) oder „Seriationsoperationen" (Piaget/ Inhelder 1973a, 19) verwendet. Gemeint ist damit die Wahrnehmung von sowohl symmetrischen (z. B. Beziehungen der Ähnlichkeit) als auch asymmetrischen Beziehungen (z. B. Größenunterschiede) (vgl. a.a.O., 33; Moser Opitz 2008, 29). Auch hier gibt es verschiedene Aufgabentypen, zunächst solche zur einfachen Reihenbildung:

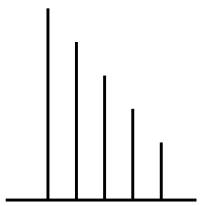
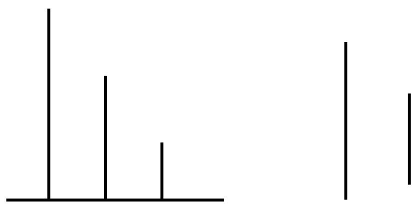
Einfache Reihenbildung	**Komplexe Reihenbildung**
verschieden lange Stäbe, die der Größe nach geordnet werden 	verschieden lange Stäbe sollen in eine schon bestehende Reihe eingefügt werden 

Abb. 4.4: *Aufgaben zur Reihenbildung (nach Moser Opitz 2008, 30)*

Außerdem gehören zu den Relationen auch Aufgaben zur Stück-für-Stück-Korrespondenz und zur Äquivalenz (s. Abbildung 4.5).

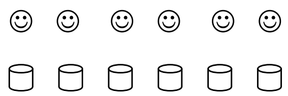
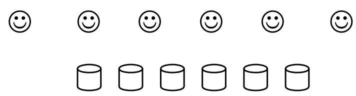
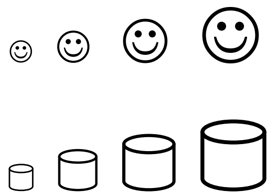
Stück-für-Stück-Korrespondenz	**Stück-für-Stück-Korrespondenz und Äquivalenz**
Zwei Mengen werden einander so zugeordnet, dass jedem Element von A genau ein Element von B gegenüberliegt.  Andere Begriffe: Eins-zu-Eins-Zuordnung, Eins-zu-Eins-Korrespondenz;	Herstellen von Stück-für-Stück-Korrespondenz. Die Elemente einer Reihe werden anschließend auseinander geschoben oder zusammengefügt und es wird überprüft, ob das Kind die Äquivalenz der Elemente trotz der Transformation erkennen kann.  Andere Begriffe: Invarianz, Zahlerhaltung, Mengenkonstanz;
Reihen-Korrespondenz	**Kardinale Korrespondenz**
Bei zwei Mengen, deren Elemente sich in der Größe unterscheiden, wird eine Stück-für-Stück-Korrespondenz hergestellt.  Andere Begriffe: Ordinale Korrespondenz, Ordinale Zuordnung	Es gibt zwei Mengen mit der jeweils gleichen Anzahl ungeordneter Elemente; überprüft wird, ob das Kind zu einem ausgewählten Element von A unmittelbar das entsprechende Element der Menge B zuordnen kann. Beispielaufgabe: Auf dem Tisch liegen durcheinander verschieden große Puppen und Schlafanzüge. Dem Kind wird z. B. gesagt, dass alle Puppen, die kleiner sind als Puppe 6, nun ins Bett gehen. Das Kind soll die dazugehörenden Schlafanzüge zeigen.

Abb. 4.5: *Aufgaben zur Reihenbildung und Äquivalenz (nach MOSER OPITZ 2008, 30)*

Wie bei den Klassifikationen stellt PIAGET bei den Relationen ebenfalls eine Denkentwicklung in drei Stadien fest (vgl. PIAGET/ INHELDER 1973b, 143; PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 137).

- *Stadium 1:*

Eines der Experimente beinhaltet, eine Reihe aus einer Anzahl von Stäben zu bilden, die sich hinsichtlich ihrer Länge unterscheiden. A sei der kürzeste, J der längste Stab. Im prä-operationalen Stadium, d. h. im Alter von ca. zwei bis fünf Jahren, gelingt es Kindern noch nicht, diese Stäbe der Größe nach zu ordnen. Teilweise sortieren die Kinder die Stäbe zufällig, teilweise schaffen sie es, einzelne Stäbe zu reihen, aber nicht alle. So entsteht z. B. die Reihe A, B, C, D, H, F, E (vgl. GINSBURG/ OPPER

1998, 174). Eine Eins-zu-Eins-Korrespondenz gelingt nicht und das Kind erkennt keine Äquivalenz der Mengen nach einer Veränderung der Reihen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 31).

- *Stadium 2:*

Im zweiten, dem Übergangsstadium (5-7 Jahre), gelingt den Kindern in der Regel die Reihenbildung (A < B < C < D < E < F < G < H < I < J), aber sie fällt ihnen schwer.

> „Manchmal machte es [das Kind] Fehler, indem es zum Beispiel A < D < B legte, und brauchte viel Zeit, um seine Fehler zu erkennen und sie zu berichtigen. Fortwährend veränderte es die Anordnung der Stäbe und tauschte ihre Position aus. Das Verfahren des Kindes beruhte im Wesentlichen auf Ausprobieren. Ihm fehlt ein übergreifender Plan oder ein Leitprinzip.“ (GINSBURG/ OPPER 1998, 175; Einfügung: A. L.).

Nach der Reihenbildung untersucht PIAGET, ob das Kind Äquivalenzen zwischen zwei einzelnen Reihen herstellen kann. Dazu legt er ihm eine ungeordnete Reihe mit Puppen (A-J) vor und eine mit Stäben (A’-J’). Die Stäbe sind jeweils kleiner als die entsprechenden Puppen, und die Unterschiede zwischen den benachbarten Puppen sind größer als die zwischen benachbarten Stäben. Das Kind soll nun eine Korrespondenz herstellen zwischen jedem Element der Reihe A und dem entsprechenden Element aus Reihe B. Puppe A soll also Stab A’ erhalten, Puppe B bekommt Stab B’ usw. PIAGET bezeichnet diesen Vorgang als „Reihen in Stück-für-Stück-Korrespondenz bringen“ (a.a.O., 177). Ergebnis dieses Versuchs ist, dass Kindern in diesem zweiten Stadium die Korrespondenz gelingt, aber nur durch Ausprobieren. Am häufigsten wird dabei so vorgegangen, dass zuerst die Puppen in eine Reihe gebracht werden, danach die Stäbe. Schließlich wird der größten Puppe der größte Stab zugeordnet, der zweitgrößten Puppe der zweitgrößte Stab usw. Das Kind kommt also zur richtigen Lösung, jedoch ist es ein mühsames Verfahren (vgl. MOSER OPITZ 2008, 31; GINSBURG/ OPPER 1998, 177). Verändert man die Position von Stäben oder Puppen durch Auseinaderziehen einer Reihe, so dass der kürzeste Stab bei der drittkleinsten Puppe liegt, der zweitgrößte Stab bei der drittgrößten Puppe usw., so kommen nicht mehr alle Kinder zur richtigen Lösung, welche Puppe zu welchem Stab gehört (vgl. a.a.O., 178).

- *Stadium 3:*

Während des dritten Stadiums (konkret-operational, ca. 7-11 Jahre) bewältigen Kinder die Aufgaben sowohl zur Reihenbildung als auch die Stück-für-Stück-

Korrespondenz zwischen zwei Reihen (s. o.) mit Leichtigkeit und planvoll. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Kind die Ordnungsrelationen jetzt versteht und geschickt damit umgeht. Allerdings ist es weiterhin an die konkrete Anschauung gebunden (vgl. MOSER OPITZ 2008, 31; GINSBURG/ OPPER 1998, 179f.).

> „Wie das Klassifikationsverhalten basiert auch die Fähigkeit des Kindes, mit Relationen umzugehen, auf Prozessen, die integrierte und umfassende Strukturen konstituieren. Jede geistige Operation ist nur in Verbindung mit den anderen, über die es verfügt, zu verstehen. Diese Prozesse müssen als komplexe *Systeme* von Operationen verstanden werden.“ (a.a.O., 180).

Klassifikationen und Ordnungsrelationen spielen eine wichtige Rolle für den Erwerb des Zahlbegriffs. Mit diesem hat sich auch PIAGET näher auseinandergesetzt.

4.1.2.3 Der Zahlbegriff nach PIAGET

> „Es gibt wenige Begriffe, die klarer und deutlicher sind als der Begriff der ganzen Zahl, und wenige Operationen ergeben ein ebenso evidentes Resultat wie die arithmetischen Operationen.“ (PIAGET 1975, 61).

Ob dieser Aussage von PIAGET zum Zahlbegriff zuzustimmen ist, wird im Folgenden zu klären sein. In welchem Zusammenhang das Konzept des Zahlbegriffs zum Mathematikunterricht steht und wozu er dient, fasst DE VRIES zusammen:

> „PIAGETS Konzept der Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kind kann weder eine Didaktik des mathematischen Anfangsunterrichts ersetzen noch läßt [sic!] sie sich unmittelbar auf eine solche übertragen. Es stellt in erster Linie einen Beitrag dar, der uns hilft, die ‚normale' Entwicklung des mathematisch-numerischen Denkens besser zu verstehen.“ (DE VRIES 1998, 336; Einfügung: A. L.).

Das Verständnis für Klassen und Relationen ist für PIAGET eine Voraussetzung für den Erwerb reifer Begriffe, also auch für den Zahlbegriff (vgl. GINSBURG/ OPPER 1998, 180). Gleichzeitig betonen GINSBURG und OPPER, was der Zahlbegriff für PIAGET nicht ist:

> „Er [Piaget] meint *nicht* und ihn interessiert nicht die Rechenfertigkeit, wie sie in den ersten Schuljahren gelehrt wird. Das Problem ist nicht, ob das Kind 2 und 2 zusammenzählen oder 3 von 5 abziehen kann. Piaget bringt dieser Frage überhaupt kein Interesse entgegen, weil die einfache Addition und Subtraktion ganzer Zahlen […] völlig mechanisch und ohne Verständnis ausgeführt werden können.“ (ebd.; Einfügung u. Auslassung: A. L.)

Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen die Kinder häufig auswendig, ohne die entsprechenden Begriffe dahinter zu verstehen. Dass man das Ergebnis einfacher Grundaufgaben auf Anhieb weiß, ohne zu rechnen, gehört später dazu, um komplexere Aufgaben lösen zu können, was PIAGET auch nicht bestreitet (vgl. a.a.O., 180f.).

> „Er ist jedoch der Auffassung, daß es für ein reifes Zahlenverständnis nicht ausreicht, diese Dinge mechanisch auswendig zu lernen, sondern daß darüber hinaus gewisse Grundbegriffe beherrscht werden müssen." (a.a.O., 181).

Zu diesen Grundbegriffen gehören die Stück-für-Stück-Korrespondenz und die Erhaltung von Mengen.

– Stück-für-Stück-Korrespondenz

Die Stück-für-Stück-Korrespondenz beinhaltet beispielsweise folgende Aufgabe: zu einem Satz A aus beliebigen unterschiedlichen Gegenständen soll ein zweiter Satz B mit der gleichen Zahleigenschaft gebildet werden. Wenn also aus Satz A bereits acht Gegenstände bereitliegen, müssen acht aus dem zweiten Satz ergänzt werden. Die Aufgabe lässt sich lösen, auch ohne die Elemente aus Satz A zu zählen, indem zu jedem Element der Menge A eines aus der Menge B hinzugefügt wird (vgl. a.a.O., 181f.). PIAGET führt diesen Versuch durch mit Gläsern und Flaschen, die einander paarweise zugeordnet werden sollen, außerdem mit Blumen und Vasen sowie mit Eiern und Eierbechern. Unabhängig vom Material ergeben sich wiederum drei Stadien der Entwicklung bei den Kindern (vgl. PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 63ff.). Diese werden im Anschluss an die Erhaltung aufgeführt.

– Erhaltung

Um zu überprüfen, ob das Kind die Erhaltung der Zahl beherrscht, gibt es dieses Experiment: Zunächst liegen z. B. fünf Elemente einer Menge A den fünf Elementen einer Menge B gegenüber, s. Abbildung:

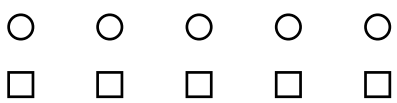


Abb. 4.6: *Erhaltung der Zahl I (nach GINSBURG/ OPPER 1998, 183)*

Die Elemente von Menge B werden schließlich so zusammengeschoben, dass „[…] die Wahrnehmungsstruktur der Stück-für-Stück-Korrespondenz zerstört wird.“ (GINSBURG/ OPPER 1998, 182; Auslassung: A. L.).

○ ○ ○ ○ ○

□□□□□

Abb. 4.7: *Erhaltung der Zahl II (nach GINSBURG/ OPPER 1998, 183)*

Der Erwachsenen ist klar, dass sich mit dem veränderten Bild dennoch nicht die Anzahl und damit die Äquivalenz der Mengen verändert. Für das Kind gilt:

> „Wenn die Zahlvorstellung durch die materielle Anordnung zu verändern ist, dann entgeht dem Kind eine bestimmte grundlegende Dauerhaftigkeit oder Invarianz seiner Umgebung.“ (a.a.O., 183).

Aus den Versuchen PIAGETS geht hervor, dass die Begriffe der Stück-für-Stück-Korrespondenz und der Erhaltung nicht vorausgesetzt werden können. Wie sie sich im Laufe von drei Stadien entwickeln, wird im Folgenden vorgestellt.

- *Stadium 1:*

Im prä-operationalen Stadium gelingt Vier- bis Fünfjährigen weder eine Stück-für-Stück-Zuordnung noch die Herstellung äquivalenter Reihen (vgl. PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 63f.; 101f.; GINSBURG/ OPPER 1998, 183ff.).

- *Stadium 2:*

Einem Kind im zweiten Stadium fällt es nicht mehr schwer, äquivalente Reihen herzustellen. Wird aber eine der Reihen in ihrer Anordnung verändert, erhält es die Äquivalenz nicht. Es ist also noch stark an die Wahrnehmung gebunden (vgl. a.a.O., 186f.; PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 65ff.).

- *Stadium 3:*

In diesem Stadium der konkreten Operationen bereitet es dem Kind keinerlei Schwierigkeiten, eine Äquivalenz herzustellen und diese auch nach einer äußeren Veränderung einer der Reihen zu erkennen. Eines von PIAGETS Protokollen gibt darüber Aufschluss, er arbeitet hier mit einem Kind im Alter von 5;5 Jahren:

> „’Nimm ebensoviel wie dies (6 Groschen). Er reiht 6 Groschen unterhalb der Modell-Reihe an, ordnet aber seine Groschen von vornherein in einer sehr viel engeren Folge als die des Modells, also ohne räumlichen Kontakt zwischen den Gliedern der beiden Reihen; die ursprüngliche Reihe ragt sogar auf beiden Sei-

> ten über die Kopie hinaus. ‚Hast du ebensoviel? – *Ja*. – Seid ihr beide gleich reich? – *Ja*. – (Dann rückt man die Groschen des Modells zusammen und seine eigenen auseinander.) Und jetzt? – *Gleich viel*. – Völlig? – *Ja*. – Warum ist das gleich viel? – *Weil man sie näher gebracht* (= zusammengerückt) *hat*.'" (PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 111).

PIAGET beschreibt den Unterschied zum vorangehenden Stadium als sehr deutlich. Das Kind versucht z. B. nicht mehr, unter jedes Element von A exakt eines aus B zu legen, seine eigene Reihe stellt keine exakte Kopie des Modells dar. Außerdem begründet es die Äquivalenz auf Nachfrage mit der gleichen Antwort, die jüngere Kinder geben, um das Gegenteil zu beweisen, was für PIAGET einen Fortschritt bedeutet (vgl. a.a.O., 112). Wenn die Groschen zusammengerückt werden, verändern sich zwei Aspekte: die Gesamtlänge der Reihe und die Dichte.

> „Das Kind wird also fähig, sowohl die Längen- als auch die Dichte-Relationen zu berücksichtigen, und zwar nicht in dem Fall, in dem die zu vergleichenden Reihen einander ähnlich sind, sondern auch (und darin liegt der Fortschritt gegenüber dem vorhergehenden Stadium) in den Fällen, wo die Reihen gleichzeitig in der Länge und in der Dichte voneinander abweichen." (ebd.)

So fasst PIAGET zusammen,

> „[…] daß das dritte Stadium die Vollendung der qualitativen Multiplikation dieser beiden Relationen bezeichnet." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Dem Kind ist es gelungen, Klassifikation und Ordnungsrelation zunehmend zu koordinieren. Der Zahlbegriff gilt als Operation erworben, wenn das Kind bei allen Aufgabenstellungen Stadium 3 erreicht (vgl. MOSER OPITZ 2008, 34).

4.1.3 Neuere Forschungen zum Zahlbegriff

PIAGETS Leistung für die Erforschung der Denkentwicklung ist unbestritten. Dennoch gibt es auch zahlreiche Kritik – an seiner genetischen Epistemologie allgemein oder konkret z. B. an seinem Konstrukt zum Zahlbegriff (vgl. BUNDSCHUH 2008, 152f.; WEMBER 1986, 60; MOSER OPITZ 2008, 41f.). Dabei ist darauf hinzuweisen, dass sich in Bezug auf die Kritikpunkte nicht immer klar unterscheiden lässt,

> „[…] welche Aspekte spezifisch auf *Piagets* originäre Theorie und welche vor allem auf (mathematik-)didaktische Weiterführungen zielen." (a.a.O., 41; Auslassung: A. L.).

Damit bleibt jegliche Kritik an PIAGET eine sehr komplexe Aufgabe, „[…] die nie umfassend erfüllt werden kann.“ (a.a.O., 42; Auslassung: A. L.). Ein Versuch jedoch soll im Folgenden unternommen werden.

4.1.3.1 Generelle Kritik an PIAGETS Theorie

Die Kritik am Werk PIAGETS bezieht sich vor allem auf die folgenden Aspekte (vgl. a.a.O. 42ff.):

- methodologische und wissenschaftstheoretische Kritik,
- unklare sprachliche Anforderungen,
- Bedeutung der Situation,
- Homogenität der Stufen,
- Gefahren der neo-piagetianischen Forschung,
- Verständnis von Entwicklung und Lernen.

Da in dieser Arbeit der Zahlbegriff zentral ist, wird auf obige Aspekte an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Für eine genaue Auseinandersetzung sei auf MOSER OPITZ verwiesen (vgl. ebd.).

4.1.3.2 Kritik an PIAGETS Konstrukt zum Zahlbegriff

Neben der generellen Kritik an PIAGETS Theorie gibt es spezielle Aspekte, die sich gezielt auf dessen Zahlbegriffskonzept beziehen und dieses in Frage stellen oder widerlegen (vgl. WEMBER 1989b, 437ff.; 1996, 120ff.; 2003, 57f.; MOSER OPITZ 2008, 47ff.).

Ein erster Punkt, der kritisch zu sehen ist, ist der der Invarianz – für PIAGET eine wesentliche Voraussetzung für den Erwerb des Zahlbegriffs. Neuere Forschungen stellen dar, dass Kinder, die Invarianzaufgaben noch nicht lösen können, dennoch ein partielles Konzept von der Zahl und auch von der Invarianz haben und dieses funktioniert, selbst wenn es noch nicht als ausdrückliche Regel dargestellt oder verbalisiert werden kann (vgl. BECKER 1989, 1147ff.; MOSER OPITZ 2001, 51; SOPHIAN 1988b, 1412; VOIGT 1983, 248; 374ff.).

Ein weiterer Kritikpunkt bezieht sich auf die numerischen Kenntnisse von Kindern zwischen zwei und sieben Jahren. Verschiedene Untersuchungen u. a. von SOPHIAN (1988a; 1992), BECKER (1989) oder FUSON (1988) zeigen, dass schon Kinder im Vorschulalter über bestimmte numerische Kenntnisse verfügen, selbst wenn sie noch nicht die Stufe des operationalen Denkens erreicht haben (vgl. MOSER OPITZ 2001, 52f.).

Zudem ist PIAGETS Annahme in Frage zu stellen, dass sich Seriation, Invarianz und Klassifikation innerhalb eines engen Zeitrahmens entwickeln. Eine Studie von ZUR OEVESTE ergibt demgegenüber, dass einfache Klassifikations- und Seriationsaufgaben bereits deutlich früher lösbar sind als Probleme zur Invarianz. Aufgaben der multiplen Klassifikation bzw. Klasseninklusion werden wiederum erst mit etwa 9 bis 10 Jahren bewältigt (vgl. ZUR OEVESTE 1987, 81ff.). Damit wäre PIAGET zu widersprechen, der alle diese Fähigkeiten voraussetzt, um vom erworbenen Zahlbegriff zu sprechen.

Um die Kritik abzuschließen, ist noch folgender Aspekt anzuführen: PIAGET ist davon ausgegangen, dass sich Ordinal- und Kardinalzahl synchron entwickeln, ausführliche Untersuchungen von BRAINERD ergeben hingegen, dass sich die Ordination vor der Kardination entwickelt und Kinder sogar Additions- und Subtraktionsaufgaben bis 10 lösen können, bevor sich das Verständnis des Kardinalaspekts ausbildet (vgl. MOSER OPITZ 2008, 57). Die an PIAGET geübte Kritik lässt sich folgendermaßen zusammenfassen:

> „Nicht ein logisch-mathematisches System macht es in erster Linie aus, dass Kinder rechnen lernen, sondern eine Welt mit Zahlen, in der die Kinder ihre kognitiven Werkzeuge und Strukturen anwenden und weiterentwickeln können. Für numerisches Arbeiten ist dem zufolge nicht ein vollständig operatorischer Zahlbegriff nach *Piaget* Voraussetzung, sondern dieser wird im Laufe der Zeit am numerischen Gegenstand selber erworben.“ (a.a.O., 59).

4.1.3.3 Modell zum Aufbau des Zahlbegriffs (KRAJEWSKI 2008c)

KRAJEWSKI entwickelt ein neues Modell zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen (vgl. KRAJEWSKI 2008c, 276; KRAJEWSKI/ RENNER/ NIEDING/ SCHNEIDER 2008, 92ff.; KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 514ff.). Dieses wird häufig auch angeführt, wenn es um die Entwicklung der Rechenleistung geht (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 88ff.). Da sich das Modell inhaltlich v. a. auch auf den Zahlbegriff bezieht, soll es in dieser Arbeit bereits jetzt dargestellt werden. Das Entwicklungsmodell umfasst drei Ebenen, die im Folgenden näher erläutert werden.

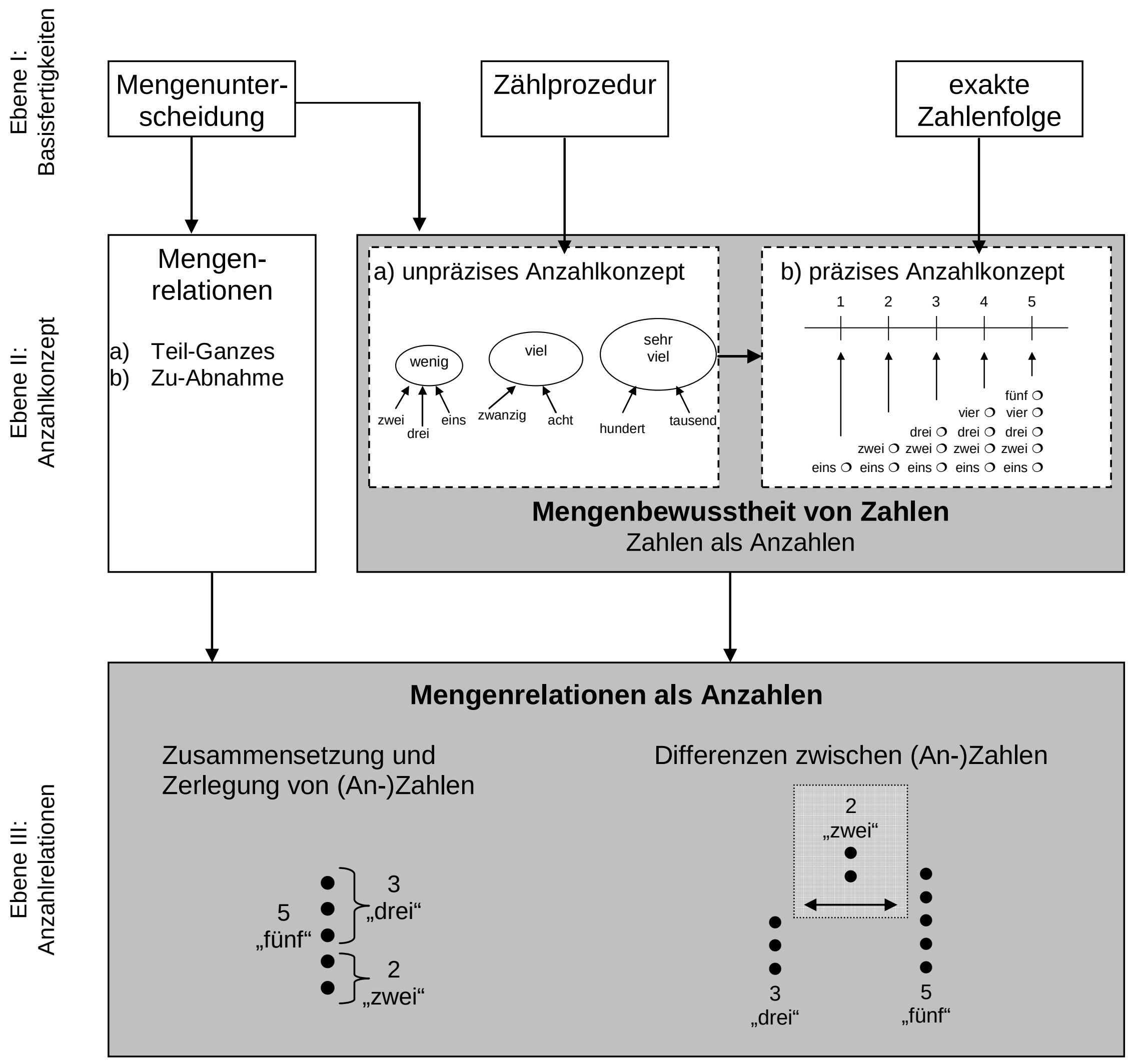


Abb. 4.8: *Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen (nach* K*RAJEWSKI 2008c, 276)*

– Ebene I: Entwicklung numerischer Basisfertigkeiten

Auf der *ersten Ebene* geht es um numerische Basisfertigkeiten. Die Zahlwortreihe ist hier isoliert von den Mengen zu sehen. In vielen Untersuchungen wird bestätigt, dass Kinder von Geburt an Mengen unterscheiden können (vgl. a.a.O., 514; WYNN 1992a, 749f.; XU/ SPELKE/ GODDARD 2005, 90ff.). Manche Forscher vermuten jedoch, dass Kinder nur einzelne Anzahlen differenzieren und zahlenmäßig unterschiedliche Mengen nicht als solche wahrnehmen, wenn die Objekte sich über die gleiche Fläche ausdehnen (vgl. CLEARFIELD/ MIX 2001, 243-260; KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 514). In jedem Fall entwickeln die Kinder mit dem Spracherwerb die Fähigkeit, Mengen auch verbal zu unterscheiden (vgl. ebd.). Beim Vergleich verwenden sie Formulierungen wie „mehr“, „weniger“ oder „gleich viel“. Unabhängig davon lernen sie – ca. im Alter von zwei Jahren – zu zählen und erwerben damit den Gebrauch konkreter Zahlwörter. Diese verwenden sie jedoch noch nicht, um bestimmte Mengen zu benennen (vgl. ebd.). Dafür müssen sie die Wörter zunächst als separate Begriffe lernen, um sie später in der richtigen festen Reihenfolge wiederzugeben (vgl. FUSON 1988, 50f.).

> „Erst dann wird es möglich, die Zählprozedur an Mengen zu knüpfen und damit die nächste Kompetenzstufe zu erreichen.“ (KRAJEWSKI 2008c, 277).

– Ebene II: Erwerb des Anzahlkonzepts

Die *zweite Ebene* beinhaltet den Erwerb des Anzahlkonzepts. Kinder ab dem Alter von ca. drei Jahren absolvieren einen wichtigen Entwicklungsschritt, wenn sie sich dessen bewusst werden, dass die Zahlwörter an Mengen geknüpft sind und umgekehrt Mengen mit Zahlwörtern beschrieben werden können – KRAJEWSKI und SCHNEIDER sprechen gar von einem bedeutenden Meilenstein (vgl. KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 514). Durch häufiges Abzählen von Elementen üben die Kinder die Kopplung des Zählvorgangs an Mengen. Dadurch nehmen sie ab etwa drei Jahren in ihrem Umfeld spontan Anzahlen wahr (vgl. HANNULA/ LEHTINEN 2005, 240ff.).

Der Erwerb des Anzahlkonzepts gliedert sich in zwei Phasen.

- *Ebene IIa:*

In der ersten (Ebene IIa) besteht ein sogenanntes „*unpräzises Anzahlkonzept*“ (KRAJEWSKI 2008c, 277), d. h. Zahlen werden mit groben Mengenkategorien (*wenig*, *viel*, *sehr viel*) verknüpft. Kinder differenzieren zwischen kleinen Zahlen, die *wenig* repräsentieren (z. B. drei oder zwei), Zahlen mit größeren Anzahlen – also *viel* (z. B. acht oder zwanzig) – und bereits auch sehr großen Zahlen, die für sie *sehr viel* bedeuten (z. B. hundert oder tausend) (vgl. ebd.). Damit können die Kinder entscheiden, dass z. B. zwanzig (*viel*) weniger ist als hundert (*sehr viel*), innerhalb dieser Kategorien, z. B. bei 22 und 38 (beide *viel*) gelingt eine Größendifferenzierung noch nicht (vgl. KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 514),

> „[…] because number words of the same quantity category (e. g. twenty and eight in the category ‘much’) represent the same account (namely ‘much’) in their understanding and thus cannot yet be differentiated with respect to their exact cardinal value (much = much).” (ebd.; Auslassung: A. L.).

Auch beim Abzählen äußert es sich womöglich, dass Zahlen nur ungenau die Größe von Mengen repräsentieren, z. B. wenn das Kind noch nicht jedem Zahlwort genau ein Element der gezählten Menge zuordnet. Auch hier können die Kinder jedoch unterscheiden, dass z. B. drei (*wenig*) weniger ist als zwanzig (*viel*). Eine mögliche Erklärung wäre, dass die Kinder durch häufiges Zählen erfahren haben, dass es nicht lange dauert, bis man bis drei gezählt hat, aber bis zur Zwanzig beispielsweise schon.

> „Sie setzen somit in dieser Entwicklungsphase den Begriff ‘viel’ gleich mit ‘viel zählen müssen” (im Sinne von: *lange* zählen müssen) und verstehen ‘wenig’ als ‘wenig zählen müssen’ (*nicht so lange* zählen müssen).“ (KRAJEWSKI 2008c, 278).

Bei der Frage „Wie viele?“ beginnen die Kinder zu zählen, können jedoch am Ende kein Ergebnis nennen,

> „[…] da sie die Frage nicht als Frage nach einer exakten Anzahl verstehen, sondern als Frage ‚Wie *lange* musst du zählen?’“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Deshalb zählen die Kinder laut und deuten auf jedes zu zählende Elemente, um zu zeigen, wie lange man zählen kann (vgl. ebd.).

- *Ebene IIb:*

In der zweiten Phase, in der das Anzahlkonzept erworben wird (Phase IIb), beginnen die Kinder ein Verständnis zu entwickeln für die eineindeutige Zuordnung der Zahlen zu entsprechenden Anzahlen. Dafür ist die Eins-zu-Eins-Zuordnung unabdingbar, d. h. jedem Element der Menge muss genau ein Zahlwort zugeteilt werden. Auch innerhalb der Anzahlkategorien (*wenig, viel, sehr viel*) muss also differenziert werden: dem Kind muss bewusst sein, dass sich auch bis zur Acht bzw. bis zur Zwanzig die Länge des Zählens unterscheidet. Mit diesem Verständnis erwerben sie schließlich ein „präzises Anzahlkonzept“ (ebd.) und damit das Wissen,

> „[…] dass jede einzelne Zahl *exakt* mit *einer* ausgezählten Menge korrespondiert […] und dass dieser Menge die zuletzt genannte Zählzahl zugewiesen wird.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Die Kinder erlangen das Verständnis, dass die Folge der Zahlen exakte, zunehmende Quantitäten repräsentiert. Damit ist die Basis gelegt, dass unterschiedliche Zahlen in Bezug auf ihre Größe bzw. Mächtigkeit durch den Vorgang des Zählens verglichen werden können (vgl. ebd.). Erst jetzt in dieser Phase wird auch das Verständnis ermöglicht,

> „[…] dass beim Zählen (z. B. ‚3, 4, 5, …’) die jeweilige Startzahl bereits eine Teilmenge (drei Elemente) repräsentiert […].“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Wie entscheidend diese zweite Teilphase – der Erwerb des präzisen Anzahlkonzepts – tatsächlich auch für die Schule ist, geht hier klar hervor:

> „The acquisition of the precise quantity to number-word linkage, thus, represents <u>the most important concept</u> for the successful acquisition of elementary school mathematics.“ (KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 515; Hervorhebung: A. L.).

Weiterhin erwerben Kinder in dieser Phase – unabhängig von Zahlen und Zählen – Erkenntnisse über Relationen zwischen Mengen. Sie stellen z. B. fest, dass Mengen in Teilmengen zerlegbar sind und sich wieder zusammensetzen lassen oder dass sich Mengen nur verändern, wenn etwas hinzugefügt oder weggenommen wird (vgl. RESNICK 1989, 162ff.; KRAJEWSKI 2008c, 279). Die Kinder wissen jetzt, dass Mengen nicht dadurch kleiner oder größer werden, wenn sich ihre räumliche Anordnung verändert und haben damit die Zahlinvarianz entdeckt (vgl. ebd.; PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 52).

– Ebene III: Verständnis für Anzahlrelationen:

Auf der *dritten Ebene* im Entwicklungsmodell der frühen mathematischen Kompetenzen entwickelt sich das Verständnis für Anzahlrelationen. Damit werden erste Rechenoperationen möglich, z. B. das Zusammenzählen der Elemente aus zwei Mengen (ab ca. vier Jahren), oder das Hinauf- und Hinunterzählen von einem Summanden (ab ca. sechs Jahren) (vgl.SHRAGER/ SIEGLER 1998, 405ff.; KRAJEWSKI 2008c, 279). Den Kindern gelingt es, die früher erworbenen Kompetenzen bzgl. der Mengenrelationen mit dem Anzahlkonzept zu verknüpfen.

> „Es entwickelt sich das Verständnis, dass sich Zahlen – weil *Anzahlen* – in kleinere Zahlen *zerlegen und zusammensetzen* lassen (Teil-Ganzes-Schema mit Zahlbezug […]).“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Außerdem lernen die Kinder, dass sich auch Beziehungen zwischen Zahlen mit Zahlen darstellen lassen (vgl. STERN 1998, 75ff.), dass z. B. fünf Elemente zwei mehr sind als drei. Geeignete Veranschaulichungsmittel einzusetzen wird bedeutend, da sich die Anzahldifferenz auf eine Beziehung zwischen zwei Mengen bezieht, die nicht konkret wahrgenommen werden kann (vgl. STERN 2005, 139).

– Annahmen des Entwicklungsmodells:

Die verschiedenen Kompetenzebenen des Modells beschreiben, wie sich das Verständnis von Zahlwörtern zunehmend entwickelt. Wichtig zu erwähnen ist, dass die Stufen nicht notwendigerweise für die verbalen Zahlen und die arabischen Ziffern gleichzeitig durchlaufen werden. So kann es sein, dass ein Kind für kleine Zahlen schon die dritte Kompetenzebene erreicht hat, sich bei großen Zahlen jedoch noch auf Level IIa bewegt (vgl. KRAJEWSKI 2008c, 280).

> „Kinder können beispielsweise bereits sehr früh Zahlen im Bereich bis vier nach ihrer Anzahl unterscheiden. Doch noch sehr wenige Dreijährige demonstrieren diese Kompetenz auch für Zahlen zwischen fünf und neun (Was ist mehr: *N* Orangen oder *M* Orangen?; Ebene IIb); […]“ (ebd.; Auslassung: A. L.)

Es ist also möglich und nicht unwahrscheinlich, dass sich Kinder bezogen auf unterschiedliche Abschnitte der Zahlreihe gleichzeitig in verschiedenen Entwicklungsphasen befindet. Gleichfalls ist die Zuordnung, die Kinder treffen, ob eine Zahl *wenig*, *viel* oder *sehr viel* repräsentiert, nicht unveränderlich. Die Zahl Zwanzig kann z. B. zunächst der Kategorie *viel*, später der Kategorie *wenig* zugeordnet sein (vgl. ebd.).

Abschließend betont KRAJEWSKI, dass das Erreichen der einzelnen Ebenen nicht bedeuten muss, dass die Operationen allein mental und in der Vorstellung stattfinden. Auch die höheren Kompetenzebenen II und III sind mit Hilfe konkreter Materialien zu vermitteln. Die Beherrschung der Fähigkeiten auf der bildlichen und der abstrakten Ebene stellen „eine senkrechte Dimension“ (ebd.) dar.

> „Mit anderen Worten, für den Erwerb der höheren Kompetenzen […] sind die bildliche und abstrakte Darstellung (mit Ziffern) nicht zwingend notwendig. Sie stellen vielmehr Repräsentationsformen dar, auf die die (an realen Darstellungsmitteln erworbenen) Kompetenzen übertragen werden müssen, damit numerische Operationen (wie die Zerlegung von Anzahlen, Ebene III) auch als Zifferngleichungen dargestellt werden können.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

4.2 Zahlenverarbeitung und Zählentwicklung

Lange Zeit wurde dem Zählen in Bezug auf den Zahlbegriff oder bzgl. mathematischer Kompetenzen kaum Bedeutung beigemessen. Der Ursprung dieser Sichtweise könnte laut MOSER OPITZ darin liegen, dass für PIAGET das Zählen keine Rolle spielt (vgl. MOSER

OPITZ 2008, 63). Dieser beschreibt die gesprochene Aufzählung des Kindes im präoperationalen Stadium als „[…] in der Tat völlig verbal und ohne operatorische Bedeutung.“ (PIAGET/ SZEMINSKA 1994, 47; Auslassung: A. L.).

Ungefähr seit den 80er Jahren gibt es zahlreiche Studien, die dem Zählen und der Zählentwicklung sehr wohl eine wichtige Rolle zuschreiben: SOPHIAN belegt, dass das Zählen entscheidend für das Rechnenlernen ist (vgl. SOPHIAN 1988a, 639f.; STEFFE/ THOMPSON/ RICHARDS 1982, 83ff.). STERN spricht vom „Zählen als grundlegende mathematische Kompetenz“ (STERN 1998, 55). Ebenso weist HASEMANN darauf hin, dass die Sicherheit beim Zählen insgesamt grundlegend ist für die Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. HASEMANN 2010, 78). DEHAENE bezeichnet das Zählen als

> „[…] Schweizer Taschenmesser des Rechnens, ein Werkzeug, das Kinder spontan für alle möglichen Zwecke nutzen.“ (DEHAENE 1999, 143; Auslassung: A. L.).

Mit Hilfe des Zählens würden fast alle Kinder Möglichkeiten finden, Zahlen zu addieren oder zu subtrahieren, ohne dass man es sie lehrt (vgl. ebd.). Eine Studie belegt einen Zusammenhang zwischen der Zählkompetenz und der Häufigkeit von Rechenfehlern bei der Addition (vgl. GEARY/ BOW-THOMAS/ YAO 1992, 372ff.; GEARY 2004, 6).

Wie sich das Zählen überhaupt entwickelt, ist noch nicht endgültig geklärt. GRUBE beschreibt das Aufsagen der Zahlwortreihe als Beginn der Zählentwicklung (vgl. GRUBE 2006, 34). Viele verschiedene Annahmen über Entwicklung und Lernen beeinflussen die Konzepte zur Zählentwicklung. Teilweise sind mit dem Begriff *Zählen* unterschiedliche Aufgabenstellungen und Anforderungen verbunden, die sich untereinander nur schwer vergleichen lassen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 63f.). Im Folgenden soll zunächst die Frage beantwortet werden, ob das Zählen sowie frühe numerische Kenntnisse angeboren sind oder erlernt werden.

4.2.1 Ursprung der Zahl und des Zählens

DEHAENE stellt in seinem Werk dar, dass selbst Tiere wie Ratten, Vögel oder Schimpansen in gewissem Umfang numerische Quantitäten unterscheiden können (vgl. DEHAENE 1999, 34-46). Er beschreibt ein Modell und eine Theorie, um diese Fähigkeiten zu erklären. Trotzdem schreibt er abschließend – falls sich das entwickelte Speichermodell überhaupt als richtig erweist:

> „Erstens: Tiere können zählen, denn sie können jedesmal [sic!], wenn ein äußeres Ereignis eintritt, einen inneren Zähler einschalten. Zweitens: Sie zählen nicht so wie wir. Im Gegensatz zu unserer Repräsentation von Zahlen ist ihre verschwommen, unscharf." (a.a.O., 46; Einfügung: A. L.).

Da die Zählfähigkeit bei Tieren in dieser Arbeit keine Rolle spielt, soll im nächsten Abschnitt vielmehr auf die Entwicklung bei Babys und Kleinkindern eingegangen werden.

4.2.1.1 Erste numerische Fähigkeiten von Säuglingen

Um die Frage zu beantworten, ob und ggf. welche Aspekte des numerischen Denkens uns angeboren sind, eignen sich insbes. Forschungen an Säuglingen in den ersten Lebensmonaten. Dabei gilt als unumstritten, dass Kinder das Rechnen erst später – v. a. im schulischen Kontext – erwerben. Jedoch gehen einige Forscher heute davon aus, dass gewisse Basiskompetenzen genetisch bestimmt und von Geburt an angelegt sind (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 55; DEHAENE 1999, 57-78). Auf dieser Grundlage kann später die mehr umweltbedingte Entwicklung aufbauen. In der kognitiv orientierten Entwicklungspsychologie geht man davon aus, dass der Mensch über eine kleine Anzahl von verschiedenen Systemen mit Kernkompetenzen verfügt. Diese werden auch als Kernsysteme (core systems) bezeichnet (vgl. SPELKE/ KINZLER 2007, 89ff.).

> „Das Kernsystem des Verständnisses für Numerositäten bildet gemäß dieser Sichtweise also die genetisch determinierte Grundlage für alle Leistungen im Bereich der Zahlverarbeitung und Arithmetik, die sich im Lauf des Lebens entwickeln." (LANDERL/ KAUFMANN 2008, 55).

Es ist methodisch schwierig, zu bestimmen, über welche Kompetenzen Säuglinge verfügen. In den letzten Jahren wurden in der Säuglingsforschung empirische Paradigmen entwickelt, die dennoch Aussagen darüber ermöglichen. Mit Hilfe des Habituations-Dishabituations-Paradigmas zeigt man Babys wiederholt bestimmte Stimuli. Je öfter die Präsentation erfolgt, desto mehr nimmt die Blickdauer ab, woraus man schließen kann, dass die Babys zunehmend das Interesse an dem bekannten Reiz verlieren. Also präsentiert man einen neuen, den Dishabituationsreiz, der sich vom bekannten nur in einem Merkmal unterscheidet. Nehmen die Kinder diesen Unterschied wahr, so verändert sich die Blickdauer, d. h. die Babys betrachten den Stimulus, den sie als unbekannt identifiziert haben, länger und aufmerksamer. Ihr Interesse scheint also wieder geweckt. Durch diese Unterschiede in der Blickdauer lassen sich Aussagen darüber treffen, wie differenziert die Wahrnehmung und die kognitive Verarbeitung von Säuglingen ist (vgl. a.a.O. 56).

Mehrere Studien belegen, dass Babys in der Lage sind, Stimulus-Sets auf Basis ihrer Anzahl zu unterscheiden. Die Blickdauer der Säuglinge verlängert sich, wenn die Anzahl der präsentierten Elemente von 1 auf 2 oder von 2 auf 3 zunimmt, z. T. sogar noch bei der Veränderung von 3 auf 4. Bei mehr als 4 Elementen gelingt eine Differenzierung i. d. R. nicht mehr (vgl. ANTELL/ KEATING 1983, 695ff.; STRAUSS/ CURTIS 1981, 1146ff.; VAN LOOSBROEK/ SMITSMAN 1990, 916ff.). Meistens untersuchen die Studien die präverbale Differenzierung von Elementen anhand visueller Stimuli. Einige Studien belegen zudem, dass Säuglinge auch die Anzahl von Ereignissen oder die Anzahl akustischer Reize erfassen. Dabei erfolgen intermodale Zuordnungen, die basale numerische Fähigkeiten voraussetzen. WYNN zeigt z. B. dass Babys im Alter von 6 Monaten zwischen 2 und 3 Sprüngen einer Puppe unterscheiden (vgl. WYNN 1996, 164ff.). Eine weitere Studie ergibt, dass vier Tage alte Säuglinge in der Lage sind, zwei Sets phonetisch unterschiedlicher Äußerungen zu diskriminieren, die aus zwei bzw. drei Silben bestehen (vgl. BIJELJAC-BABIC/ BERTONCINI/ MEHLER 1993, 711ff.). Da es länger dauert, drei- als zweisilbige Wörter auszusprechen, wird anhand eines zweiten Experiments überprüft, ob die Kinder die Äußerungen deshalb differenzieren können. Die Dauer der Äußerung hat jedoch keinen Einfluss auf die Unterscheidungsfähigkeit:

> „Results indicate that reducing the duration differences does not affect infants' discrimination.“ (a.a.O., 711).

WYNN, BLOOM und CHIANG gelingt es zu zeigen, dass Kinder im Alter von 5 Monaten in der Lage sind, Sets zu unterscheiden, deren Größe sich verdoppelt. Die Säuglinge bekommen zunächst Bildschirme mit 2x3 Objekten, später mit 4x3 Objekten präsentiert, worauf sich die Blickdauer erhöht. Keine Reaktion zeigen die Kinder, wenn sich die Anzahl der Elemente nicht verändert, sondern nur eine andere Anordnung erfolgt (vgl. WYNN/ BLOOM/ CHIANG 2002, B55ff.).

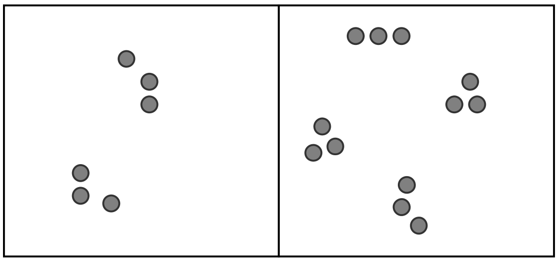
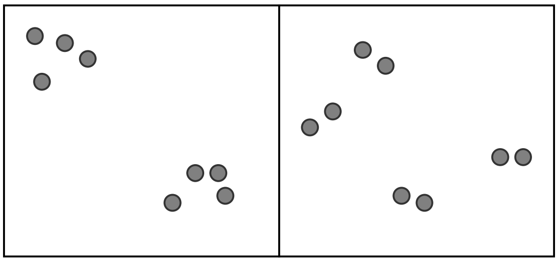
a)  b) 

Abb. 4.9: *Bildschirme a) zur Habituierung und b) zum Experiment (nach WYNN/ BLOOM/ CHIANG 2002, B57)*

DEHAENE fragt, ob sich die Kinder auch der Entsprechung zwischen Ton und Bild bewusst sind (vgl. DEHAENE 1999, 65) und auch diese Frage lässt sich bejahen. Ein Team amerikanischer Psychologen findet heraus, dass Kinder eine Darstellung mit verschiedenen Gegenständen oder Elementen länger und aufmerksamer verfolgen, wenn die Anzahl von akustisch dargebotenen Tönen mit der Anzahl der Gegenstände übereinstimmt (vgl. STARKEY/ SPELKE/ GELMAN 1983, 179ff.).

Dass die Wahrnehmung von Numerositäten nicht auf einen sehr kleinen Zahlenraum bis zu vier Elementen beschränkt ist, zeigen XU und SPELKE: demnach gelingt es bereits 6 Monate alten Babys, die Veränderung der Anzahl bei größeren Sets zu bemerken, wenn das Verhältnis der Elemente 2:1 beträgt. Die Kinder unterscheiden z. B. 8 von 16 oder 16 von 32 Elementen, aber nicht 12 von 16 oder 24 von 32 Elementen (vgl. XU/ SPELKE 2000, B1-B11; XU/ SPELKE/ GODDARD 2005, 90ff.).

Trotz dieser interessanten Forschungsergebnisse stellt sich die Frage, wie es den Kindern gelingt, die einzelnen Unterscheidungen zu treffen. Differenzieren sie tatsächlich anhand der verschieden großen Anzahlen (2 bzw. 3 Kekse) oder aufgrund anderer Merkmale wie der größeren Oberfläche (3 Kekse als größere Keksmenge als 2 Kekse) (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 57). CLEARFIELD und MIX gehen dieser Frage nach (vgl. CLEARFIELD/ MIX 1999, 408ff.). Sechs bis acht Monate alte Säuglinge werden zunächst auf visuelle Displays mit zwei oder drei Objekten habituiert. Schließlich werden zwei verschiedene Displays präsentiert: entweder solche mit der gleichen Anzahl von Elementen und veränderten Umrisslängen oder solche mit unterschiedlicher Anzahl (zwei oder drei), aber dem gleichen Umriss wie das gewohnte Bild (vgl. ebd.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 57). Die Umrisslänge wird dabei als der gesamte Umfang der Elemente gemessen, d. h. Kinder werden beispielsweise gewöhnt an zwei Felder, die zusammen einen Umriss von 16 cm haben – also 8 cm pro Feld. Im Test sind es dann drei Felder mit einem Gesamtumriss von 16 cm und zwei Felder mit einem Gesamtumriss von 24 cm (vgl. CLEARFIELD/ MIX 1999, 409), s. Abbildung:

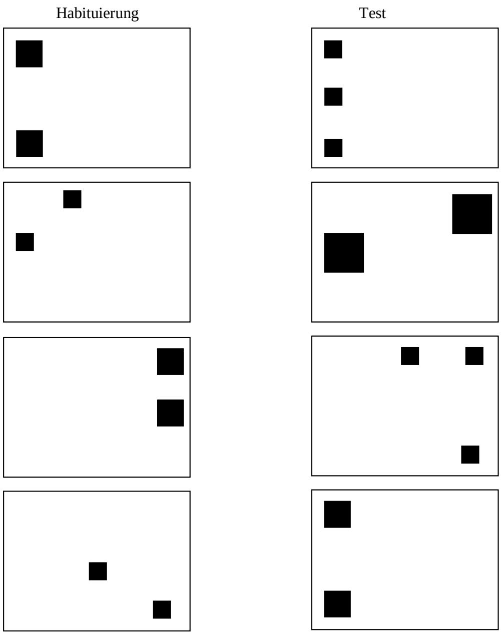


Abb. 4.10: *Muster für Displays (nach CLEARFIELD/ MIX 1999, 409; erstellt: A. L.)*

Das Ergebnis zeigt nun Folgendes:

> „Infants' looking time increased significantly on the test trials with a change in contour length […], but not on the test trials with a change in number […]." (CLEARFIELD/ MIX 1999, 410; Auslassungen: A. L.).

Es kann also nicht bestätigt werden, dass Kinder die Anzahl unterscheiden können. 13 von 16 Kindern betrachten länger die veränderten Umrisslinien als die veränderte Anzahl, nur 3 Babys konzentrieren sich längere Zeit auf die Veränderung der Anzahl. Ob diese Blickrichtungspräferenzen signifikant sind, kann aufgrund der geringen Anzahl von Testversuchen pro Kind nicht behauptet werden (vgl. ebd.).

Deshalb wiederholen CLEARFIELD und MIX die Untersuchung mit demselben Design und erhalten folgendes Ergebnis (vgl. CLEARFIELD/ MIX 2001, 243ff.): Zunächst bestätigt sich, dass die Kinder auf die veränderten Umrisse reagieren, nicht auf eine Veränderung der Anzahl der Elemente (vgl. a.a.O., 248ff.).

> „Thus, infants detected the change in contour length, but there is no evidence that they detected the change in number. These results replicate those reported by Clearfield and Mix (1999)." (a.a.O., 249).

Konträr zu den Ergebnissen von CLEARFIELD und MIX stehen die Studien von XU und SPELKE (2000) oder Befunde von BRANNON/ GAUTIER (2003) (vgl. LANDERL/ KAUF-

MANN 2008, 58). Nach diesen Studien scheinen die Kinder fähig, die Veränderung der Anzahl von Elementen zu registrieren, auch wenn diese nicht mit der Veränderung kontinuierlicher Merkmale übereinstimmt (vgl. ebd.). Entsprechend lässt sich zusammenfassen:

> „Während einige Forscher davon ausgehen, dass am Beginn des Entwicklungsverlaufs Quantifizierung einzig und allein auf kontinuierlichen Merkmalen (mehr oder weniger) basiert, sind andere fest davon überzeugt, dass wir bereits ab der Geburt in gewissem Ausmaß in der Lage sind, die diskrete Anzahl von Elementen, zusätzlich und zumindest teilweise unabhängig von deren physischer Erscheinungsform (Größe, Umfang usw.) zu registrieren. Zukünftige Forschung mit verbesserten experimentellen Paradigmen wird hier wohl erst die Klärung der Diskussion erbringen.“ (ebd.).

Nach den numerischen Kenntnissen von Säuglingen geht es im nächsten Abschnitt um die Klärung des Begriffs des Subitizings, der simultanen Erfassung kleiner Mengen.

4.2.1.2 Simultanerfassung/ Subitizing

> „Simultanerfassung oder Subitizing ist die Fähigkeit, kleine Anzahlen (eins bis vier) auf einen Blick – ohne zu zählen – zu erfassen. In Versuchsanordnungen zur Simultanerfassung ist eine Menge ungeordneter Punkte bei kurzer Darbietungszeit, sodass [sic!] ein Zählen der Punkte nicht möglich ist, zu bestimmen oder es wird die Reaktionszeit beim Ermitteln der Anzahl gemessen.“ (WEIß-HAUPT/ PEUCKER 2009, 55; Einfügung: A. L.).

Der Begriff des *Subitizing* geht auf das Team um KAUFMAN/ LORD/ REESE/ VOLKMANN (1949) zurück. FISCHER, der sich auf das Team um KAUFMAN bezieht, betont, dass zu einer Definition des *Subitizing* immer folgende zwei Punkte gehören (vgl. FISCHER, J.-P. 1992, 191):

> „First, subitizing should always result in an absolute number judgement.” (ebd.).

D. h. das Ergebnis des *Subitizing* soll eine absolute Zahl darstellen. FISCHER kritisiert, dass sämtliche Studien, die mit sehr jungen Kindern arbeiten, dies nicht beachten.

> „The second caveat […] is that there must be verbal labeling of number in standard conventional terms.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Studien mit Säuglingen, die noch gar nicht sprechen können, würde FISCHER daher im Zusammenhang mit *Subitizing* nicht gelten lassen.

Im Folgenden soll die Definition von WEIßHAUPT und PEUCKER gelten. *Subitizing* wäre dann als simultane Zahlerfassung zu betrachten, die sich sowohl vom Zählen als auch vom Schätzen unterscheidet. Auch KAUFMAN, LORD, REESE und VOLKMANN begründen ihre Entscheidung für den Begriff des *Subitzing*. Die Bezeichnung soll neu und unmissverständlich sein und sich von ähnlichen abgrenzen:

> „We wish to avoid terms now in use, having other meanings, and terms with the misleading connotations of estimating, counting, or grasping by intuition. The term proposed is subitize." (KAUFMAN [et al] 1949, 520).

Nach MOSER OPITZ gilt es mittlerweile als unbestritten, dass Kinder bereits ab 2 ½ oder 3 Jahren über die Fähigkeit der Simultanerfassung verfügen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 65). EINIG bestätigt dies in ihrer Untersuchung mit Kindergartenkindern (vgl. EINIG 2008). Ungeklärt ist jedoch, ob man unter dem *Subitizing* eine angeborene Fähigkeit der Wahrnehmung versteht oder ob es sich dabei bereits um numerisches Zählen handelt. Letzteres ginge dabei schon über die reine Simultanerfassung hinaus. SOPHIAN erklärt, dass Kinder Zahlen auf zwei ganz unterschiedliche Weisen erlernen. Zum einen erwerben sie numerisches Wissen durch den Gebrauch der Zahlen in ihrer Umwelt. Sie lernen die Zahlwörter, wie sie die Bedeutung sämtlicher Bezeichnungen in ihrem Umfeld erlernen. Mit Hilfe des Subitizing entdecken sie die numerischen Eigenschaften einer Situation. Der zweite Weg, Zahlenwissen zu erwerben, erfolgt über das Zählen (vgl. SOPHIAN 1988b, 1413):

> „[…] children may learn about numbers in two quite distinct ways: through hearing them used in everyday language and through counting. Children may learn the meaning of the first few natural numbers much as they learn the meaning of other words, by connecting the words they hear with the situations in which they are used, using subitizing to detect the numerical properties of those situations." (ebd.; Auslassung: A. L.)

WYNN ist nach ihren Versuchen (s. o.) ebenfalls der Meinung, dass es ein ursprüngliches, naturgegebenes System numerischen Wissens gebe, das nicht durch Lernen erworben sei und das auf zahlenbezogene Kernkompetenzen schließen lasse (vgl. MOSER OPITZ 2008, 65).

Nach dem Aufzeigen früher numerischer Fähigkeiten von Säuglingen und Kindern im Vorschulalter, steht im folgenden Abschnitt die Frage im Zentrum, wie die Zahlverarbeitung in dieser frühen Phase funktioniert, in der die Kinder noch gar nicht sprechen können.

4.2.2 Modelle der präverbalen Zahlenverarbeitung

Einem Erwachsenen, der Zahlen beherrscht, scheint es schwer vorstellbar, dass numerische Eigenschaften von Elementen oder Mengen wahrzunehmen sind, ohne dass man über Zahlwörter verfügt. Dass Babys in gewissem Rahmen dazu in der Lage sind, wurde oben dargestellt. Um zu beschreiben, wie die Zahlverarbeitung präverbal möglich ist, wurden verschiedene Modelle entwickelt, die hier nach der Übersicht bei LANDERL und KAUFMANN übernommen werden (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008. 58ff.).

> „Sie stellen […] eine wichtige theoretische Grundlage für das Verständnis der Entwicklung der mathematischen Kognition dar.“ (a.a.O., 58f.; Auslassung: A. L.).

Deshalb soll an dieser Stelle zunächst auf das Konzept der „Object Files“ (KAHNEMAN/ TREISMAN/ GIBBS 1992, 175) eingegangen werden, bevor anschließend das Akkumulatormodell präsentiert wird.

4.2.2.1 Konzept der „Object Files“ (KAHNEMAN/ TREISMAN/ GIBBS 1992)

Ein Psychologenteam um DANIEL KAHNEMAN beschäftigt sich mit der visuellen Nachverfolgung von Objekten und beschreibt dabei das Konzept der „Object Files“ (KAHNEMAN/ TREISMAN/ GIBBS 1992, 175):

> „[…] an account of object perception as the process of setting up and utilizing temporary ‚episodic’ representations of real world objects […]. (a.a.O., 176; Auslassungen: A. L.).

Beschrieben wird also ein Konzept, wo die Wahrnehmung von Objekten einen Prozess darstellt, in welchem vorläufige Repräsentationen von realen Objekten eingerichtet und verwendet werden. LANDERL und KAUFMANN umschreiben die *Object Files* als eine Art mentaler Platzhalter,

> „[…] die zumindest minimale Informationen über die beobachteten Objekte enthalten, nämlich Form und Position.“ (LANDERL/ KAUFMANN 2008, 59; Auslassung: A. L.).

Wichtig sind diese mentalen Repräsentationen z. B. für die Objektpermanenz (vgl. PIAGET/ INHELDER 1996, 24), d. h. dafür, dass das Kind versteht, dass ein Gegenstand weiterhin existiert, auch wenn es ihn nicht mehr sieht. Auch Säuglinge verfügen bereits über diese mentalen Repräsentationen – und das bereits deutlich früher als es der Annahme PIAGETS entspricht (vgl. BAILLARGEON/ SPELKE/ WASSERMAN 1985, 202ff.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 59; RAUH 2008, 193f.).

Sowohl bei Erwachsenen als auch bei Kindern gibt es in Bezug auf die *Object Files* eine zahlenmäßige Begrenzung. Erwachsene können beispielsweise nur ca. vier bis fünf Objekte gleichzeitig verfolgen (vgl. ebd.). Für Säuglinge finden LESLIE u. a. heraus, dass sie wohl nur drei bis vier Objekte auf einmal beobachten können (vgl. LESLIE/ XU/ TREMOULET/ SCHOLL 1998, 10ff.). Die *Object Files* werden nicht nur verwendet, um Objekten visuell nachzugehen. Manche Forscher sind der Annahme, dass sie auch genutzt werden, um zwischen Anzahlen und Objekten im Zahlenraum bis ca. vier zu differenzieren (vgl. ebd.). Da sich *Object files* allerdings nur für die visuelle Verarbeitung eignen, ist damit nicht erklärt, warum Säuglinge auch die Anzahl akustisch präsentierter Reize unterscheiden können (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 59). Diese und neuere Befunde wie unter 4.2.1 lassen sich besser mit dem Akkumulator-Modell erklären.

4.2.2.2 Das Akkumulator-Modell

1983 entwerfen MECK und CHURCH ein Modell, das die Unterscheidung von Mengen und Zeitintervallen bei Ratten erklärt (vgl. MECK/ CHURCH 1983, 320ff.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 60f.; MOSER OPITZ 2008, 65). Von GALLISTEL und GELMAN wird dieses Modell auch auf Kleinkinder übertragen (vgl. GALLISTEL/ GELMAN 1992, 43ff.). Zählvorgänge werden wie folgt erklärt:

Ein sogenannter Schrittmacher bzw. „Pacemaker" (MECK/ CHURCH 1983, 324) sendet in regelmäßigen Abständen Signale zu einem Akkumulator (Zählmechanismus), der sie empfängt. Mit einem Schalter, der sich zwischen dem Schrittmacher und dem Akkumulator befindet, kann zwischen einem Zeitverarbeitungsmodus und einem Modus für die Verarbeitung von Mengen hin- und hergeschalten werden, s. Abbildung:

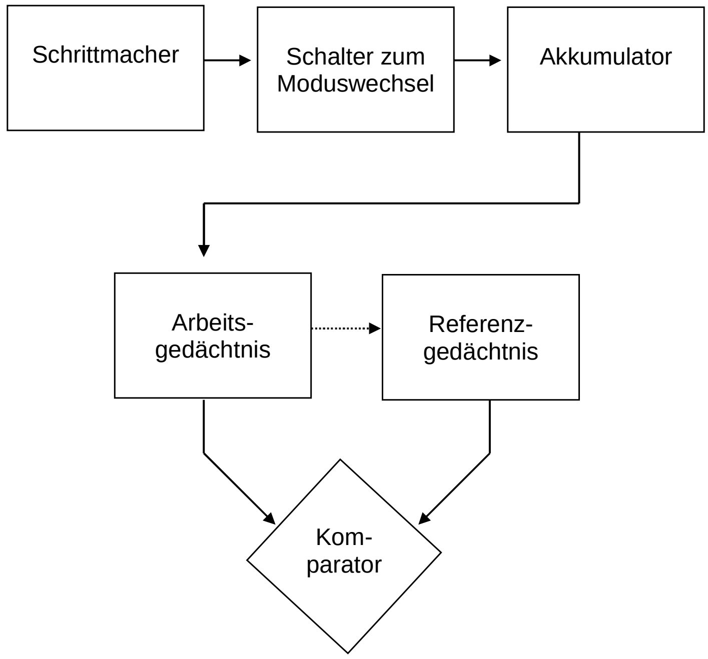


Abb. 4.11: *Akkumulatormodell (nach MECK/ CHURCH 1983, 324)*

Im Zeitverarbeitungsmodus fließt die Energie bis zum Ende des Intervalls in den Akkumulator. Dabei entspricht die Energie, die kontinuierlich in den Akkumulator wechselt, direkt proportional dem Maß der verstrichenen Zeit. Im Arbeitsgedächtnis kann diese aktuelle Energiemenge mit früheren verglichen werden: Es kann also unterschieden werden, ob das soeben gemessene Zeitintervall kürzer oder länger war als vorhergehende Zeitintervalle oder genauso lang (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 60f.).

Im Zählmodus schließt sich der Schalter ganz kurz, wenn ein zu zählender Impuls eintrifft, und öffnet sich dann wieder. Der Akkumulator wird also mit gleich großen Energieeinheiten gefüllt und zwar mit genau so vielen, wie es der Anzahl der zu zählenden Elemente entspricht (vgl. a.a.O., 61):

> „Each closing of the gate increments the magnitude in the accumulator. The magnitude in the accumulator at the end of the count is the mental representative of the numerosity of the counted set.“ (GALLISTEL/ GELMAN 1992, 52).

Auch WYNN bezieht sich auf dieses Modell von MECK und CHURCH, weist aber auch auf dessen Grenzen hin (vgl. WYNN 1992b, 323ff.; 1998 20ff.): dazu gehören Überlegungen zur Unendlichkeit oder die Beschränkung des Modells auf positive Zahlen. WYNN zeigt, dass einfache Additionen und Subtraktionen möglich sind – und durch das Akkumulatormodell zu erklären. Komplexere Aufgaben jedoch wie Multiplikation, Division oder

Potenzrechnen würden mehrere Akkumulatoren erfordern, um entsprechende Ergebnisse zu erhalten (vgl. a.a.O., 329). Je komplexer die Aufgabenstellungen werden, umso weniger überzeugend lässt sich deren Lösung mit dem Akkumulatormodell zu erklären:

> „As the procedures become more complex, it becomes less plausible that they are physically instantiated in the mechanism." (ebd.).

LANDERL und KAUFMANN fassen zusammen, dass sich mit Hilfe des Akkumulatormodells gut erklären lässt, warum Babys im größeren Zahlenraum Elemente nur dann differenzieren können, wenn sie einen deutlichen Unterschied, z. B. 8 und 16, aufweisen (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 62). Der Schrittmacher im Modell würde nicht mit der Präzision einer Atomuhr arbeiten, d. h. es kommt zu leichten Abweichungen. Dies wiederum hat zur Folge, dass die Erfassung größerer Mengen ungenau wird. Warum Babys trotzdem z. B. drei von vier Elementen sehr gut unterscheiden können, lässt sich mit dem Modell kaum erklären. Aktuell geht man in der Forschung deshalb davon aus,

> „[…] dass Menschen und Tiere tatsächlich zwei neurofunktional separierbare Mechanismen zur Wahrnehmung von Numerositäten zur Verfügung haben: eines für die präzise Wahrnehmung von Anzahlen im kleinen Zahlenraum bis etwa 4 und ein zweites für die approximative Verarbeitung von größeren Mengen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

4.2.3 Konzepte der Zählentwicklung

Zur Frage, wie sich das Zählen entwickelt, gibt es unterschiedliche Konzepte, die kontrovers diskutiert werden. Im deutschsprachigen Raum existieren kaum Ausführungen dazu, weshalb MOSER OPITZ sich dieser Thematik widmet (vgl. MOSER OPITZ 2008, 66ff.). Im Folgenden sollen wesentliche Konzepte vorgestellt werden.

Um das Zahl- und Zählwissen von Kindern genauer zu beschreiben, wurden drei Kompetenzebenen definiert (vgl. GREENO/ RILEY/ GELMAN 1984, 99ff.):

- Konzeptuelle Kompetenz (conceptual competence),
- Praktische Kompetenz (utilizational competence),
- Prozedurale Kompetenz (procedural competence) (vgl. ebd.; BAROODY 1992, 102f.; MOSER OPITZ 2008, 67).

Die konzeptuelle Kompetenz meint das Verstehen von Prinzipien für einen Zählvorgang. Die praktische Kompetenz beinhaltet, dass eine Aufgabenstellung zum Zählen verstanden wird. Mit der prozeduralen Kompetenz ist die Kenntnis allgemeiner Prinzipien gemeint, die auch Ziele, Handlungen und notwendige Bedingungen dafür einbezieht (vgl. GREENO/ RILEY/ GELMAN 1984, 99f.).

In Bezug auf die Konzepte zur Zählentwicklung wird diskutiert, welche Zählfähigkeiten der Kinder welcher Kompetenzstufe entsprechen. Es ist zu klären, ab wann die konzeptuelle Kompetenz als erreicht gilt (vgl. MOSER OPITZ 2008, 67). Im Folgenden sollen drei aktuelle Konzepte zur Zählentwicklung vorgestellt werden, angelehnt an MOSER OPITZ (2008).

4.2.3.1 Konzept „Prinzipien-vorher-Theorie “

Das Konzept „Prinzipien-vorher-Theorie“ (STERN 1998, 56; CALUORI 2004, 44f.)“ hat seinen Ursprung im Modell „Principles before skill“ (GELMAN/ MECK 1983, 343). Außerdem findet man dafür auch die Bezeichnung „Prinzipien zuerst“ (MOSER OPITZ 2008, 67). Die Idee geht davon aus, dass Kinder, wenn sie zu zählen beginnen, bereits über gewisse Prinzipien und damit konzeptuelle Kompetenz verfügen. Auch wenn Kinder im Vorschulalter nur wenige Elemente korrekt abzählen, gehen GELMAN und GALLISTEL davon aus, dass der Zählvorgang vom impliziten Wissen über fünf Prinzipien geleitet wird (vgl. GELMAN/ MECK 1983, 343f.; GELMAN/ GALLISTEL 1978, 77ff.). Zu diesen Prinzipien gehören (vgl. ebd.; STERN 1998, 55f.; WERNER 2009, 154f.):

– Das *Prinzip der Eindeutigkeit* oder auch „Eineindeutigkeitsprinzip“ (MOSER OPITZ 2008, 68) („The One-One Principle“ (GELMAN/ GALLISTEL 1978, 77ff.)): Es besteht eine Eins-zu-Eins-Zuordnung zwischen Objekt und Zahlwort. Jedem Objekt wird exakt ein Zahlwort zugeordnet.

– Das *Prinzip der stabilen Ordnung* („The Stable-Order Principle” (a.a.O., 79)): Die Reihenfolge der Zahlsymbole bzw. Zahlwörter ist stabil und unveränderlich.

– Das *Kardinalzahl- oder Kardinalitätsprinzip* („The Cardinal Principle“ (a.a.O., 79f.)): Die Mengengröße, also die Mächtigkeit der Menge, wird durch Zählen ermittelt. Die letztgenannte Zahl bestimmt die Anzahl der gezählten Elemente.

  Zu diesem Prinzip gehören folgende vier Aspekte (vgl. SCHMIDT, SIEGBERT 1983, 106):

  a) die Betonung des letzten Zahlworts,

  b) die Wiederholung des letztgenannten Zahlworts,

c) nach Abschluss des Zählvorgangs das Feststellen der Anzahl ohne erneutes Zählen,
d) Wiederholung des letztgenannten Zahlworts auf Nachfrage.

– Das *Prinzip der Abstraktion* („The Abstraction Principle” (GELMAN/ GALLISTEL 1978, 80f.)): Es erfolgt eine Abstraktion des Zählvorgangs, d. h. das Zählen ist auf sämtliche Bereiche und auf alle möglichen zu zählenden Elemente übertragbar (z. B. Töne, Schritte usw.).

– Das *Prinzip der Irrelevanz der Reihenfolge* („The Order-Irrelevance Principle“ (a.a.O., 82)): Die Reihenfolge, in der die Objekte gezählt werden, ist irrelevant. Man kann mit jedem beliebigen Element der Menge beginnen.

Bei diesen Prinzipien beziehen sich die ersten drei darauf, *wie* gezählt wird. Deshalb bezeichnet man sie auch als *how-to-count-Prinzipien* (vgl. MOSER OPITZ 2008, 68; HASEMANN 2010, 5).

Die Prinzipien 1 und 2 beschreiben Voraussetzungen, die erfüllt sein müssen, um zählen zu können (vgl. ebd.). Ein Kind muss die Eins-zu-eins-Zuordnung beherrschen und die Zahlwörter in der richtigen Reihenfolge kennen. Beobachtet man Kinder im Vorschulalter, so stellt man enorme Unterschiede in der Umsetzung der Prinzipien fest. Einigen Kindern fällt z. B. das konkrete Abzählen von Elementen einer Menge leichter als das reine Aufsagen der Zahlenreihe (vgl. HASEMANN 2010, 5f.). Manchmal werden die Finger zu Hilfe genommen oder der Zählrhythmus wird auf dem Tisch mitgeklopft (vgl. a.a.O., 6; CALUORI 2004, 196f.). Im Sinne PIAGETS können die Zählprinzipien als Schema bezeichnet werden (vgl. GELMAN/ GALLISTEL 1978, 208; MOSER OPITZ 2008, 68).

> „Diese **kognitiven Schemata** sind nichts anderes als Handlungen, über die der Mensch verfügt, die er in der Wirklichkeit effektiv wiederholen kann.“ (BUNDSCHUH 2008, 129).

Die beiden letztgenannten Prinzipien (*Abstraktionsprinzip*, *Prinzip der Irrelevanz der Anordnung*) stellen übergeordnete Prinzipien dar und geben an, *was* zählbar ist. Entsprechend werden sie auch *what-to-count-Prinzipien* genannt (vgl. MOSER OPITZ 2008, 68; HASEMANN 2010, 5).

GELMAN und MECK beziehen sich in ihrem Aufsatz zu frühen Prinzipien zunächst auf PIAGET (vgl. GELMAN/ MECK 1992, 171). Dabei schließen sie sich dessen Auffassung zum Zahlbegriffserwerb insoweit an, dass sie ebenfalls die aktive Rolle des Kindes betonen, wenn es sein Wissen konstruiert. Allerdings gehen sie – anders als PIAGET und

SZEMINSKA (1994) – davon aus, dass die Kinder über ein gewisses Grundgerüst bzgl. numerischer Kenntnisse verfügen, das ihnen hilft, mit ihrer Umwelt zu interagieren:

> „[…] we presume there are some universal sets of skeletal principles underlying some early domains of knowledge acquisition […]" (GELMAN/ MECK 1992, 171; Auslassungen: A. L.).

Auch wenn diese Strukturen nur skizzenhaft sind, helfen diese frühen Prinzipien den Kindern festzustellen, was wesentlich ist und unterstützen eine positive Entwicklung (vgl. ebd.).

GELMAN und GALLISTEL sowie GELMAN und MECK halten entgegen zahlreicher Kritik lange an ihrer Prinzipien-vorher-Theorie fest (vgl. GELMAN/ MECK 1983, 343ff.; 1992, 183). Dass das Kardinalitäts- bzw. Kardinalzahlprinzip angeboren ist, schließen GELMAN und GALLISTEL aus diversen Versuchen. Kinder zählen z. B. „1, 2, 3, 8" und antworten auf die Frage, wie viele Elemente es gibt, mit „8". Daraus lässt sich folgern, dass die Kinder wissen, dass die letztgenannte Zahl die Mächtigkeit der Menge beschreibt (vgl. STERN 1998, 56; CALUORI 2004, 46). Auch bei Untersuchungen mit zwei- bis dreijährigen Kindern können keine Verstöße gegen die fünf Zählprinzipien festgestellt werden (vgl. STERN 1998, 56; GELMAN/ GALLISTEL 1978, 94ff.). Dennoch wird die Prinzipien-vorher-Theorie insgesamt häufig in Frage gestellt (vgl. MOSER OPITZ 2008, 69ff.; STERN 1998f.).

Die Kritikpunkte beziehen sich auf die einzelnen Zählprinzipien, außerdem bestehen Zweifel daran, dass die Konzepte angeboren sind. MOSER OPITZ hat die Kritik an der Prinzipien-vorher-Theorie ausführlich zusammengefasst (vgl. MOSER OPITZ 2008, 69ff.). Exemplarisch sollen im Folgenden einzelne Punkte herausgegriffen werden.

– Generelle Kritik an der Prinzipien-vorher-Theorie

Im Unterschied zur Prinzipien-vorher-Theorie kommt WYNN nach ihren Untersuchungen zum Ergebnis, dass erste numerische Kenntnisse nicht angeboren, sondern erlernt sind (vgl. WYNN 1990, 157f.). Die Eltern, Lehrer oder Erzieher würden als Modell für das Zählen dienen, was das Kind beobachtet und schließlich nachahmt. Das Zählen erfordert dabei viel Routine:

> „Once they have learned many such routines, children eventually generalize over all these routines, abstracting out what all have in common – namely, the

> counting principles. Only after this has happened do children have principled knowledge.” (a.a.O., 158).

Lediglich das Konzept des *Subitizing* bestätigt WYNN als angeboren (vgl. a.a.O., 189). Sie stellt fest, dass Kinder das Kardinalzahlprinzip im Alter von ca. zweieinhalb Jahren noch lange nicht verstehen (vgl. STERN 1998, 57; MOSER OPITZ 2008, 70).

Auch SOPHIAN sieht die Prinzipien-vorher-Theorie kritisch (vgl. SOPHIAN 1998, 33f.). Mit Kindern im Alter von drei bzw. vier Jahren führt auch sie Untersuchungen durch. Dabei geht es um die Anzahlbestimmung sowie den Vergleich zweier Mengen (vgl. SOPHIAN 1988a, 634ff.). Fragen nach dem „Wie viel?“ werden dabei v. a. zählend gelöst, bei den Vergleichsaufgaben raten die Kinder häufig und kommen dadurch oft nicht zum richtigen Ergebnis. Daraus schließt SOPHIAN auf eine begrenzte Zählfähigkeit der Kinder, erkennt aber auch ihre Stärken (vgl. a.a.O., 636ff.):

> „These results support the proposition that children's early counting has some important limitations as well as important strengths.” (a.a.O., 638).

Abschließend folgert SOPHIAN:

> „The conclusion that preschool children have only a limited understanding of how to use counting to solve different kinds of problems has both developmental and instructional implications. Developmentally, it supports the view that children do not begin to count with a conceptual understanding of what they are doing but only gradually acquire that understanding, presumably through their counting experiences. (a.a.O., 639).

Von der Entwicklung her betrachtet bezweifelt SOPHIAN also, dass die Kinder bereits über ein angeborenes konzeptuelles Verständnis verfügen, wenn sie zu zählen beginnen. Sie nimmt vielmehr an, dass Vorschulkinder diese Einsicht in den Zählvorgang schrittweise erwerben, wahrscheinlich v. a. durch ihre Erfahrungen mit dem Zählen.

– Kritik an einzelnen Prinzipien

Wenn Kinder auch jedes Objekt nur einmal zählen oder die Zahlwörter in der richtigen Reihenfolge kennen, reicht das für BAROODY noch nicht aus als ein Beweis für konzeptuelles Wissen (vgl. BAROODY 1992, 105; MOSER OPITZ 2008, 70f.). Er betont, dass das Kind erst damit beginne, sich Fähigkeiten oder erste Ansätze davon zu konstruieren und zwar – „peacemeal“ (ebd.) – also stückchenweise durch Nachahmung, Übung und Verstärkung, z. B. durch die Eltern. Zum Prinzip der stabilen Ordnung ergänzt FUSON, dass es exakter wäre, die einzelnen Aspekte, die zu diesem Prinzip gehören, als das Wissen der Kinder zu beschreiben (vgl. FUSON 1995, 725). Die Kinder wissen, dass Zählen „*eine spezielle Liste mit Zahlwörtern*“ (ebd.; übersetzt: A. L.) erfordert. Diese umfasst vier Merkmale:

– die Liste besteht aus Zahlwörtern,
– die Liste ist eine Aufzählung, d. h. die Wörter befinden sich in einer vorgeschriebenen Ordnung, die stabil bleibt, wie oft man die Liste auch wiederholt,
– jedes Wort auf der Liste ist einzigartig und erscheint nur einmal,
– die Liste hat eine dekadische Struktur zwischen zwanzig und einhundert (vgl. ebd.).

Des Weiteren bezweifelt FUSON das Eineindeutigkeitsprinzip als generelle Fähigkeit (vgl. FUSON 1988, 123; MOSER OPITZ 2008, 71). Das Kind muss in der Lage sein, eine Reihe von Anforderungen zu bewältigen:

– Antippen der Objekte,
– Zuordnung der Zahlworte,
– Merken der schon gezählten Elemente, ggf. durch entsprechende Anordnung der Objekte.

Insgesamt geht FUSON davon aus (vgl. FUSON 1988, 193),

> „[…] dass die Zählentwicklung stetig zunehmendes Wissen und Können umfasst und dass sie nicht auf sprunghaft auftauchenden Einsichten basiert […].” (MOSER OPITZ 2008, 71; Auslassungen: A. L.).

Am Kardinalzahlprinzip kritisiert WYNN die unzureichende Definition bei GELMAN und GALLISTEL (vgl. WYNN 1990, 162). Die vier Aspekte, die von diesen genannt werden, würden nicht genügen als Hinweis auf numerisches Verständnis. Wenn das letzte Zählwort betont wird, so könnte das seine Ursache in der Nachahmung erwachsener Zähler haben und müsse nicht unbedingt auf kardinales Verständnis schließen lassen (vgl. ebd.).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass zahlreiche Autorinnen und Autoren der Annahme widersprechen, dass das Zählenlernen bei Kindern von den Zählprinzipien geführt wird. Welches Konzept der Zählentwicklung von ihnen stattdessen präferiert wird, ist Thema des nächsten Abschnitts.

4.2.3.2 Konzept „Prinzipien-nachher-Theorie“

Aus den Kritikpunkten am Konzept der „Prinzipien-vorher-Theorie“ ergibt sich, dass zumindest einige Prinzipien aus der Erfahrung mit dem Zählen erschlossen werden (vgl. CALUORI 2004, 50). Nach der „Prinzipien-nachher-Theorie“, deren Grundlegung durch FUSON erfolgt (vgl. FUSON 1982, 67ff.), gilt die Zählentwicklung als ein vielschichtiger Prozess, bei dem unterschiedliche Faktoren zusammenspielen (vgl. BAROODY 1992, 103ff.). FUSON beschreibt in diesem Zusammenhang außerdem fünf Phasen, wie sich die Zahlwortreihe zunehmend entwickelt (vgl. FUSON 1992, 141; SCHMIDT, SIEGBERT 2009, 81f.):

– Phase der noch nicht differenzierten Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe (*string level*): Die einzelnen Zahlwörter werden nicht als individuelle Teile verstanden, sondern als eine feste, untrennbare Folge: *einszweidreivierfünfsechssieben*. Zum Abzählen kann diese Zahlwortreihe noch nicht verwendet werden.

– Phase der differenzierten Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe (*unbreakable chain level*): In dieser Phase werden die Zahlwörter als abgrenzbare Einheiten aufgefasst, jedoch muss die Reihe jeweils immer wieder von Anfang an – also von eins – begonnen werden: *eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben...* Aufgaben zum Abzählen einer Menge können gelingen, ebenso wird die Beantwortung der Frage möglich, an wievielter Stelle sich ein Element befindet (vgl. SCHMIDT, SIEGBERT 2009, 81). Wenn danach gefragt wird, welche Zahl (unmittelbar) vor oder nach einer anderen kommt, kann das Kind Aussagen dazu treffen. Erste Additionen erfolgen durch Zusammenzählen aller Elemente, von eins beginnend (vgl. a.a.O., 81f.).

– Phase des Weiterzählens (*breakable chain level*): Kindern gelingt es, auch von einer anderen Zahl als der Eins weiterzuzählen. Beispielsweise kann von a bis b gezählt werden (wenn $a < b$), aber auch von b nach a (vgl. a.a.O., 82). Ebenso wird die Fähigkeit des Weiter- oder Rückwärtszählens beim Addieren oder Subtrahieren eingesetzt,

> „[…] freilich noch nicht mit der Sicherheit, die Anzahl der Schritte – beim Weiter- oder Rückwärtszählen – treffend zu ermitteln.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

– Phase der Auffassung der Zahlwörter als zählbare Einheiten (*numerable chain level*): In diesem Entwicklungsabschnitt werden einzelne Zahlwörter selbst als zählbare Einheiten wahrgenommen, d. h. Teilstücke einer Zahlenreihe können ausgezählt werden. So gelingt z. B. das Weiterzählen oder Rückwärtszählen von *a* um *n* Schritte (vgl. ebd.).

– Phase der zweiseitigen Durchlaufbarkeit der Zahlwortreihe (*bidirectional chain level*): Hier beherrscht das Kind den ihm geläufigen Abschnitt der Zahlwörterfolge zügig und flexibel sowohl vorwärts als auch rückwärts. Auch der Zusammenhang zwischen Additions- und Subtraktionssituationen wird deutlich (vgl. ebd.).

WYNN und FUSON betonen beide, dass der Stand der Zählentwicklung nur dann erfasst werden kann,

> „[…] wenn er innerhalb verschiedener Kontexte, die verschiedene Aufgaben und somit auch unterschiedliche Anforderungen enthalten, betrachtet wird.“ (MOSER OPITZ 2008, 73; Auslassung: A. L.).

Für WYNN sind insbesondere die Entwicklungsschritte *Sequenz*, *Zählen* und *kardinale Bedeutung* zentral (vgl. MOSER OPITZ 2008, 73; WYNN 1992c, 223f.). Mit *Sequenz* bezeichnet WYNN das Aufsagen der Zahlwörter in der entsprechenden Reihenfolge. Damit ist jedoch nicht das Zählen von Elementen verbunden und man bezieht sich auch nicht auf die zahlenmäßige Eigenschaft einer Menge. Kinder verwenden die Zahlwörter wie eine untrennbare Kette, ohne ihr weitere Bedeutung zuzuschreiben (vgl. a.a.O., 223). Im nächsten Schritt – beim Zählen – werden die Zahlwörter angewandt, um die Anzahl einer Gruppe von Elementen zu bestimmen.

> „Die ‚Bedeutung’ der Zahlwörter in diesem Kontext besteht in deren erfolgreicher Zuordnung zu den Elementen in einer Eins-zu-Eins-Korrespondenz.“ (a.a.O., 224; Übersetzung: A. L.).

Die kardinale Bedeutung erfahren die Zahlwörter dann, wenn sie verwendet werden, um eine Anzahl von Objekten zu beschreiben (vgl. ebd.; MOSER OPITZ 2008, 73). Dieses Verständnis erwerben Kinder erst, wenn sie fehlerfrei zählen können. WYNN widerspricht allerdings der Auffassung, dass damit automatisch das Kardinalwortprinzip verstanden sein muss, also das Wissen, das das letztgenannte Wort beim Zählen gleichzeitig die Anzahl der Elemente bezeichnet:

> „A child can know about the cardinality three, for example–that it is more than two, less than four, that its name is ‘three’, and so on–without knowing that the last number word in a count indicates the numerosity of items counted.” (WYNN 1992c, 224; Zeichensetzung im Original).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sowohl FUSON als auch WYNN davon ausgehen, dass Kinder die unterschiedlichen Aspekte und Bedeutungen des Zählens nach und nach erwerben. D. h. die konzeptuelle Kompetenz entwickelt sich ihrer Ansicht nach schrittweise. Viele stimmen inzwischen diesem Konzept zu, noch nicht vollständig geklärt ist allenfalls, wie dieser Entwicklungsprozess genau vor sich geht (vgl. MOSER OPITZ 2008, 73). Während WYNN dem Subitizing große Bedeutung zuschreibt (vgl. WYNN 1990, 187ff.), ergänzen FUSON oder BAROODY diesen Aspekt um das soziale Lernen durch Personen aus dem Umfeld der Kinder (vgl. FUSON 1988, 241; BAROODY 1992, 102f.; RESNICK 1989, 162ff.).

Kritik wird an der Prinzipien-nachher-Theorie wenig geübt: sie findet bis heute große Zustimmung. Gestützt wird die Theorie durch die zahlreichen Gegenargumente zur Prinzipien-vorher-Theorie (vgl. CALUORI 2004, 53; MOSER OPITZ 2008. 73).

4.2.3.3 Akkumulatormodell

Die Psychologin WYNN wendet sich einerseits gegen die „Prinzipien-vorher-Theorie“ (vgl. 4.2.3.1), andererseits geht sie in gewissem Rahmen von angeborenen numerischen Fähigkeiten aus (vgl. ebd.; WYNN 1995, 53f.). Sie bezieht sich dabei auf das Akkumulatormodell, s. Abschnitt 4.2.2.2. Zählen bedeutet für sie,

> „[…] dass die Kinder angeborene numerische Repräsentationen durch den im Akkumulatormodell beschriebenen Prozess […] mit einem kulturell vorgegebenen, linguistischen System verbinden.” (a.a.O., 74; Auslassungen: A. L.).

WYNN geht nach verschiedenen Experimenten von der Annahme aus, dass bereits Kinder mit 2,5 Jahren in der Lage sind, Mengen mit Zahlwörtern zu beschreiben, ohne die Zahlwortreihe zu beherrschen. Damit schließt sie auf eine Zahlrepräsentation, die unabhängig vom Zahlsystem existiert und im Lauf eines längeren Lernprozesses schließlich mit der Zahlwortreihe in Zusammenhang gebracht wird (vgl. MOSER OPITZ 2008, 74). Außerdem nimmt WYNN an (vgl. WYNN 1992c, 238ff.),

> „[…] dass die Kinder zuerst die Zahlwörter eins, zwei, drei als Sequenz erwerben würden, und Zahlwörter für höhere Mengen dann gleichzeitig mit deren kardinaler Bedeutung lernten.“ (MOSER OPITZ 2008, 74; Auslassung: A. L.).

Auf die Begrenztheit des Akkumulatormodells weist WYNN selbst hin (vgl. WYNN 1992b, 329; s. auch Abschnitt 4.2.2.2):

> „While the accumulator mechanism can represent positive integer values, it cannot represent other values, for example negative numbers, fractions, and complex numbers.” (WYNN 1997, 334).

Das Modell eigne sich demnach nicht für negative Zahlen, Brüche oder komplexe Zahlen. Trotzdem wird auch von anderer Stelle Kritik an WYNNS Akkumulatormodell geübt. Diese Kritik bezieht sich v. a. auf ihre Interpretation der numerischen Fähigkeiten von Kleinkindern (vgl. MOSER OPITZ 2008, 74). SIMON merkt beispielsweise an, dass Kinder, die kleine Mengen voneinander unterscheiden können, nicht zwangsläufig über numerische Fähigkeiten verfügen (vgl. SIMON 1997, 360). Genauso könnte es sein, dass Kinder immer auf Unterschiede achten, um neue Informationen zu erlangen. Im Original schreibt er:

> „In other words, although such a discrimination can be correctly described as numerical in nature […], it might be that infants are not really engaging in the goal of making numerical judgments but are simply examining their world for any changes that might convey some new information.” (ebd.; Auslassung: A. L.).

Während WYNN das Subitizing bereits als numerische Fähigkeit beschreibt, unterscheidet SIMON dabei zwei Phasen: in der ersten erkenne das Kind zwei Mengen als unterschiedlich, in der zweiten werden die Elementen der Menge mit einem Zahlwort versehen. Erst dieser zweite Schritt beinhaltet numerisches Wissen, übersteige aber die Fähigkeit von Kleinkindern (vgl. a.a.O., 362; MOSER OPITZ 2008, 74f.). Weitere Kritik am Akkumulatormodell ist bei MOSER OPITZ nachzulesen (vgl. a.a.O., 75). Außerdem ist anzuführen, dass es neben kritischen Positionen auch die gibt, die WYNNS Untersuchungen stützen und um bestimmte Aspekte erweitern (vgl. ebd.; HOUDÉ 1997, 373ff.; DEHAENE 1999, 86ff.).

4.2.3.4 Zusammenfassung und Bewertung der Konzepte

> „Allgemein herrscht heute Konsens, dass sich Kinder die unterschiedlichen Bedeutungen und Aspekte des Zählens erst nach und nach aneignen.” (CALUORI 2004, 52).

MOSER OPITZ fasst zusammen, dass Entwicklungsmodelle zu bevorzugen sind, die von zwei wesentlichen Aspekten ausgehen: erstens, dass sich die verschiedenen Kompetenzebenen gegenseitig beeinflussen, zweitens, dass das Individuum aktiv und handelnd beteiligt ist (vgl. MOSER OPITZ 2008, 80). Damit ist vor allem die „Prinzipien-nachher-Theorie" geeignet, frühe Zählfähigkeiten von Kindern zu erklären (vgl. ebd.; CALUORI 2004, 52f.).

4.2.4 Kompetenz und Performanz im Zusammenhang mit der Zählentwicklung

Eine Schwierigkeit, numerische Entwicklung zu erforschen und zu beschreiben, besteht nicht nur darin, dass unterschiedliche empirische Untersuchungen zur Thematik vorliegen. Diskutiert wird außerdem die Bedeutung der drei Kompetenzebenen, also die Rolle der konzeptuellen, praktischen und prozeduralen Kompetenz (vgl. MOSER OPITZ 2008, 75f.; CALUORI 2004, 54ff.). In der Vergangenheit war man zunächst bestrebt, anhand von Modellen festzulegen, welche Fähigkeiten der Kinder welcher Kompetenzebene zuzuordnen sind oder wie die Zählentwicklung mit dem kardinalen Verständnis zusammenhängt. Heute wird grundsätzlich diskutiert, ob sich Kompetenzmodelle überhaupt eignen, den Erwerb numerischer Fähigkeiten zu erklären (vgl. MOSER OPITZ 2008, 76). Auch bezüglich der Begriffe herrscht keine Einigkeit: während SOPHIAN beispielsweise von einer Entwicklungstheorie – „theory of cognitive development" (SOPHIAN 1997, 283) – spricht, die die Entwicklung numerischer Fähigkeiten beschreibt, verwendet GELMAN den Begriff „Lerntheorie" bzw. „learning theory" (GELMAN 1997, 306; vgl. MOSER OPITZ 2008, 76).

4.2.4.1 Begriffsbestimmung Kompetenz und Performanz

Während früher die Begriffe Fähigkeit und Fertigkeit häufig Verwendung fanden, sind heute insbesondere die Bezeichnungen der Kompetenz und Performanz zu finden (vgl. CALUORI 2004, 54; MOSER OPITZ 2008, 76f.). Die Unterscheidung dieser Begriffe geht auf den Linguistik-Professor CHOMSKY zurück (vgl. CHOMSKY 1978, 13f.; CALUORI 2004, 54). Mit Sprachkompetenz bezeichnet er die „[…] Kenntnis des Sprecher-Hörers von seiner Sprache […]" (CHOMSKY 1978, 14; Auslassungen: A. L.).

Die Sprachkompetenz beinhaltet dabei das komplette grammatikalische und lexikalische Wissen über die Sprache, die im Gehirn des Sprechers gespeichert ist. Darauf kann der Sprechende prinzipiell bei sprachlichen Äußerungen zurückgreifen. Tatsächlich spiegelt die Sprachverwendung nicht direkt die Sprachkompetenz wider, da der Mensch bei der tatsächlichen Verwendung von Sprache – der Performanz (vgl. ebd.) – einer Vielfalt von Einflüssen ausgesetzt ist. Diese Einflüsse verhindern, dass der Sprecher uneingeschränkt auf sein psycholinguistisches Wissen zugreifen kann (vgl. a.a.O., 14f.; CALUORI 2004, 54f.).

Während CHOMSKY die Begriffe Performanz und Kompetenz im sprachlichen Zusammenhang verwendet, sollen sie im Folgenden auf den Erwerb mathematischer Kenntnisse übertragen werden.

Im Allgemeinen werden Kompetenzen definiert als

> „[…] *kontextspezifische kognitive Leistungsdispositionen*, die sich funktional auf Situationen und Anforderungen in bestimmten *Domänen* beziehen.“ (KLIEME/ LEUTNER 2006, 879 ; Auslassung: A. L.).

Aufgrund ihrer Kontextspezifität sind sie von Intelligenz abzugrenzen (vgl. LEUTNER 2010a, 364).

Der Begriff Kompetenz wird gleichzeitig als konzeptuelle Kompetenz bezeichnet. Gemeint ist das Verstehen der Prinzipien, die dem Zählprozess zugrunde liegen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 76). Für FRYDMAN beschreibt Kompetenz, dass die Bedeutung eines Vorgangs erfasst wird. Das heißt, dass ein kompetenter Mensch in der Lage ist, Beziehungen zwischen Handlungen herzustellen und zu verstehen (vgl. FRYDMAN 1995b, 767f.; MOSER OPITZ 2008, 76). Die konzeptuelle Kompetenz bezeichnet FRYDMAN auch mit „know-why“ (FRYDMAN 1995a, 658).

Im Unterschied zur Kompetenz stellt die Performanz eine intentionale Handlung dar, die ein bewusstes Verhalten hervorruft, damit ein bestimmtes Ziel erreicht wird (vgl. MOSER OPITZ 2008, 76; SOPHIAN 1997, 296; FRYE 1997, 318f.). Sie wird auch praktische oder prozedurale Kompetenz genannt (vgl. MOSER OPITZ 2008, 76). Von FRYDMAN wird sie zudem mit „know-how“ (FRYDMAN 1995a, 658) umschrieben.

CALUORI fasst die beiden Begriffe wie folgt zusammen:

> „[…] Kompetenz ist das, was ein Individuum in einem Inhaltsbereich prinzipiell kann und weiß, sein Potential; die Performanz ist dann die eingeschränkte Anwendung der Kompetenz.“ (CALUORI 2004, 55; Auslassung: A. L.).

Ein Problem stellt demnach dar, dass beispielsweise in Testsituationen die Leistungen v. a. auf die Performanz der Testperson zurückgeführt werden können, nicht aber auf dessen Kompetenz (vgl. ebd.). DAVIDSON und STERNBERG, die Untersuchungen zum

Problemlöseverhalten und Zahlengedächtnis von Kindern durchführen, weisen ebenfalls auf diese Schwierigkeit hin:

> „However, experimental results that purport to show children's intellectual levels often are ambiguous as to whether the observed levels reflect the children's competence or, instead, their ability to use this competence." (DAVIDSON/ STERNBERG 1985, 43).

Falls ein Kind eine Anforderung nicht bewältigen kann ist es letztlich schwierig, festzustellen, woran es liegt. Die Frage ist, ob ein Kind noch nicht die Kompetenz erworben hat, die Aufgabe zu lösen, oder ob es beim Lösungsversuch nicht auf die bereits ausgebildete Fähigkeit zurückgreifen kann (vgl. ebd.; CALUORI 2004, 55f.).

Auch STERN weist auf den Unterschied der Kompetenz und Performanz hin und auf die unterschiedliche Bewertung von Lösungsversuchen:

> „Während […] einem Zweitkläßler unterstellt wird, daß er noch nicht das zum Lösen der Aufgabe benötigte Wissen verfügbar hat […], wird dem erwachsenen Leser nicht ein Mangel an Kompetenz, sondern an *Performanz* unterstellt. Der Erwachsene hat, als ihm die Aufgabe präsentiert wurde, nicht von seinem verfügbaren Wissen Gebrauch gemacht und deshalb nicht die optimale Leistung erbracht." (STERN 1998, 17; Auslassungen: A. L.).

4.2.4.2 Zusammenhang von Kompetenz und Performanz

WYNN ist der Meinung,

> „[…] dass der Unterschied zwischen erfolglosem und erfolgreichem Zählen nur durch die Performanz-Kompetenzunterscheidung erklärt werden könne." (MOSER OPITZ 2008, 77; Auslassung: A. L.).

Sie begründet dies damit, dass Kinder zwar aufgrund fehlender Kompetenzen an Anforderungen scheitern können. Gleichzeitig sei es aber auch möglich, dass ihr Scheitern vollkommen unabhängig von ihrem konzeptuellen Verständnis erfolge (vgl. WYNN 1997, 333). Daraus folgert WYNN eine Trennung zwischen Kompetenz und Performanz, weil ein tatsächlicher Unterschied bestehe zwischen der konzeptuellen Kompetenz eines Kindes in einem bestimmten Bereich und seiner Performanz in einer beliebigen speziellen Situation (vgl. ebd.). Als Beispiel führt sie ein Kind an, dass den Begriff ‚mehr' nicht versteht:

> „If a child fails to correctly identify which of two rows has ‘more’ items because she does not understand the word ‘more,’ [sic!] this does not tell us anything interesting about her judgments of quantity.” (ebd.; Einfügung: A. L.).

Andere Autoren gehen davon aus, dass sich die verschiedenen Kompetenzebenen gegenseitig beeinflussen (vgl. RITTLE-JOHNSON/ SIEGLER 1998, 77ff.; MOSER OPITZ 2008, 77). Sie sind der Meinung, „[…] dass gerade diese Wechselwirkung einen wesentlichen Aspekt von Entwicklung ausmacht.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Dazu gehören beispielsweise FUSON, GELMAN, SOPHIAN oder SIEGLER (vgl. a.a.O., 77ff.), näher jeweils nachzulesen bei MOSER OPITZ (vgl. ebd.).

Dass Kompetenzmodelle im Widerspruch zu dem Verständnis stehen, dass ein Individuum sein Wissen aktiv konstruiert, beschreibt SOPHIAN (vgl. SOPHIAN 1997, 292). Wenn man – wie diverse Kompetenzmodelle es tun – davon ausgeht, dass gewisse Kompetenzen angeboren sind, spielen der Einfluss der Umwelt und Interaktionen mit der Umwelt eine geringere Rolle (vgl. ebd.; MOSER OPITZ 2008, 78). SOPHIAN fordert jedoch ein Entwicklungsverständnis, das die aktive Rolle des Individuums betont (vgl. SOPHIAN 1997, 292)

> „[…] und Aussagen darüber macht, was sich im Verlauf einer bestimmten Phase verändert und was konstant bleibt, und weniger, was als momentane Kompetenz feststellbar ist.“ (MOSER OPITZ 2008, 78; Auslassung: A. L.).

Des Weiteren kritisiert SOPHIAN an Kompetenzmodellen, dass sie zwar entwickelt wurden, um zu erklären, wie Kinder das Zählen lernen, dabei aber jeweils nur ausgewählte Aspekte beachten (vgl. ebd.; SOPHIAN 1997, 293). Die Tätigkeit des Lernens würde dadurch vereinfacht und weitere Fragen zur numerischen Entwicklung blieben offen. SOPHIAN ist der Ansicht, dass sich prozedurales und konzeptuelles Verständnis nicht trennen lassen. Kompetenzmodelle geben zwar vor, dass das Wissen der Kinder unabhängig davon charakterisiert werden kann, wie dieses Wissen tatsächlich genutzt wird. Dadurch ergebe sich jedoch eine gefährliche Trennung von theoretischen Behauptungen und empirischen Daten (vgl. SOPHIAN 1995, 753; MOSER OPITZ 2008, 79). Letztlich betrachtet SOPHIAN Kompetenz und Performanz

> „[…] als Ausdruck eines dynamischen Geschehens […], das sowohl durch Entwicklung entstehe, aber auch weitere Entwicklung bestimme.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Für SOPHIAN besteht darin gewissermaßen der Schlüssel, um entwicklungsbezogene Veränderungen im Wissen von Kindern zu verstehen. Der duale Charakter – also gleichzeitig Ausdruck von Entwicklung zu sein und Determinante für weitere Entwicklung – sei das, was Performanz überhaupt von Entwicklung unterscheide (vgl. SOPHIAN 1997, 296):

> „Whereas competence, at least as construed by contemporary theorists, is a cause of development but not itself a developmental product, performance both reflects what children already know and, because it changes the world, generates new learning opportunities that can contribute to further development." (ebd.)

Während Kompetenz also ein Anlass für Entwicklung ist, spiegelt Performanz das Wissen der Kinder wider und ruft gleichzeitig neue Lernmöglichkeiten hervor, die zu weiterer Entwicklung beitragen können.

ROBERT SIEGLER, Professor für Kognitive Psychologie in den USA, bezieht sich in seinem Artikel „Beyond competence – toward development" (SIEGLER 1997, 323) auf die Ausführungen von SOPHIAN. Die Kritik an den Kompetenzmodellen fasst er schließlich in fünf Punkten wie folgt zusammen (vgl. a.a.O., 324; MOSER OPITZ 2008, 79):

- Kompetenzmodelle würden nur vage Beschreibungen darüber liefern, was Kinder über Konzepte wissen,
- der Fokus liege einseitig auf erfolgreicher Leistung; Daten, die keine frühen Kompetenzen zeigen, würden zurückgewiesen,
- unterschiedliche Leistungsfähigkeit innerhalb einer Aufgabe würde ignoriert,
- es würde nicht beachtet, dass die Beziehung zwischen Performanz und Kompetenz gegenläufig gerichtet ist und
- Veränderungsprozesse würden nicht spezifiziert.

Abschließend ist MOSER OPITZ zuzustimmen, die fordert,

> „[…] Kompetenzmodelle als Erklärungsansatz für den Erwerb numerischer Kompetenzen in Frage zu stellen. *Wynn* kann keine Kriterien aufzeigen, die es ermöglichen würden, Kompetenz und Performanz voneinander zu unterscheiden." (MOSER OPITZ 2008, 79; Auslassung: A. L.)

Außerdem werden im Modell von WYNN wichtige Aspekte vernachlässigt, z. B. finden soziale, situative bzw. kulturelle Einflüsse keine Berücksichtigung (vgl. ebd.).

In ihrem Buch zum Zahlbegriff, Zählen und Rechnen entwirft MOSER OPITZ ein aktuelles Modell zur Zählentwicklung (vgl. MOSER OPITZ 2008, 82ff.). Darin beschreibt sie den

Fortschritt von der Zahlwortreihe zum kardinalen Verständnis. Da die wesentlichen Grundlagen des Modells hier in vorhergehenden Kapiteln vorgestellt wurden, wird an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen.

Im nächsten Teil sollen vielmehr Modelle präsentiert werden, die aufzeigen, wie sich die Rechenleistungen bei Kindern entwickeln. Diese Modelle stellen gleichsam eine Zusammenfassung der bisherigen Abschnitte zur Entwicklung des Zahlbegriffs und des Zählens dar.

4.3 Modelle der Entwicklung der Rechenleistung

Im Zusammenhang mit dem Erwerb von Rechenleistungen stellt sich die Frage, wie sich arithmetische Fähigkeiten entwickeln und in welchem Alter Kinder entsprechende Anforderungen bewältigen. Tatsächlich gibt es bis heute kein allgemein gültiges Modell zur Rechenentwicklung (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 86).

Einzelne Autoren sind der Meinung, dass es ein solch allgemeingültiges Modell gar nicht geben könne, weil sich arithmetische Leistungen aus so unterschiedlichen Komponenten zusammensetzen (vgl. ebd.; DOWKER 2005, 26ff.). Diese könne man nicht in einen hierarchischen Verlauf einordnen, außerdem würden sich die Kinder einzelne Komponenten auf jeweils individuelle Weise aneignen. In den letzten Jahren gibt es dennoch zahlreiche Versuche, empirische Ergebnisse zur Entwicklung arithmetischer Kenntnisse in einem Modell zusammenzufassen. Entsprechend der Übersicht bei LANDERL und KAUFMANN spielen dabei drei Modelle eine Rolle (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 86ff.).

4.3.1 Vier-Stufen-Entwicklungsmodell nach VON ASTER [u. a.]

VON ASTER bezieht sich mit seinem Team auf das Triple-Code-Modell von DEHAENE (vgl. DEHAENE 1992, 31) und versucht, darin einen Entwicklungsverlauf der Zahlenverarbeitung darzustellen (vgl. VON ASTER [u.a.] 2005, 614ff.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 86). Um das Modell verständlich zu erklären, soll im Folgenden zunächst das Modell von DEHAENE vorgestellt werden.

4.3.1.1 Triple-Code-Modell (nach DEHAENE 1992)

DEHAENE beschreibt in seinem Modell, wie die Zahlenverarbeitung und das Rechnen bei Erwachsenen funktionieren. Es besteht aus drei unterschiedlichen Modulen, wo Zahlen und Mengen auf verschiedene Weise repräsentiert sind (vgl. DEHAENE 1992, 30ff.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 24f.), s. nachfolgende Abbildung.

Im Modul der visuell-arabischen Zahlenform werden Zahlen verarbeitet, die numerisch dargestellt sind, z. B. „13". Das Modul der sprachlich-alphabetischen Zahlenform – auch als verbal-phonologisches Modul bezeichnet – ist für geschriebene bzw. gesprochene Zahlen zuständig, also „dreizehn" (vgl. VON ASTER [u. a.] 2005, 614; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 24f.).

> „Das dritte Modul der *analogen Größenrepräsentation* ist bei all jenen Zahlenverarbeitungs- und Rechenprozessen involviert, die auf die Numerosität von Mengen oder Zahlen zugreifen." (a.a.O., 24).

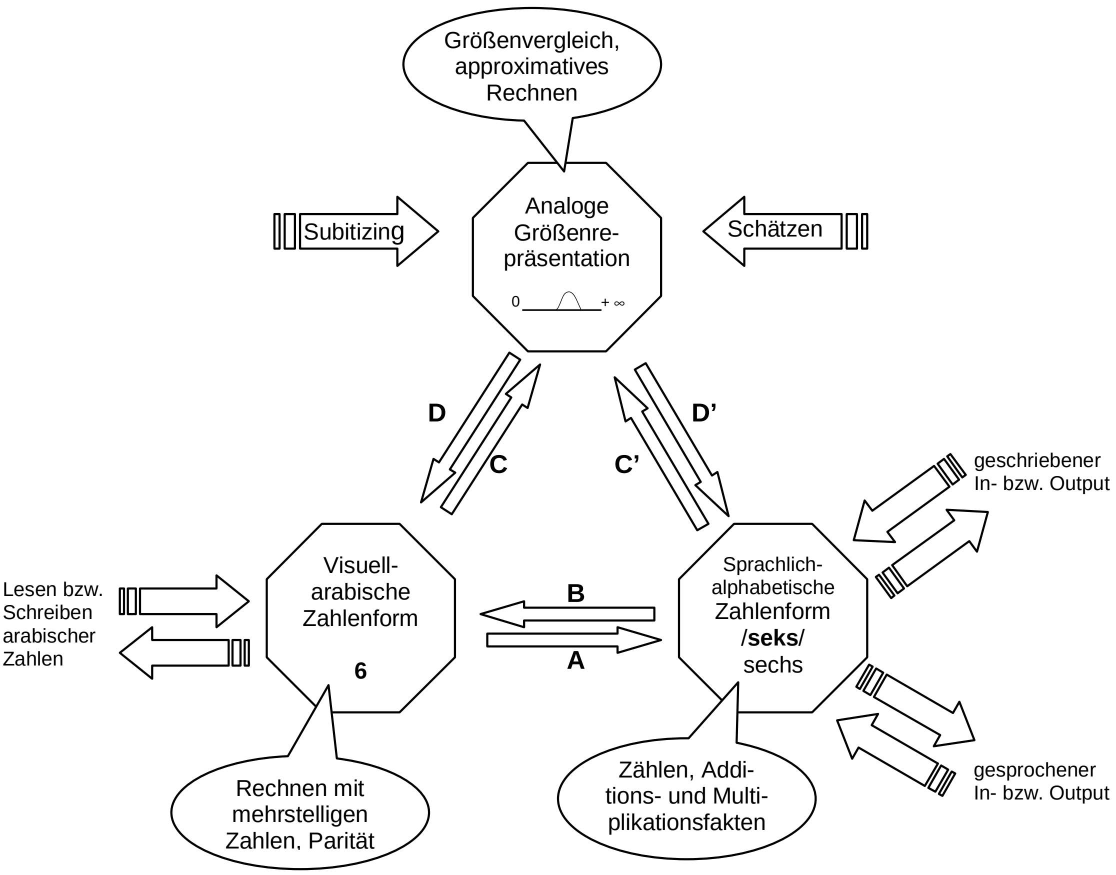


Abb. 4.12: *Triple-Code-Modell (nach DEHAENE 1992, 31)*

D. h. dass dieses Modul die Kenntnisse um die numerische Größe einer Menge oder Zahl umfasst und damit die „eigentliche Zahlensemantik" (ebd.). VON ASTER und sein Team sprechen auch vom semantischen Modul (vgl. VON ASTER [u. a.] 2005, 614). Es wird außerdem als innerer Zahlenstrahl bezeichnet. Die Zahl dreizehn wäre dort in etwa so repräsentiert:

Abb. 4.13: *Repräsentation der Zahl 13 im semantischen Modul (nach VON ASTER [u.a.] 2005, 614)*

Die drei Module sind in unterschiedlichen Gehirnregionen angesiedelt, d. h. dass bei bestimmten Hirnschädigungen jeweils verschiedene Teilausfälle hervorgerufen werden können (vgl. ebd.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 24). Die Kommunikation zwischen den drei Repräsentationen erfolgt durch bestimmte Übersetzungspfade, in der Abbildung 4.11 (kontrollieren!) bezeichnet mit A, B, C, D, C' und D' (vgl. DEHAENE 1992, 31).

Übersetzungspfad A erstellt beispielsweise das Wort bzw. die Wortfolge entsprechend zu der arabischen Zahl. DEHAENE betont, wie kompliziert dieser Prozess ist, auch wenn er im Modell durch einen simplen Pfeil dargestellt ist:

> „Despite its representation as a simple arrow, this is actually a complex process which involves separate steps of syntactic composition and lexical retrieval […]". (ebd.; Auslassung: A. L.).

LANDERL und KAUFMANN fassen zusammen, dass beim kompetenten Erwachsenen die drei Module immer interagieren, sobald Zahlen verarbeitet werden (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 24). Wie sich VON ASTER mit seinen Kollegen die Entwicklung der Zahlenverarbeitung nach diesem Modell von DEHAENE vorstellt, wird nun im nächsten Abschnitt gezeigt.

4.3.1.2 Vier-Stufen-Entwicklungsmodell (VON ASTER [u. a.] 2005)

VON ASTER und Kollegen betonen, dass es unumgänglich ist, bei der Frage nach der Entwicklung der Zahlenverarbeitung Erkenntnisse der Entwicklungspsychologie und -neuropsychologie einzubeziehen (vgl. VON ASTER [u.a.] 2005, 614; VON ASTER/ KUCIAN/ MARTIN 2006, 155). Im Modell, das sie dazu entwickeln, unterscheiden sie drei Phasen: das Säuglingsalter, das Vorschul- und das Schulalter, wobei sich das Schulalter wiederum in zwei Stufen differenziert. Insgesamt ergeben sich also vier Stufen.

Bereits im *Säuglingsalter* würden die Babys Mengen erfassen und differenzieren. VON ASTER konstatiert demnach eine „angeborene numerische Grundkompetenz“ (VON ASTER [u.a.] 2005, 614), die er mit den Kernsystemen bzw. „core systems“ (FEIGENSON/ DEHAENE/ SPELKE 2004, 307ff.) begründet (vgl. auch 4.2.1.1). Diese Kernsysteme werden als eine Art Zahlen- oder Mengensinn beschrieben und erscheinen im Modell als erste von vier Stufen (vgl. VON ASTER/ KUCIAN/ MARTIN 2006, 155).

Im *Vorschulalter* – der zweiten Stufe des Modells – erwerben die Kinder die Zahlwortreihe sowie erste Zählprinzipien. Außerdem beginnen sie durch Weg- und Dazuzählen erste Additionen und Subtraktionen zu lösen und Begriffe wie „mehr“ oder „weniger“ zu gebrauchen (vgl. VON ASTER [u. a.] 2005, 614). Kennzeichnend für diese Phase ist:

> „Die vorschulischen Entwicklungsschritte der Zahlenverarbeitung erfolgen ohne systematische Unterrichtung im Kontakt mit dem sozialen und familiären Umfeld und sind eng an den anschaulichen sensomotorischen Gebrauch der Finger gebunden.“ (ebd.).

In der nächsten Phase – VON ASTER und Kollegen knüpfen sie an den Eintritt in die Schule bzw. das *Schulalter* – erlernen die Kinder eine neue,

> „[…] nicht linguistische ‚Zahlensprache’, das arabische Notationssystem, […] welches nur visuell repräsentiert ist und eine ganz eigene, stellenwertbezogene Syntax besitzt, die sich mehr oder weniger stark von den verschiedenen linguistischen Zahlwortsystemen unterscheidet.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Im Unterschied zu einer Kopplung nur an das Alter der Kinder wird bei der Verbindung mit dem Schuleintritt dem Umstand Rechnung getragen, dass sich in dieser Phase nicht automatisch bestimmte Veränderungen ergeben, sondern die äußere Unterweisung in der Schule eine entscheidende Rolle spielt.

Neben dem arabischen Zahlensystem lernen die Kinder, gesprochene bzw. geschriebene Zahlwörter in arabische Zahlen umzuwandeln und umgekehrt. Dabei zeigen sich insbesondere in der deutschen Sprache gewisse Schwierigkeiten, die sich auf die unterschiedliche Position der Einer und Zehner beziehen, z. B. *ein*-und-**zwanzig**, aber **2***1* (vgl. ebd.; GAIDOSCHIK 2010, 188).

VON ASTER u. a. führen an, dass das arabische Zahlensystem die Basis darstellt für den Umgang mit größeren Zahlen oder das Erlernen der Grundrechenarten. Dies würde auch im Mathematikunterricht der Schulen deutlich (vgl. VON ASTER [u.a.] 2005, 614). Sie kritisieren jedoch, dass der Gedanke vernachlässigt wird, dass das arabische Notationssystem auch entscheidend ist für den Aufbau einer inneren abstrakten Zahlenraum- bzw. Zahlenstrahlvorstellung (vgl. a.a.O., 214ff.). Diese Zahlraumvorstellung wird der 4. Stufe innerhalb des Modells zugeordnet. Erst

> „[d]iese ausschließlich mentale Repräsentation ordinaler Zahlen ermöglicht es, die Größe einer abstrakten Zahl im Vergleich zu einer anderen zu bestimmen, sich im Zahlenraum mental zu bewegen und arithmetisch zu manövrieren, Rechnungen zu schätzen und zu überschlagen." (a.a.O., 216; Anpassung: A. L.).

Auch wenn der mentale oder innere Zahlenstrahl individuell unterschiedlich gestaltet sein kann (vgl. SERON [u.a.] 1992, 159), bestätigen Untersuchungen mit Erwachsenen die Hypothese der räumlichen Orientierung der Zahlen am Zahlenstrahl (vgl. ebd.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 31ff.).

> „Das Konstrukt des mentalen Zahlenstrahls […] besagt, dass in der mentalen Vorstellung die Zahlen analog (nämlich linear) und räumlich von links nach rechts angeordnet sind […]." (a.a.O., 31; Auslassungen: A. L.).

Zu den Versuchen, die bis heute häufig wiederholt wurden, gehören der Distanzeffekt sowie der *SNARC*-Effekt („spatial numerical association of response codes"), also der Effekt der räumlich-numerischen Assoziation des Antwortcodes (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 31).

Beim Distanzeffekt werden den Probanden zwei Zahlen präsentiert. Die Testperson soll so schnell wie möglich angeben, welche größer ist. Bei den Versuchen zeigt sich, dass die Reaktionszeit umso mehr zunimmt, je geringer der Abstand zwischen den Zahlen ist, d. h. die Menschen reagieren langsamer beim Zahlenpaar 2 und 3 als wenn die Zahlen 3 und 8 präsentiert werden (vgl. a.a.O., 32f.; MOYER/ LANDAUER 1967, 1519f.). Gleiches gilt auch, wenn die größere von zwei zweistelligen Zahlen gesucht ist. Ein Erklärungsansatz für den Distanzeffekt, der bereits vor einiger Zeit gegeben wurde, ist immer noch gültig (vgl. HENIK/ TZELGOV 1982, 389ff.). Der Effekt wird dort so begründet,

> „[…] dass relativ zu weiter entfernten Zahlen die internen semantischen Größenrepräsentationen von benachbarten Zahlen auf dem Zahlenstrahl eher überlappen und somit beim Abruf miteinander in Konkurrenz treten (interferieren)." (LANDERL/ KAUFMANN 2008, 33; Auslassung: A. L.).

Außerdem würden Zahlenraumvorstellungen bei zunehmender Größe oder Entfernung räumlich komprimiert, das bedeutet,

> „[…] dass subjektiv der Abstand zwischen 5 und 9 größer erscheint als der zwischen 65 und 69 […]“ (VON ASTER [u.a.] 2005, 616; Auslassungen: A. L.).

Beim SNARC-Effekt beinhaltet die Aufgabe für die Probanden, zu entscheiden, ob eine dargestellte Zahl, die in der Regel einstellig ist, gerade oder ungerade ist (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 35). Die Lösung wird jeweils mit einer bestimmten Hand eingegeben, wobei im ersten Teil der Aufgabe die rechte Hand für gerade Zahlen, die linke für die ungeraden zuständig ist. Dies wird im zweiten Teil des Experiments umgedreht, d. h. der rechten Hand sind dann die ungeraden Zahlen zugeordnet (vgl. ebd.; DEHAENE/ BOSSINI/ GIRAUX 1993, 371ff.).

> „Ein typisches und in der Zwischenzeit vielfach repliziertes Antwortmuster ist, dass numerisch kleine Zahlen schneller mit der linken Hand und numerisch große Zahlen schneller mit der rechten Hand beantwortet werden […].“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Die Erklärung für diesen Effekt ist, dass auf unserem inneren Zahlenstrahl kleine Zahlen eher links, große eher rechts angeordnet sind. Die jeweils nähere Hand – also die rechte Hand für große, die linke Hand für kleine Zahlen – reagiert schneller (vgl. ebd.).

VON ASTER stellt anhand von Untersuchungen fest, dass sich der mentale Zahlenstrahl erst während der Grundschulzeit entwickelt (vgl. VON ASTER [u.a] 2005, 616). Den Beweis dafür sehen VON ASTER und Kollegen darin, dass der SNARC-Effekt erst bei Kindern ab der zweiten Jahrgangsstufe auftritt.

> „Eigenen Untersuchungen zufolge reagieren nur gut 1/3 der Zweitklässler schneller mit der rechten Hand auf größere und schneller mit der linken Hand auf kleinere Zahlen. Bei ihnen existiert also schon eine räumliche, in Schreibrichtung ausgerichtete Vorstellung, die die größeren Zahlen ‚näher' an die rechte und die kleineren Zahlen ‚näher' an die linke Hand projiziert.“ (ebd.).

Umgekehrt zeigen rund 2/3 der Kinder in der 2. Klasse diesen Effekt noch nicht. Bei der Mehrheit der Schüler ab der 3. Klasse ist der SNARC-Effekt wie bei den Erwachsenen festzustellen (vgl. ebd.; BERCH [u.a.] 1999, 297f.).

Die folgende Abbildung zeigt das Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung nach VON ASTER mit Kollegen.

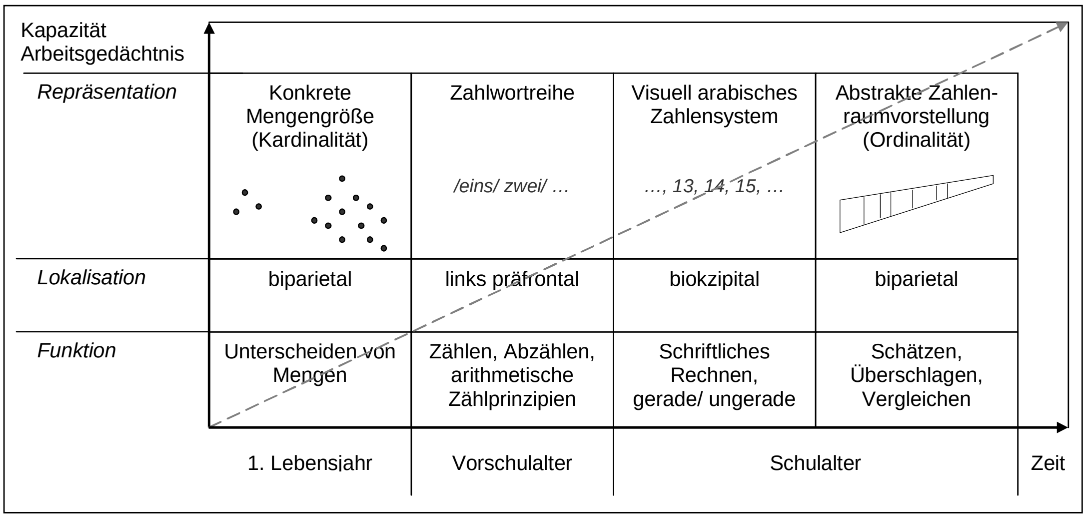


Abb. 4.14: *Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung (nach VON ASTER [u. a.] 2005, 618)*

Es enthält die Funktionen, die mathematisch in der jeweiligen Phase möglich werden, sowie die Darstellung, wie die Zahlen repräsentiert sind. Außerdem ist angegeben, in welcher Gehirnregion die einzelnen Module lokalisiert sind, was heute mit Hilfe moderner bildgebender Verfahren wie der funktionellen Magnetresonanztomographie möglich ist (vgl. VON ASTER [u.a.] 2005, 616). Man sieht, dass bei der Verarbeitung numerischer Inhalte verschiedene Gehirnareale beteiligt sind. Die Unterscheidung von Mengen erfolgt biparietal, d. h. in der Region von einem Schläfenbein zum anderen. Numerisches Faktenwissen wie z. B. das Erlernen der Zahlwortreihe im Vorschulalter wird sprachkodiert gespeichert und ist im Gehirn in einem Teil des Frontallappens der Großhirnrinde verortet (vgl. ebd.). Das visuell arabische Zahlensystem dagegen wird in einer Region des Hinterkopfs – „[…] innerhalb des ventralen okzipitotemporalen Pfads für visuelle Identifikation […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.) – verarbeitet.

Wie sich diese Netzwerke entwickeln, ist noch nicht endgültig erforscht. Erste bildgebende Verfahren zeigen, dass bei Kindern die gleichen Gehirnregionen aktiviert werden wie bei Erwachsenen.

> „Die Netzwerke verändern sich plastisch mit zunehmendem Alter und zunehmender Expertise. So nimmt die Aktivität in den zahlenspezifischen parietalen Regionen zu und in unterstützenden Regionen […] ab.“ (ebd.; Auslassung: A. L.)

Zu den unterstützenden Regionen gehören Komponenten wie Arbeitsgedächtnis oder Aufmerksamkeit. Das heißt, dass ein Kind, dass mit numerischen Anforderungen wenig geübt ist, mehr Aufmerksamkeit und Konzentration benötigt als ein Erwachsener (vgl. ebd.).

Die Entwicklung der Zahlen verarbeitenden Regionen läuft hierarchisch, d. h. die Fähigkeit zur Unterscheidung von Mengen stellt die Basis für nachfolgende Anforderungen wie den Erwerb der Zahlwörter und das schriftliche Notationssystem der Zahlen dar. Auf diesen Kenntnissen baut sich dann die abstrakt symbolische Zahlenstrahlvorstellung auf (vgl. ebd.). Insgesamt lässt sich sagen, dass sich die unterschiedlichen Zahlenrepräsentationen und deren entsprechende Funktionen folgendermaßen entwickeln:

> „[…] einerseits in Abhängigkeit von der wachsenden Kapazität und Verfügbarkeit von Stützfunktionen der allgemeinen Intelligenz (Aufmerksamkeit, Arbeitsgedächtnis, Verarbeitungsgeschwindigkeit) und andererseits erfahrungsabhängig […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Neben der Gehirnreifung und biologischer Dispositionen wird also auch der Einfluss der Umwelt betont, insbesondere die schulische Instruktion wird eigens hervorgehoben (vgl. ebd.). LANDERL und KAUFMANN ergänzen, dass nach dem Entwicklungsmodell von VON ASTER u. a. das Triple-Code-Modell gewissermaßen den Zielzustand darstellt (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 88). Während VON ASTER u. a. auf den hierarchischen Aufbau des Modells hinweisen (s. o.), wird hier betont, dass die Entwicklungsstufen nicht linear aufeinander folgen, sondern sich vielmehr überlappen oder parallel stattfinden können (vgl. ebd.). Nachdem sich die Kritik an sämtlichen hierarchischen Entwicklungsstufenmodellen oft auf deren starre Struktur bezieht, ist die Annahme, dass einzelne Phasen sich möglicherweise überschneiden, vorzuziehen.

4.3.2 Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen nach KRAJEWSKI (2008a)

Das Modell von KRAJEWSKI ist bereits Inhalt des Kapitels 4.1.3.3. Es wird hier erneut erwähnt, um die Auflistung aktueller Entwicklungsmodelle zur Rechenleistung zu vervollständigen. Außerdem wird noch einmal kurz auf die dritte Ebene im Modell eingegangen, weil diese für die Entwicklung der Rechenleistung bedeutend ist.

Erst in dieser Phase nämlich

> „[…] erlangen Kinder in diesem Modell die entscheidenden Basiskompetenzen für arithmetisches Wissen und für das Verständnis der Zahlen als Relationalzahlen." (LANDERL/ KAUFMANN 2008, 90; Auslassung: A. L.).

Abschließend sei in Bezug auf dieses Modell von KRAJEWSKI noch einmal darauf hingewiesen, dass Kinder sich gleichzeitig auf verschiedenen Niveaus befinden können. Die jeweilige Kompetenzebene hängt auch von dem jeweiligen Zahlenmaterial ab (vgl. KRAJEWSKI 2008c, 279f.; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 90). Zudem besteht ein Unterschied zu den Annahmen PIAGETS (vgl. KRAJEWSKI/ SCHNEIDER 2009, 516):

> „Alle Kompetenzen können an realen Objekten vermittelt werden, so dass […] ein ausschließlich mentales Operieren mit Anzahlen nicht zwingend erforderlich ist für den Übertritt in eine höhere Ebene." (ebd.; Auslassung: A. L.).

4.3.3 Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach FRITZ/ RICKEN (2008)

Neben KRAJEWSKI entwerfen auch FRITZ und RICKEN ein Entwicklungsmodell zur mathematischen Kompetenz (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 91; FRITZ/ RICKEN 2008, 33ff.). Sie berufen sich zwar ebenfalls auf Theorien und Forschungsergebnisse von PIAGET, FUSON oder GELMAN und GALLISTEL, kritisieren aber, dass bis heute kein allgemeingültiges Modell vorliegt,

> „[…] das z. B. erlauben würde, den Erwerb des Wissens über Zahlen, Mengen und Rechenoperationen zu beschreiben, zu erklären und mathematikdidaktisch zu verwerten […]." (a.a.O., 29; Auslassungen: A. L.).

Ähnlich äußern sich auch REISS, HEINZE und PEKRUN:

> „Das Konstrukt der mathematischen Kompetenz im Grundschulalter wird in den genannten Studien recht unterschiedlich gesehen und genauso unterschiedlich in Form von Tests bzw. Testverfahren operationalisiert." (REISS/ HEINZE/ PEKRUN 2007, 113f.).

Aufbauend auf empirische Daten entwickeln FRITZ und RICKEN ihr Modell, das fünf Stufen beinhaltet.

Auf der *Stufe 1* können Kinder Zahlwortreihen aufsagen, zwei Mengen mit Hilfe der Eins-zu-Eins-Zuordnung vergleichen und Serien von Objekten herstellen (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 33). Mit dem Spracherwerb erlernen die Kinder die Zahlwörter zunächst wie andere Adjektive. Später beginnen sie, diese von den Nicht-Zahlwörtern zu differenzieren. Die Zahlen werden aufgesagt, z. B. als Bestandteil von Liedern und Gedichten, aber noch nicht zum eigentlichen Zählen verwendet (vgl. ebd.). Außerdem beginnen Zwei- bis Dreijährige, geringe Anzahlen der Reihe nach zu sortieren und erlernen Begriffe wie viel, wenig, mehr, weniger. Hier sind deutliche Überschneidungen zur Ebene I im Modell KRAJEWSKIS deutlich (vgl. 4.1.3.3).

Auf *Stufe 2* werden folgende Fähigkeiten beherrscht:

– Verwendung von Zahlen zum Zählen,
– Zählen von Objekten von 1 an,
– Zahlen bezeichnen die Position in einer Reihe,
– erste Additionen und Subtraktionen durch Vor- und Rückwärtszählen (vgl. ebd.).

Über die Eins-zu-Eins-Zuordnung wird in dieser Phase also jedem Objekt ein Zahlwort zugeordnet, wobei die Zahlwortreihe noch eine feste, untrennbare Einheit darstellt. Das hat zur Folge, dass jeweils nur von 1 beginnend gezählt werden kann. Sobald es dem Kind gelingt, Reihen zu bilden und Objekte bzgl. der Größe zu vergleichen, entwickelt sich ein mentaler Zahlenstrahl (vgl. ebd.; RESNICK 1983, 112f.). Auf diesem spielt allerdings nur die Tatsache eine Rolle, dass eine Zahl größer ist als die vorhergehenden; die Abstände zwischen den Zahlen sind noch nicht entscheidend (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 91; FRITZ/ RICKEN 2008, 34). Wenn das Kind zwei Zahlen miteinander vergleicht, entscheidet es in dieser Phase mit Hilfe der Zahlenreihe. Die Zahl, die später kommt, ist die Größere (vgl. ebd.). Diesem Vergleich „[…] liegt kein kardinales Verständnis zugrunde.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Mittels dieses mentalen Zahlenstrahls lösen Kinder auch erste Aufgaben:

> „Ihr Grundwissen entspricht der Vorstellung, dass Aufgaben zum Vermehren (Addition) ein Voranschreiten oder Vorwärtsgehen auf dem Zahlenstrahl bedeuten und Aufgaben zum Vermindern ein Zurückgehen.“ (a.a.O., 35).

FRITZ und RICKEN weisen darauf hin, dass auf dieser Stufe bereits zahlreiche mathematische Anforderungen bewältigt werden, jedoch nur auf Basis der ordinalen Struktur der Zahlen. Es besteht demnach die Gefahr, den Kindern größere Kompetenzen zuzuschreiben als es der Realität entspricht (vgl. ebd.).

Auf der nächsten Stufe – *Stufe 3* – wird der ordinale Zahlbegriff um die kardinale Mengenvorstellung ergänzt. Es wird klar, dass eine bestimmte Zahl auch die entsprechende Menge umfasst. Die Zahl 4 stellt beispielsweise nicht nur die Nummer 4 in der Reihe dar, sondern bezeichnet zudem eine Menge mit vier Objekten (vgl. a.a.O., 36; LANDERL/

KAUFMANN, 2008, 91). Sobald dem Kind bewusst ist, dass eine Menge von fünf Autos auch die Menge von einem, zwei, drei oder vier Autos beinhaltet, erlangt es das kardinale Verständnis. Somit ist es in der Lage, bei der Lösung von Additionsaufgaben, z. B. 4 + 3, von der vier an weiterzuzählen und muss nicht mehr bei der Eins beginnen.

> „Damit werden erste effektive – vom rein zählenden Rechnen abgelöste – Rechenstrategien möglich.“ (FRITZ/ RICKEN 2008, 36f.).

Auf der *vierten Stufe* entwickelt sich das Verständnis, dass zwischen Zahlen, die aufeinander folgen, jeweils der gleiche Abstand besteht. Unterschiede zwischen Mengen werden erkannt und das Bewusstsein, dass Zahlen sich in kleinere Teilmengen zerlegen lassen, wird vertieft (vgl. ebd.; LANDERL/ KAUFMANN, 2008, 91f.).

> „Die Anwendung dieses Wissens – nämlich dass Mengen in Teile zerlegt und ohne Schaden zu nehmen wieder zusammengesetzt werden können – auf konkrete Quantitäten, gilt als bedeutsamster Schritt in der Entwicklung des mathematischen Verständnisses […]. Er ist deshalb besonders bedeutsam, weil ein sicheres Verständnis der Grundrechenarten und vieler weiterführender Rechenoperationen auf diesem Konzept basieren.“ (FRITZ/ RICKEN 2008, 37; Auslassung: A. L.).

Fällt es Kindern schwer, Zahlen als Zusammensetzung aus anderen zu erkennen, führt GERSTER das auf einseitige Vorstellungen von Zahlen zurück (vgl. GERSTER 2010, 154). Für diese Kinder fehlt den Zahlen die Eigenschaft der Zerlegbarkeit und sie sehen z. B. die 47 nicht als Zusammensetzung aus 40 und 7, aus 30 und 17 oder aus 23 und 24. Damit

> „[…] ist der Zugang zum Verständnis des Zehnersystems erschwert.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Zeitlich wird diese Entwicklungsstufe der ersten oder zweiten Jahrgangsstufe zugeordnet (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 37). Die Kinder können Aufgaben dieser Art lösen:

> „Gib mir 5 Bausteine, 2 *davon* sollen rot sein.“ (vgl. a.a.O., 38).

Dem Kind wird damit möglich, eine Gesamtmenge in Teilmengen zu zerlegen und diese wieder zusammenzufügen. Außerdem kann es, wenn die Gesamt- und eine Teilmenge gegeben sind, auf die zweite Teilmenge schließen. Diese Anforderung beinhaltet z. B. folgende Aufgabe:

5 + ☐ = 8;

Auf der vierten Stufe erfolgt noch ein weiterer konzeptueller Entwicklungsschritt:

> „Während auf der Stufe 2 nur ein unflexibles Zählen entlang des Zahlenstrahls möglich ist, lernen die Kinder allmählich, jedes Zahlwort als eigene Einheit zu betrachten. Damit werden die Zahlwörter selbst – ebenso wie Objekte – zählbar.“ (ebd.).

Dem Kind wird bewusst, dass jedes Zahlwort für einen Zählschritt steht. Das letztgenannte Zahlwort bezeichnet sowohl die Anzahl der gezählten Objekte als auch die Zählschritte. Mit diesem Wissen kann die Differenz zwischen zwei Mengen quantitativ bestimmt werden (vgl. ebd.). Kinder sind jetzt in der Lage, die Mächtigkeit des Unterschieds zwischen zwei Zahlen zu bestimmen, der beispielsweise zwischen 3 und 5 und zwischen 4 und 6 gleich groß ist. Die Abbildung, die FRITZ und RICKEN auswählen, um diese Differenz zu veranschaulichen, erinnert wiederum an das Modell von KRAJEWSKI auf der Ebene 3 (vgl. KRAJEWSKI 2008c, 276):

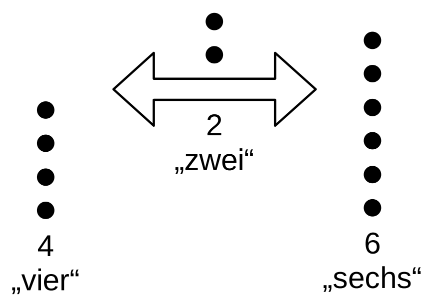


Abb. 4.15: *Bestimmung der Differenz zwischen zwei Reihen (nach FRITZ/ RICKEN 2008, 39)*

Basis für dieses Verständnis ist, dass der Abstand zwischen den einzelnen Zahlen immer 1 ist. Damit kann die Zahl 2 auch einen Abschnitt auf dem Zahlenstrahl bezeichnen, z. B. zwischen 4 und 6, aber ebenso zwischen 11 und 13. Der Zahlbegriff des Kindes erweitert sich damit um den relationalen Zahlbegriff (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 92; FRITZ/ RICKEN 2008, 39; STERN 1998, 76f.).

Auf *Stufe 5* wird dieser relationale Zahlbegriff weiter vertieft. Insgesamt wird durch das Teil-Ganzes-Konzept ein flexiblerer Umgang mit den Zahlen und mathematischen Anforderungen generell möglich, z. B. fallen solche Überlegungen leichter:

8 = 5 + 3 = 4 + 4 (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 92).

Auch das Verständnis von Beziehungen zwischen drei Zahlen – oder Zahlentripeln – wird gefestigt. Sowohl bei Additionen als auch bei Subtraktionen ist den Kindern bewusst, dass z. B. das Tripel 2-5-7 aus der Gesamtmenge 7 und den Teilmengen 2 und 5 besteht.

> „Unabhängig davon, ob eine Rechenanforderung additiv oder subtraktiv vorgegeben ist, ob die Gesamtmenge oder Teilmengen bzw. Austausch- oder Differenzmengen gesucht werden, liegt den Operationen immer eine solche triadische Struktur zugrunde.“ (FRITZ/ RICKEN 2008, 40).

Folgende Abbildung stellt mögliche Beziehungen innerhalb eines Zahlentripels dar; die jeweils fehlende Teil- oder Gesamtmenge kann erschlossen werden:

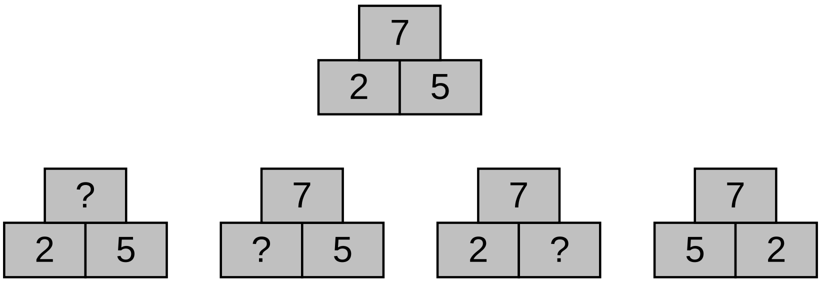


Abb. 4.16: *Determinierte Beziehung zwischen zwei Teilmengen und Gesamtmenge (nach FRITZ/ RICKEN 2008, 41)*

Die Gegenläufigkeit von Addition und Subtraktion wird deutlich. Dieses konzeptuelle Wissen ist entscheidend, damit Aufgaben wie diese gelöst werden können:

> *Auf dem Spielplatz sind einige Kinder. Drei kommen noch dazu, jetzt sind es zusammen 12. Wie viele waren es am Anfang?*

Ein typischer Lösungsversuch, wenn nicht deutlich ist, wie die Zahlen zusammengehören, wäre:

> *12 + 3 = 15;*

obwohl Wörter wie „*dazu*“ und „*zusammen*“ auf eine Addition hinweisen, ist das Ergebnis durch eine Subtraktion der gegebenen Zahlen zu errechnen (vgl. a.a.O., 41f.).

Aufgrund des verbesserten relationalen Zahlenverständnisses werden auch komplexe Aufgabenstellungen dieser Art zunehmend gelöst. Erfahrungsgemäß fallen sie Kindern sehr schwer:

> *Auf der Rutsche und auf dem Klettergerüst sind insgesamt 10 Kinder. Auf der Rutsche sind 2 Kinder mehr als auf dem Klettergerüst. Wie viele Kinder sind auf der Rutsche, wie viele auf dem Klettergerüst?* (vgl. a.a.O., 42).

Wesentliches zur Entwicklung früher mathematischer Kenntnisse fassen FRITZ und RICKEN wie folgt zusammen (vgl. a.a.O., 43):

- Die Entwicklung beschreibt einen langfristigen, nicht-linearen Prozess,
- der Prozess kann sich bis in das 3. Schuljahr (oder darüber hinaus) fortsetzen,
- Einsichten und Kompetenzen entwickeln sich nach und nach, vielleicht zunächst nur für einen kleinen Zahlenraum oder mit spezifischem Material,
- neue Einsichten lösen bestehende Rechenstrategien nicht sofort ab, sondern werden ggf. parallel verwendet.

> „Für die Modellierung von Stufen bedeutet dies letztlich, dass sich die Rechenfähigkeiten den einzelnen Stufen unter der Annahme von Lösungswahrscheinlichkeiten zuordnen lassen. Damit sind zwischen den Stufen keine scharfen Grenzen, sondern vielmehr Übergänge anzunehmen. […] Insgesamt gesehen werden mit dem Modell jedoch wesentliche Meilensteine in der Kompetenzentwicklung darstellbar und empirisch prüfbar.“ (ebd.; Hervorhebung im Original; Auslassung: A. L.).

4.3.4 Kurzzusammenfassung der Modelle

Die dargestellten Modelle nach VON ASTER, KRAJEWSKI und FRITZ/ RICKEN weisen gewisse Gemeinsamkeiten auf, insbesondere was das Verständnis von Entwicklungsstufen betrifft. So wird jeweils betont, dass die Phasen nicht strikt aufeinander folgen und sich gegenseitig ablösen, sondern häufig parallel zu beobachten sind. SIEGLER bestätigt, dass bei einem Testzeitpunkt das Lösungsverhalten eines Probanden verschiedenen Niveaustufen zuzuordnen ist. Eine Eins-zu-Eins-Zuordnung zwischen dem Alter der Kinder und einer bestimmten Strategie lässt sich so einfach nicht herstellen (vgl. SIEGLER 1987, 250ff.; 1988, 273; LANDERL/ KAUFMANN 2008, 92; FRITZ/ RICKEN 2008, 43).

Wichtig für die Arbeit mit Entwicklungsmodellen ist, dass *alle* Kinder prinzipiell die gleiche Entwicklung durchlaufen. Manche Kinder verharren möglicherweise länger auf einer Stufe und schreiten langsamer fort, aber die einzelnen Prozesse und Phasen zeigen sich vergleichbar (vgl. BUNDSCHUH 2007b, 62). Entscheidend ist auch, dass Vorstellungen über Entwicklung insbesondere heuristischen Wert besitzen, d. h. sie helfen, Entwicklungsprozesse zu verstehen oder zu beschreiben,

> „[…] erfassen jedoch nicht die Ganzheit und Gesamtheit der tatsächlichen Vorgänge.“ (a.a.O., 59; Auslassung: A. L.).

4.4 Gestaltung des Mathematikunterrichts

Ausgehend von der Kenntnis theoretischer Modelle stellt sich für Lehrkräfte die Frage, wie aus diesem Wissen heraus der Mathematikunterricht konkret geplant werden kann. Deshalb soll an dieser Stelle auf die Bedeutung der Schule sowie der Lehrkräfte eingegangen werden. Es wird die Frage beantwortet, wie das Lernumfeld der Kinder im Mathematikunterricht zu gestalten ist, um die Entwicklung mathematischer Fertigkeiten bestmöglich zu begleiten und zu unterstützen. Dabei wird betont, dass das Kind im Unterricht eine aktive Rolle spielt und mathematisches Lernen einen konstruktiven Prozess darstellt. Was das genau bedeutet und inwieweit Lernfortschritte nur bedingt von außen, z. B. durch die Lehrkraft, steuerbar sind, wird im Abschnitt 4.4.1 näher beschrieben. Inhalt des Kapitels 4.4.2 ist die Rolle der Lehrkraft. Um didaktische Prinzipien, die insbesondere im Mathematikunterricht Bedeutung haben, geht es in 4.4.3.

4.4.1 Mathematiklernen als konstruktiver Prozess

> „Seit geraumer Zeit hat sich das Verständnis von Lernen und Lehren verändert. Man spricht von einem interdisziplinären Paradigmenwechsel. In dieser veränderten Sichtweise von Mathematik und von Mathematiklernen wird Lernen als konstruktive Aufbauleistung des Individuums gesehen, was gravierende Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung hat.“ (KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 111f.).

Ausgegangen wird also von einem Verständnis, dass der Lernende sich neues Wissen aktiv und handelnd in der Auseinandersetzung mit dem Lernstoff aneignet. Entwicklung und Lernen sind darüber hinaus von der Umwelt und von äußeren Einflüssen abhängig. Außerdem wird betont, dass Lernen meist als kommunikativer Prozess stattfindet (vgl. BUNDSCHUH 2007c, 180). Dennoch funktioniert Lernen nicht ausschließlich durch verbale Erklärungen und kann nicht von außen garantiert werden.

> „Lernen erfolgt über unterschiedlich bevorzugte *Wahrnehmungskanäle* und besonders gut ausgeprägte Nervenbahnen. Je mehr Möglichkeiten der handelnden Begegnung und Auseinandersetzung, je mehr Arten der Erklärung angeboten werden, desto wahrscheinlicher wird Lernen.“ (ebd.).

WITTMANN und RATZ weisen darauf hin, dass trotz der Kritik an PIAGET der Gedanke der konstruktivistischen Natur des Lernens nach wie vor Gültigkeit besitzt (vgl. WITTMANN/ RATZ 2011, 132). So können Begriffe und Erkenntnisse nicht ohne weiteres vermittelt werden, sondern die Kinder müssen sich diese selbst erarbeiten. Die Möglichkeiten der Umwelt beinhalten die Bereitstellung einer Vielfalt an Erklärungen und Anregungen, damit das Kind schließlich selbständig handelnd lernen kann. Die Aufgabe des Lehrers besteht darin, zu Handlungen zu motivieren,

> „[...] die diese konstruktive Erkenntnis beim Schüler provozieren. Diese Handlungen müssen aber nicht unbedingt konkret, sondern dürfen auch nur mental vollzogen werden.“ (a.a.O., 132f.; Auslassung: A. L.).

Ob das Kind tatsächlich praktisch handelnd oder mental aktiv wird, ist also nicht entscheidend. Wichtig ist, dass die Handlungen vom Kind selbst vollzogen werden (vgl. a.a.O., 132). Die Theorie des Konstruktivismus erweist sich in diesem Zusammenhang als sehr passend. Demnach wirkt der einzelne Mensch auf seine Umwelt ein und setzt sich mit ihr auseinander. Die Umwelt wiederum beeinflusst seine Entwicklung,

> „[…] aber nicht mechanisch-direkt, sondern stets vermittelt durch seine Sicht, also durch die Art und Weise, wie er seine Umweltverhältnisse wahrnimmt, erkennt und interpretiert.“ (BUNDSCHUH 2007b, 60; Auslassung: A. L.).

Während der radikale Konstruktivismus besagt, dass sich quasi jeder seine eigene Welt konstruiert (vgl. SCHMIDT, SIEGFRIED 2003, 91), wird diese Einseitigkeit durch den Sozialkonstruktivismus relativiert. Dieser ergänzt, dass jegliche individuellen Konstruktionen immer auch im sozialen Kontext erfolgen, d. h. jeweils beeinflusst durch das Umfeld wie Familie, Freunde, Erzieher, Lehrkräfte (vgl. MATURANA/ VARELA 2009, 267f.; BUNDSCHUH 2007b, 60; HEIMLICH 2009, 224). Wichtig wird diesbezüglich für den schulischen Kontext die Bedeutung und Rolle der Lehrkraft. Entsprechend spricht sich BENKMANN für Lernformen aus, wo Schüler – auch mit Lernschwierigkeiten – selbsttätig werden und betont gleichzeitig, dass Anregungen durch das Umfeld immer mit zu berücksichtigen sind (vgl. BENKMANN 1998, 88ff.). Er fordert, dass Schule und Unterricht für Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten neu gestaltet werden müssen. Dazu gehört u. a. viel Raum für gemeinsames Spielen und Handeln, für kooperatives Lernen und Problemlösen, außerdem für vielfältige Beziehungen zwischen Kindern mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen (vgl. a.a.O., 96).

> „Gleichzeitig müssen strukturierte, auf das einzelne Kind hin zugeschnittene Lernangebote, Hilfe- und Unterstützungsmöglichkeiten durch wohlwollende, warmherzige und ko-konstruktionsbereite Erwachsene […] vorhanden sein.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Bei der Gestaltung der Umwelt sind also jeweils individuelle Voraussetzungen der Lernenden in den Blick zu nehmen. Bezogen auf mathematische Inhalte ist es z. B. nicht sinnvoll, den Kindern unabhängig von ihrem Kenntnisstand Regeln und Rechenwege zu erklären, um damit Vorgaben des Lehrplans zu erfüllen. So fordern auch GERSTER und SCHULTZ:

> „Wir sollten das aktive mathematische Lernen von Kindern dadurch fördern, dass wir ihnen Aufgaben stellen, zu deren Lösung ihre bisherigen Operationen nicht mehr adäquat sind und sie dadurch angeregt werden, ihre bisherigen Operationen zu modifizieren." (GERSTER/ SCHULTZ 2004, 39).

Es kann nicht gelingen, den Kindern mathematische Konzepte zu lehren, die sie noch nicht verstehen. Wenn die Kinder bestimmte Rechenregeln befolgen, ohne dass sie sie verstanden haben, kann das sogar kontraproduktiv sein (vgl. ebd.). Darüber hinaus sind noch weitere Anforderungen an eine Lehrkraft im mathematischen Anfangsunterricht zu stellen.

4.4.2 Die Rolle der Lehrkraft im Mathematikunterricht

GATTEGNO, der sich mit der Mathematikdidaktik befasst, betont insbesondere die Aspekte und Inhalte,

> „[…] die jedem mitteilbar und in unpersönliche Techniken übersetzbar sind." (GATTEGNO 1969, 91; Auslassung: A. L.).

Trotzdem stellt er fest, dass es sich bei den mathematischen Lehrinhalten keineswegs ausschließlich um eine sachliche und theoretische Wissenschaft handelt:

> „Die pädagogische Aktion ist eine Aktion zwischen Personen. Die einander gegenüberstehenden Persönlichkeiten spielen darin eine große Rolle." (ebd.).

An dieser Stelle soll der Blick insbesondere auf die Lehrkraft gerichtet werden. Zunächst kommen Schwierigkeiten zur Sprache, die häufig anzutreffen sind.

4.4.2.1 Schwierigkeiten auf Seiten der Lehrkraft

Früher wird in Richtlinien und Vorgaben zum Mathematikunterricht gefordert, kleinschrittig und nach dem Prinzip *vom Einfachen zum Schwierigen* vorzugehen. Nur so könne Rechenunterricht auch zum Erfolg führen (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 112). Bei HEINRICH ERNST STÖTZNER (1832-1910) heißt es beispielsweise:

> „So anschaulich – ich möchte fast sagen so handgreiflich wie möglich!
> Man gehe nicht Schritt für Schritt, sondern Schrittchen für Schrittchen vorwärts!" (STÖTZNER 1963, 16).

Begründet wird das i. d. R. mit Schwierigkeiten auf Seiten der Schüler; diese hätten diese kleinen Schritte nötig, um Inhalte zu verstehen. Probleme mit offeneren Lernformen können allerdings auch auf Seiten der Lehrer auftreten. MÜLLER weist auf die Schwierigkeit mancher Lehrkräfte hin, aktiv-entdeckenden Unterricht umzusetzen. So hätten

> „[…] Primarstufenstudierende […] oft aversive Gefühle gegenüber dem Fach Mathematik und geradezu ein mechanisches Verständnis vom Lehr-/Lernprozeß, zudem eine Vorstellung von Mathematik als einer formalistischen und wirklichkeitsfremden Wissenschaft." (MÜLLER 1997, 97; Auslassungen: A. L.).

Hier hätte das Studium die Aufgabe, dieses Bild der Mathematik bei den Studierenden zu korrigieren, damit sie später als Lehrkräfte die Kinder zu eigenen Lösungen anregen und aktiv-entdeckendes Lernen ermöglichen (vgl. ebd.).

SCHIPPER sorgt sich um das Wissen von Grundschullehrern bzw. Mathematiklehrkräften im Grundschulbereich: diese seien vielleicht Fachleute für didaktische Prinzipien, kennen die Zahlbegriffstheorie von PIAGET und Ergebnisse neuerer Studien zum Vorwissen von Schulanfängern (vgl. SCHIPPER 1997, 119f.). Es würde ihnen jedoch nicht gelingen, konkrete Lösungsversuche von Kindern mit der erlernten Theorie zu verbinden (vgl. a.a.O., 120). Auch hätten sie Schwierigkeiten,

> „[…] spontan geeignete Beispielaufgaben zu entwickeln, die im Sinne herausfordernder Probleme fehlerhafte Vorstellungen der Kinder korrigieren und deren weitere mathematische Entwicklung vorantreiben könnten." (ebd.; Auslassung: A. L.).

KRAUTHAUSEN und SCHERER weisen darauf hin, dass bei manchen Lehrkräften noch die alten Vorstellungen in Bezug auf das Lernen präsent sind (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 112). Insbesondere die eigenen Schulbiographien hätten hier entscheidende Auswirkungen. Befragungen von Lehramtsstudierenden des Fachs Mathematik ergaben viele kritische Äußerungen zum erlebten Mathematikunterricht (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2004, 76ff.). Diese Erfahrungen müssten thematisiert und reflektiert werden, da sie sich auf das Lernen und zukünftige Lehren direkt auswirken. Werden diese Erfahrungen nicht angesprochen und bearbeitet, besteht die Gefahr, dass sie unbewusst und damit gleichzeitig unkontrolliert wirksam werden, was sich v. a. darin äußert, dass sich traditionelle Lehr- und Lernkonzepte verfestigen (vgl. a.a.O., 79).

KRAUTHAUSEN fasst angesichts der zahlreichen Schwierigkeiten, denen sich die Lehrkräfte stellen müssen, treffend zusammen:

> „Unter dem Paradigma konstruktivistisch beeinflusster Lehr-Lernkonzepte ist das Unterrichten anspruchsvoller geworden.“ (KRAUTHAUSEN 2004, 142).

Im nächsten Abschnitt werden Überlegungen zur Rolle der Lehrkräfte angestellt, um gewisse Probleme von vornherein gar nicht erst entstehen zu lassen.

4.4.2.2 Veränderte Aufgaben der Lehrkraft im Mathematikunterricht

STERN gelingt es nachzuweisen, dass die pädagogisches Grundhaltung des Lehrers sich auf die Leistung der Schüler auswirkt (vgl. STERN 2004, 48f.; WERNER 2009, 248). Ein guter Lehrer weiß beispielsweise, wie Kinder einen bestimmten Stoff lernen, und kann aus fehlerhaften Lösungen die dennoch vorhandenen Kompetenzen erkennen. Mit Fragebögen wurde die Grundhaltung der Lehrer eruiert und es ergab sich folgender Zusammenhang:

> „Lehrer, die sich der Bedeutung eines aktiven, problemorientierten Mathematikunterrichts bewusst sind, setzen auch verstärkt Textaufgaben zur Erweiterung des mathematischen Grundverständnisses ein.“ (ebd.).

Sie ermutigen ihre Schüler zu eigenen Lösungswegen (vgl. STERN 2004, 40). Lehrer mit rezeptiver Grundhaltung geben dagegen eher an, dass für das Lösen von Textaufgaben die richtige Art und Weise von der Lehrkraft zu zeigen ist (vgl. ebd.). Es zeigt sich, dass Lehrer, denen das Verständnis der Schüler im Mathematikunterricht wichtig ist, das Rechnen nicht vernachlässigen: bei Additions- und Subtraktionsaufgaben erreichen Schüler von Lehrern mit konstruktivistischer Grundhaltung im Vergleich zu den Schülern von eher rezeptiv Lehrenden keine schlechteren Leistungen (vgl. ebd.).

Wenn die konstruktivistische Sicht des Lernens auch im Mathematikunterricht umgesetzt werden soll, ist zu überlegen, wie sich in diesem Zusammenhang die Aufgaben der Lehrkraft wandeln. KRAUTHAUSEN nennt dazu einige Punkte oder vielmehr Gegensätze, zwischen denen die richtige Mitte gefunden werden muss (vgl. KRAUTHAUSEN 2004, 142ff.).

– Invention und Konvention

Trotz eines veränderten Lernbegriffs besteht die Rolle der Lehrkraft immer noch darin, den Schülern zu helfen, mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Methoden zu erwerben. Allerdings soll das zunehmend so geschehen,

> „[…] dass die Kinder die mathematischen Konventionen als Werkzeuge zur Entwicklung und Kommunikation ihres *eigenen* Denkens kennen und nutzen lernen.“ (a.a.O., 142; Auslassung: A. L.).

Die Lehrkraft soll dabei die individuellen Lösungen der Kinder wertschätzen, Fachbegriffe vermitteln und zu entscheidenden Aktivitäten ermuntern. Jedoch sollte sie die Rolle der externen Autorität vermeiden. Wesentliche Fähigkeiten, über die die Lehrkraft verfügen muss, sind eine hohe Fachkompetenz sowie diagnostische Kompetenz (vgl. a.a.O., 142f.).

– Informelle und konventionelle Strategien

Die Lehrkraft gilt als Mittlerin zwischen den informellen Methoden der Kinder und der konventionellen Mathematik. Während sie letztere als Zielzustand vor Augen hat, muss sie gleichzeitig bereit sein, sich jederzeit flexibel auf die Vorgehensweisen der Lernenden einzulassen und diese nachzuvollziehen. Diese informellen Strategien der Kinder bleiben – so KRAUTHAUSEN – teilweise den vorgeschriebenen Algorithmen überlegen (vgl. a.a.O., 143), und zwar insbesondere in Bezug auf das Lernverständnis, weil die Schüler sie aktiv selbst entwickeln.

– Analyse-Werkzeuge statt Lösungsstrategien

Versucht man eine Aufgabe zu lösen, ist der Lösungsweg abhängig vom vorhandenen Wissen, aber auch von dem eigenen Gefühl, über welchen Weg man am besten zu verfügen glaubt (vgl. a.a.O., 146).

> „D.h.: Wenn die Kinder hinreichende Kenntnisse haben, um in diesem Sinne die Aufgabe zu *durchschauen* […], schlagen sie einen ‚geschickten’ Weg ein. Falls nicht, dann schauen sie die Zahlen an und bleiben begrenzt und abhängig von dem, was sich spontan in den Wahrnehmungsvordergrund drängt.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Aufgabe des Mathematikunterrichts wäre dementsprechend nicht, eine pauschale Strategie zu vermitteln. Vielmehr geht es darum, verschiedene Rechenwege mit den Kindern zu diskutieren und Vor- und Nachteile zu benennen (vgl. a.a.O., 146f.; THRELFALL 2002, 31f.). Indem verschiedene Vorgehensweisen besprochen werden, sollen die Kinder nach und nach zu effizienteren Lösungswegen gelangen (vgl. SCHERER/ HOFFROGGE 2004, 152). THRELFALL, der sich mit der flexiblen Auswahl von Strategien beschäftigt hat, konstatiert, dass eine Strategie nicht entschieden wird, sondern entsteht:

> „The ‘strategy’ (in the holistic sense of the entire solution path) is not decided, it emerges.“ (a.a.O., 42).

Deshalb handelt es sich weniger um Lösungsstrategien, sondern mehr um flexible Analyse-Werkzeuge (vgl. KRAUTHAUSEN 2004, 46).

Zusammenfassend zeigt sich, dass die Aufgabe der Lehrkraft nicht darin besteht, mathematisches Wissen zu vermitteln, sondern darin, die Schüler zu begleiten, ihre rechnerischen Kompetenzen aufzubauen und zu erweitern. Es bleibt zu hoffen, dass sich neben entsprechenden Forderungen in aktuellen Lehrplänen auch in der Lehrerbildung Veränderungen zu Gunsten schüleraktiver Unterrichtsformen im Mathematikunterricht ergeben. Im Lehrplan der Grundschule wird die aktive Rolle der Schüler beim Lernen bereits betont (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS 2000, 9; 31f.). Darüber hinaus fordert GATTEGNO von den Mathematiklehrern:

> „Unser Laboratorium ist die Klasse. Wir müssen lernen, als schöpferische Geister darin zu arbeiten.“ (GATTEGNO 1969, 119).

Daneben gibt es noch eine entscheidende, nicht zu unterschätzende Aufgabe:

> „Wenn wir in unseren Mathematikklassen über Leistung und höchstmögliches Verständnis hinaus auch Freude schaffen können, müssen wir es tun.“ (a.a.O., 120).

4.4.3 Didaktische Prinzipien im Mathematikunterricht

In der Mathematikdidaktik werden – wie in sämtlichen Unterrichtsfächern – bestimmte Prinzipien konstatiert. Diese beschreiben „[…] durchgängige Leitvorstellungen des Lernens und Lehrens.“ (KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 132; Auslassung: A. L.). Ziel dieser Prinzipien ist es, neues Wissen aus Lernpsychologie und Erkenntnistheorie für die Gestaltung des (Mathematik-)Unterrichts zu nutzen (vgl. ebd.). Im Folgenden sollen einige dieser Prinzipien exemplarisch vorgestellt werden.

Zehn Prinzipien werden in einer aktuellen Übersicht von WITTMANN zusammengetragen (vgl. WITTMANN 1998, 150). Unterschieden werden diese wiederum in drei Gruppen, nämlich in

– soziale Prinzipien,
– epistemologische Prinzipien sowie
– psychologische Prinzipien (vgl. a.a.O., 150f.).

Manche beziehen sich dabei auf die Entwicklung des Wissens, auf Entwicklungsstufen oder auf unterschiedliche Repräsentationsformen.

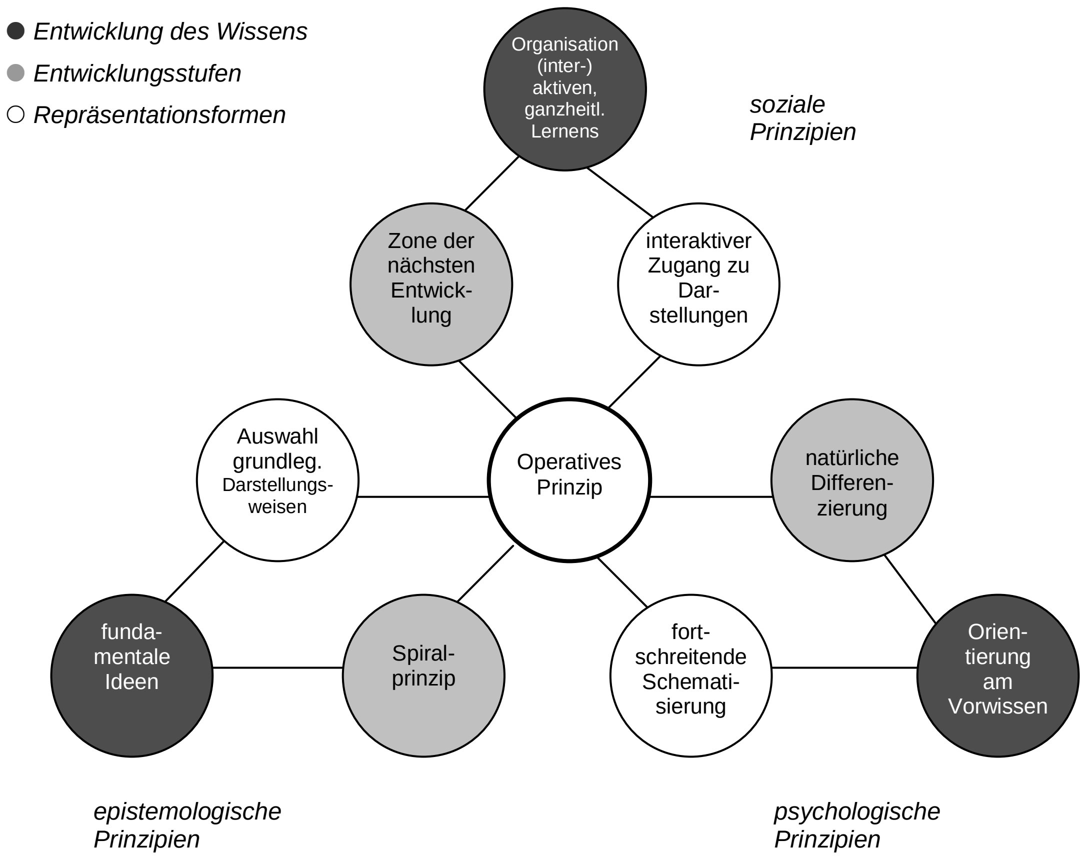


Abb. 4.17: *Didaktische Prinzipien (nach* KRAUTHAUSEN/ SCHERER *2007, 133)*

Die Prinzipien

– Zone der nächsten Entwicklung,
– Organisation aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens in ganzheitlichen Themenbereichen,

– Spiralprinzip,
– operatives Prinzip

werden im Folgenden genauer beschrieben, da ihnen besondere Bedeutung zukommt.

4.4.3.1 Zone der nächsten Entwicklung

Das Prinzip der Zone der nächsten Entwicklung geht zurück auf den russischen Psychologen VYGOTSKIJ (1896-1934). Es besagt, dass jedes Entwicklungsniveau durch zwei Zonen bestimmt wird: eine Zone der aktuellen Leistung sowie eine Zone der nächsten Entwicklung. Die erste Zone zeigt, was das Kind oder der Jugendliche zum jeweiligen Zeitpunkt selbständig bewältigen kann. Die zweite Zone beinhaltet Leistungen, die aufgrund der bisherigen Lernbiographie möglich, aber noch nicht ohne Hilfe erreichbar sind (vgl. VYGOTSKIJ 2002, 331; LOMPSCHER 1997, 47).

Ziel des Unterrichts oder einer gezielten Förderung ist es, das Kind auf diese nächste Zone vorzubereiten bzw. es dorthin zu führen. Die reichhaltigen, aber manchmal noch wenig organisierten informellen Konzepte des Kindes treffen dabei mit dem systematischen, formellen Denken einer kompetenten Person, z. B. der Lehrkraft in der Schule, zusammen (vgl. STEELE 1999, 38; KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 139).

Die Lehrkraft hat die diagnostische Aufgabe, zu beobachten, wo das Kind steht und

> „[…] wachsam zu sein für Bedingungen und Gelegenheiten, um Lernenden Fortschritte zu ermöglichen, und das bedeutet ausdrücklich auch, sie zu ermuntern, sich einmal ›auf unbekanntes Terrain‹ vorzuwagen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Unterricht und Förderung finden daher eben nicht nur auf der aktuellen Entwicklungsstufe statt. Vielmehr sollen durchaus Aufgaben angeboten werden, die über den aktuellen Schulstoff in gewissem Rahmen hinausreichen. Die Kinder können sich dann mit Hilfe ihres Vorwissens dennoch an der Lösung versuchen (vgl. ebd.). KRAUTHAUSEN und SCHERER schreiben des Weiteren ausdrücklich:

> „Niveaustufen vorab festzulegen und Inhalte, z. B. Zahlenräume, strikt zu begrenzen, ist hingegen eher kontraproduktiv. Kinder brauchen nicht vor größeren Zahlenräumen oder noch nicht behandelten Themen ›beschützt‹ zu werden! Es gehört zu ihren natürlichen Verhaltensweisen, sich sowohl in unbekannte Gebiete hineinzuwagen, wie auch den ›geordneten Rückzug‹ anzutreten, wenn sie

> feststellen, dass sie sich überfordern würden oder noch nicht über hinlängliche Kenntnisse oder Werkzeuge verfügen.“ (a.a.O., 139f.).

4.4.3.2 Organisation aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens in ganzheitlichen Themenbereichen

Nach der Zone der nächsten Entwicklung soll als zweites das Prinzip der Organisation aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens erläutert werden. Dieses hat aufgrund einer neuen Sichtweise von Lernen und Lehren etwa seit Mitte der achtziger Jahre das Prinzip der kleinen und kleinsten Schritte abgelöst (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 112).

> „Mit dem ‚aktiv-entdeckenden Lernen’ ist innerhalb der Mathematikdidaktik ein Lernkonzept beschrieben worden, das auf bildungsphilosophischen, reformpädagogischen, psychologischen und mathematischen Säulen ruht […].“ (RATZ 2010, 153; Auslassung: A. L.).

Bereits im Lehrplan für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen von 1985 heißt es, dass den Aufgaben und Zielen des Mathematikunterrichts insbesondere eine Konzeption gerecht wird, wo das Mathematiklernen als konstruktiver entdeckender Prozess verstanden wird (vgl. ebd.). Auch der aktuelle bayerische Lehrplan für die Grundschule betont die Eigentätigkeit der Schüler (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS 2000, 9). Speziell im Mathematikunterricht

> „[…] ergänzen sich systematisch-aufbauendes Lernen und das Arbeiten in offenen Unterrichtsformen.“ (a.a.O., 32; Auslassung: A. L.).

4.4.3.3 Spiralprinzip

Der Begriff der Curriculum-Spirale geht auf JÉRÔME S. BRUNER zurück (vgl. BRUNER 1970, 26f.; 61ff.; HEFENDEHL-HEBEKER 2004, 67). Gemeint ist damit, dass der Lernstoff nicht linear angeordnet wird, sondern spiralförmig aufgebaut ist.

Unterrichtsinhalte und fundamentale Ideen – in der Grafik symbolisiert durch die senkrechten Linien – werden im Laufe der Schulzeit immer wieder aufgegriffen. Mit jeder Wiederholung ergibt sich ein höheres Niveau – wie sich auch die Schraube nach oben windet (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 139).

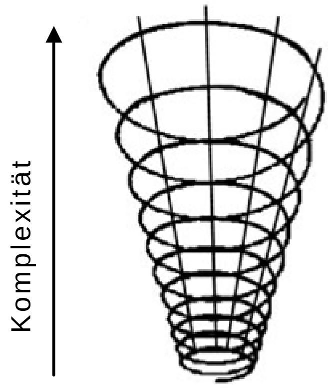


Abb. 4.18: *Curriculum-Spirale (nach KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 138)*

> „Mit dem Fortschreiten auf der ‚Spirale' werden anfangs intuitive, ganzheitliche, undifferenzierte Vorstellungen zunehmend von formaleren, deutlicher strukturierten, analytisch durchdrungenen Kenntnissen überlagert" (MÜLLER/ WITTMANN 1984, 158).

Das bedeutet, dass die Komplexität des Lehrstoffes zunimmt – die Windungen der Spirale werden breiter, mehr Konzepte, Ideen, Fähigkeiten und Fertigkeiten sind integriert (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 139; HEFENDEHL-HEBEKER 2004, 67). Die Forderung BRUNERS lautet:

> „Der Anfangsunterricht […] sollte so angelegt sein, daß diese Fächer mit unbedingter intellektueller Redlichkeit gelehrt werden, aber mit dem Nachdruck auf dem intuitiven Erfassen und Gebrauchen dieser grundlegenden Ideen. Das Curriculum sollte bei seinem Verlauf wiederholt auf diese Grundbegriffe zurückkommen und auf ihnen aufbauen, bis der Schüler den ganzen formalen Apparat […] begriffen hat." (BRUNER 1970, 26; Auslassungen: A. L.).

KRAUTHAUSEN und SCHERER betonen in der Aussage BRUNERS insbesondere die intellektuelle Redlichkeit, mit der Wissen zu vermitteln sei (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 138). Sie kritisieren, dass Inhalte teilweise vermeintlich kindgerecht, tatsächlich aber unzulässig verkürzt oder gar verfälscht präsentiert werden. Dies führe dazu, dass in höheren Klassenstufen früher Gelerntes z. T. zurückgenommen und richtig gestellt werden müsse (vgl. ebd.).

> „‚Intellektuell redlich' würde hingegen bedeuten, dass man zu einem späteren Zeitpunkt nichts zurückzunehmen hätte, was man zu einem früheren Zeitpunkt gelernt oder gelehrt hat. Dies ist deshalb von Bedeutung, weil es ansonsten zu Brüchen im Lernprozess kommen kann oder, bildlich gesprochen, die Bruner'sche […] Spirale ansonsten einen ‚Sprung' hätte." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Beispielsweise könne von Anfang an beim Gleichheitszeichen erklärt werden, dass es über das *ergibt* hinaus auch bedeute, dass *auf beiden Seiten der gleiche Wert* steht (vgl. ebd.). Als weitere exemplarische Situationen nennen Krauthausen und Scherer die Bedeutung des Minuszeichens als Vor- und Operationszeichen oder die Frage der Division durch Null, die unterschiedlich beantwortet werde – z. B. dass das nicht ginge oder nicht definiert sei (vgl. ebd.).

Manche Aufgabenstellungen sind besonders geeignet, das Spiralprinzip umzusetzen. Dazu gehören beispielsweise Zahlenmauern oder Figurenfolgen (vgl. Hefendehl-Hebeker 2004, 68ff.). In Zahlenmauern, die eine unterschiedliche Anzahl von Stockwerken aufweisen können, gilt Folgendes:

> „Es gibt eine Reihe von Grundsteinen, und in jedem Stein einer höher liegenden Reihe steht die Summe aus den Zahlen der beiden darunter liegenden Steine.“ (vgl. a.a.O., 68).

In der Abbildung unten sind Zahlenmauern dargestellt, im Beispiel a) lässt sich die Grundsystematik gut erkennen.

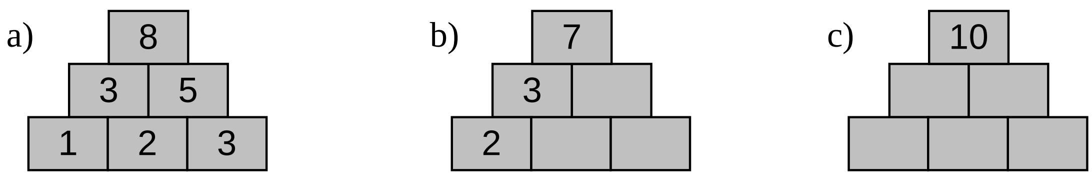


Abb. 4.19: *Beispiele für Zahlenmauern (nach Hefendehl-Hebeker 2004, 68)*

> „Solche Mauern kann man vom ersten Schuljahr an für vielfältige Übungen einsetzen, z. B. indem man nur zum Teil besetzte Mauern ausfüllen lässt. […] Man kann die Zahlenmauern aber auch verwenden, um tiefer liegende Muster zu erkunden und zu nutzen.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Neben einfachen Berechnungen kann man die Kinder auch erforschen lassen, was passiert, wenn man zwei Grundsteine vertauscht, einen Eckstein um 1 erhöht oder ob es einen Unterschied macht, ob man einen Rand- oder Zwischenstein verändert (vgl. ebd.; Spiegel/ Selter 2004, 60ff.). Der Schwierigkeitsgrad lässt sich verändern, indem man Zahlenmauern um einzelne Grundsteine oder Reihen erweitert. Entscheidend ist, dass man Zahlenmauern nutzt, um die Kinder zum Denken anzuregen und nicht ausschließlich um das Rechnen zu üben (vgl. a.a.O., 60). Auch Hubacher und Hengartner führen Zahlenmauern als geeignete Übungsformate an, die schon ab der ersten Jahrgangsstufe die Eigenproduktion der Kinder anregen (vgl. HUBACHER/ HENGARTNER 1999, 69). Neben dem Aspekt des Experimentierens weisen sie auch auf einen diagnostischen Aspekt hin: Zahlenmauern geben der Lehrkraft „[…] wie kaum ein anderes Übungsformat Einblicke in die Rechen- und Denkversuche der Kinder.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

4.4.3.4 Operatives Prinzip

Der zentrale Begriff dieses Prinzips, das auf PIAGET zurückgeht, ist die Operation, der hier kurz als verinnerlichte Handlung zu verstehen ist (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 145; LAUTER 1991, 60). Charakteristisch für die Operation sind folgende Eigenschaften (vgl. ebd.):

– Kompositionsfähigkeit (einzelne Operationen lassen sich zu Operationssystemen zusammensetzen),
– Assoziativität (bei der Zusammensetzung der Operationen spielt die Reihenfolge keine Rolle),
– Reversibilität (eine Operation lässt sich umkehren, d. h. es gibt zu jeder Operation eine entgegengesetzte, z. B. Addition und Subtraktion).

Damit zeigt sich, dass nicht jede Handlung eine Operation darstellt, z. B. erfolgt beim Schuhebinden das Lösen der Bänder nicht durch eine Umkehrung des Zubindens (vgl. ebd.). Das operative Prinzip erfordert einen Unterricht, der anknüpfend an konkrete Handlungen ermöglicht, dass sich daraus geistige Operationen herausbilden (vgl. SCHIPPER 2009a, 312). Einführungen einer Operation sollen zusammen mit der Gegenoperation erfolgen, um ein Lernen in Zusammenhängen herzustellen, außerdem sollen vorhandene Teilfähigkeiten zu einem größeren Komplex von Fähigkeiten verknüpft werden und schon frühzeitig alternative Lösungsverfahren beachtet werden (vgl. ebd.). Auch beim Üben ist das operatorische Prinzip zu berücksichtigen. Grundaufgaben des operativen Übens sind beispielsweise Tausch-, Umkehr- und Nachbaraufgaben.

Die erläuterten didaktischen Prinzipien stellen für jeden Mathematikunterricht – unabhängig von der jeweiligen Jahrgangsstufe – die Basis dar. Für die erste Jahrgangsstufe sind darüber hinaus einige Überlegungen anzustellen.

4.4.4 Mathematikunterricht in der ersten Jahrgangsstufe

Da es in dieser Arbeit insbesondere um die Mathematikleistung im ersten Schuljahr geht, wird an dieser Stelle vorgestellt, welche Lehrinhalte in der ersten Jahrgangsstufe relevant sind.

Der Lehrplan ist hier als entscheidende Grundlage anzuführen. Im Lehrplan der Bayerischen Grundschule, der auch in den sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklassen Gültigkeit besitzt[20], werden grundlegende Fähigkeiten im Fachprofil zur Mathematik angeführt, die zu entwickeln und auszubauen sind (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS 2000, 31). Dazu gehören beispielsweise Tätigkeiten wie das Vergleichen, Unterscheiden, Klassifizieren, Ordnen, Strukturieren, Schlüsse ziehen, Gesetzmäßigkeiten entdecken u. ä. (vgl. ebd.). Des Weiteren sollen Sachverhalte auf verschiedenen Abstraktionsstufen dargestellt werden, Lösungswege logisch begründet, Behauptungen überprüft werden. Arbeitsmittel und Zeichengeräte sind sachgerecht zu verwenden und die Kinder sollen konzentriert, sorgfältig und übersichtlich arbeiten (vgl. ebd.). Insgesamt sind an dieser Stelle also Aufgaben genannt, die durchaus auch in anderen Fächern ihren Stellenwert haben. Da im Rahmen dieser Arbeit die Geometrie keine Rolle spielt, wird diese auch nicht näher angesprochen. Zum Thema „Zahlen und Rechnen“ (ebd.) heißt es im Lehrplan:

> „Als Grundlage für das Rechnen erwerben die Schüler eine nach verschiedenen Aspekten entfaltete, lebendige Zahlvorstellung und ein gesichertes Wissen über die natürlichen Zahlen sowie deren Darstellung in Worten und schriftlichen Symbolen nach dem dekadischen Stellenwertsystem. Sie lernen Zahlbeziehungen sowie die Rechenoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division verstehen und beziehen sie auf reale oder modellhafte Situationen. […] Die Einspluseins- und Einmaleinssätze einschließlich deren Umkehrung sollen alle Schüler beherrschen.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Hier sind neben dem Zahlbegriff bereits einige Inhalte der ersten Jahrgangsstufe genannt. Aus dem Abschnitt zum Mathematikunterricht in der ersten Klasse lassen sich grob folgende Bereiche zusammenfassen:

- Kennenlernen des Zahlenraums bis 20,
- erste Vorstellungen von Addition und Subtraktion,

[20] vgl. Schulordnung für die Volksschulen zur sonderpädagogischen Förderung (VSO-F) (idF v. 11.9.2008) § 24

– Addition und Subtraktion von Zahlen mit Ergebnissen im Zahlenraum bis 20,
– Kleines Einspluseins,
– Halbieren, Verdoppeln (vgl. a.a.O., 41ff.; SIMON 2007, 15).

SIMON nennt darüber hinaus noch das Zählen bis 100 (vgl. ebd.).

Spätestens im zweiten Schuljahr wird der Zahlenraum bis 100 erweitert, sämtliche Rechenoperationen werden geübt, Multiplikation und Division kommen neu dazu, außerdem werden halbschriftliche Verfahren für die Additionen und Subtraktionen eingeführt. Die Grundrechenarten werden miteinander verbunden. Außerdem sollen das Bündeln, Zerlegen sowie das Dezimalsystem verstanden werden (vgl. a.a.O., 16).

Auch wenn an vielen Stellen das individuelle Leistungsvermögen des einzelnen Kindes als entscheidend für die Förderung betont wird (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 80; GANSER 2009, 222), ist die mathematische Entwicklung in gewissem Umfang von außen – durch den Lehrplan – mitbestimmt (vgl. SIMON 2007, 17). So empfiehlt SIMON sogar, dass sich der Therapeut eines Kindes mit Rechenschwierigkeiten nach dem Therapieziel richten sollte, den Schulstoff zu erreichen (vgl. ebd.). Dies stellt sicherlich einen Widerspruch zu den Grundsätzen eines individuellen Förderkonzepts dar, wo es z. B. gilt, das Anforderungsniveau zunächst knapp unterhalb des aktuellen Leistungsniveaus festzulegen, um Aspekte wie Motivation zu berücksichtigen (vgl. GANSER 2009, 224).

4.4.5 Anforderungen an den Mathematikunterricht für Kinder mit Lernschwierigkeiten

Eine zunehmend heterogene Schülerschaft findet sich im Mathematikunterricht sowohl in der Grundschule als auch in der Förderschule (vgl. WALTHER [u.a.] 2003, 211ff.; SCHERER 2007, 291; HEGEMANN/ SCHMIDT 2010, 169). Auch wenn Kinder in der ersten Klasse mit dem Mathematikunterricht beginnen, stellt das keinen absoluten Neuanfang dar (vgl. FRAGNIÈRE [u.a.] 1999, 133):

> „Zählen die einen schon weit über 100, gelangen andere kaum bis 20. Ist für einige das Rechnen in der Welt des Geldes schon möglich […], so kennen andere kaum die Münzen und Noten.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Dies erfordert, den Unterricht an ebendiese Gegebenheiten anzupassen. Zu ermöglichen ist das insbesondere durch offene Aufgabenformate, da diese auch dem aktuellen Verständnis von Lehren und Lernen entsprechen (vgl. HEGEMANN/ SCHMIDT 2010, 169;

SCHÜTTE 1996, 16ff.). Auch SCHERER befasst sich mit dem neuen Lernbegriff und dem entdeckenden Lernen (vgl. SCHERER 2007, 291ff.; 2009, 436). Entdeckendes Lernen meint, dass sich die Kinder Wissen aktiv aneignen und ihre eigenen Lernwege beschreiten.

> „Langfristiges Ziel ist dabei sicherlich die Erziehung zur Selbstständigkeit, und dieses Ziel gilt natürlich auch für lernschwache Kinder.“ (ebd.).

Häufig wird das Entwickeln eigener Wege für Kinder mit Lernschwierigkeiten als zu schwierig erachtet. Wenn jedoch von den Schülern nur reproduktives Lernen gefordert wird, lernen sie nicht, eigene Strategien zu entwickeln und zu nutzen. Deshalb sollte die Eigenaktivität der Schüler von Schulbeginn an eine Rolle spielen. SCHERER beschreibt außerdem Möglichkeiten, wie auch bei einfachen Anforderungen eigene Wege der Kinder ermöglicht werden können (vgl. ebd.).

Beispielsweise bietet folgende Anordnung von Plättchen unterschiedliche mathematische Strukturierungsmöglichkeiten:

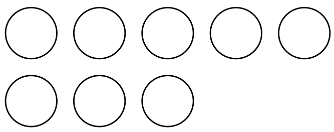


Abb. 4.20: *Strukturierungsmöglichkeiten eines Punktmusters (nach SCHERER 2009, 436)*

Die Menge könnte aufgefasst werden als 5 + 3 (a) oder 6 + 2 (b), außerdem sind zahlreiche weitere Strukturierungen denkbar (vgl. ebd.).

Abb. 4.21: *Strukturierungsmöglichkeiten eines Punktmusters (nach SCHERER 2009, 436)*

Eigene Strukturierungen zu erkennen, ist insbesondere für Kinder mit Lernschwierigkeiten bedeutsam, damit sie innere Bilder von Anzahlen entwickeln können. Diese mentalen Bilder sind wiederum entscheidend, dass Kinder sich vom zählenden Rechnen lösen können (vgl. a.a.O., 436f.).

Auch HILDEBRAND berichtet über ihre Erfahrungen mit offenen Aufgabenformaten, die sie in einer ersten Klasse anbietet (vgl. HILDEBRAND 2004, 86ff.). Sie betont dabei den

Nutzen insbesondere bezüglich der Leistungsdifferenzierung und dass jedes Kind durch wiederholtes Üben zu besseren Ergebnissen gelangt (vgl. a.a.O., 93). Die Kinder arbeiteten sehr motiviert und es fiel auf, dass

> „[…] Kinder, die nicht zu den guten Rechnern gehörten, zum Teil viel eher die Zusammenhänge erkannten und dadurch Spaß und Selbstbewusstsein entwickelten.“ (a.a.O., 94; Auslassung: A. L.).

WERNING fasst Erfahrungen aus dem Gemeinsamen Unterricht mit Schülern mit und ohne gravierende Lernschwierigkeiten zusammen:

> „Grundsätzlich wird deutlich, dass Schüler mit Lernschwierigkeiten keiner ‚Sonder-Didaktik’, sondern einer besonders guten ‚Normal-Didaktik’ bedürfen, von der alle Schüler profitieren.“ (WERNING 2002, 169f.).

Damit haben alle didaktischen Prinzipien, die oben im Abschnitt 4.4.3 genannt sind, auch bei Schülern mit gravierenden Lernschwierigkeiten ihre Berechtigung. Kinder, die anspruchsvolle Aufgaben nicht lösen können, bekommen in den unteren Klassenstufen meist Materialien angeboten, mit denen die Aufgabe gelegt und z. B. zählend gelöst und nachvollzogen werden kann. Um diese Veranschaulichungsmittel, ihren Einsatz und Ziele geht es im nächsten Kapitel.

4.5 Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht

Im Mathematikunterricht der Grundschule fallen bereits in der ersten Klasse Kinder auf,

> „[…] die trotz Bereitstellung einer Vielzahl didaktisch-methodischer Hilfen alle Aufgaben durch Abzählen zu lösen versuchen. Die verschiedenen Abzählstrategien werden zwar durchaus geübt und elaboriert eingesetzt, reichen aber für komplexere Aufgabenstellungen und erweiterte Zahlenräume nicht mehr aus.“ (LORENZ 1992, 1; Auslassung: A. L.).

Diese Beobachtungen bringen LORENZ dazu, sich der Thematik der Anschauung und den verschiedenen Veranschaulichungsmitteln selbst näher zu widmen. Eigentlich werden Veranschaulichungen eingesetzt, um mathematisches Verständnis zu erleichtern bzw. überhaupt zu ermöglichen. LORENZ stellt jedoch gerade im Zusammenhang mit diesen Hilfsmitteln diverse Schwierigkeiten bei den Schülern fest (vgl. ebd.). Auch SCHERER weist darauf hin, dass nicht jedes Arbeitsmittel grundsätzlich eine Hilfe darstellt. Aufgrund diverser Probleme von Kindern mit Lernschwierigkeiten, z. B. in der Sprache, Vorstellungsfähigkeit oder in der kognitiven Verarbeitung, dürfe die Auswahl von Veranschaulichungsmitteln nicht willkürlich und unüberlegt erfolgen (vgl. SCHERER 1999, 153). In einer Handreichung heißt es sogar:

> „Es gibt kein Material, das universell für alle Aufgaben im Bereich der Arithmetik genutzt werden kann. Und es gibt kein Material, das *selbst-verständlich* ist." (LANDESINSTITUT FÜR SCHULE UND MEDIEN BERLIN-BRANDENBURG 2008, 23).

Ausgehend von theoretischen Annahmen zur Anschauung sollen in diesem Kapitel Vor- und Nachteile spezifischer Anschauungsmittel diskutiert werden. Danach soll die Frage geklärt werden, welche Rolle unterschiedliche Materialien spielen, damit sich Visualisierungen entwickeln können. Abschließend werden die didaktischen Schritte im mathematischen Lernprozess beschrieben sowie diverse Schwierigkeiten, die im Zusammenhang damit auftreten.

4.5.1 Theoretische Annahmen zur Anschauung

Die folgenden Ausführungen beinhalten Grundsätzliches zur Anschauung und basieren insbesondere auf Erkenntnissen der kognitiven Psychologie.

4.5.1.1 Begriffsklärung Anschauung und Visualisierung

Ursprünglich wird Anschauung definiert als

> „[…] *inneres Sehen*, das räumlich, analog und parallel, d. h. simultan und ohne zeitliche Abläufe vonstatten gehen kann." (LORENZ 1992, 41; Auslassung: A. L.).

Ein aktuellerer Begriff dazu ist die Visualisierung:

> „Hierunter wird die vorstellungsmäßige Produktion oder Reproduktion eines Bildes verstanden. Dieses Bild ist selten statisch, quasi fotografisch fixiert (eidetisch), sondern es gestattet kognitive Operationen in Form von Drehungen, Perspektivwechsel und Detailänderungen." (ebd.).

4.5.1.2 Begriffsklärung Anschauungsmittel

In sämtlichen Büchern zur Thematik ist in unterschiedlichen Varianten von Arbeitsmitteln, Materialien, Anschauungs- oder Veranschaulichungsmitteln die Rede (vgl. LORENZ 2005, 28; PADBERG 2005, 50; KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 240). Diese Vielfalt hat ihren Ursprung darin, dass eine genaue Abgrenzung der Begriffe kaum möglich ist (vgl. LANDESINSTITUT FÜR SCHULE UND MEDIEN BERLIN-BRANDENBURG 2008, 23). KRAUTHAUSEN und SCHERER versuchen zwar, zwischen Veranschaulichungsmittel und Anschauungsmitteln zu differenzieren, geben allerdings letztlich zu, dass diese Unterscheidung nicht als exakte Zuschreibung zu verstehen ist (vgl. KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 242). Veranschaulichungsmittel würden dazu dienen, arithmetische Zusammenhänge konkret aufzuzeigen, um das Verständnis zu erleichtern. Sie seien gewissermaßen Werkzeuge der Lehrkraft, die Wissen an die Schüler weitergibt und dies zu unterstützen versucht (vgl. ebd.). Demgegenüber impliziert der Begriff der Anschauungsmittel ein eher aktivistisches Lernverständnis:

> „Hier sind Arbeitsmittel oder Darstellungen mathematischer Ideen in der Hand der Lernenden zu sehen, als Werkzeuge ihres eigenen Mathematiktreibens, d. h. zur (Re-)Konstruktion mathematischen Verstehens.“ (ebd.).

Im Folgenden wird diese Unterscheidung beibehalten und es ist von Anschauungsmitteln die Rede, wenn es um Hilfen in der Hand der Schüler geht.

Trotz der generellen Schwierigkeit in Bezug auf die Begrifflichkeit, kann man – „[…] in einer sicher nicht ganz trennscharfen Differenzierung […]“ (LANDESINSTITUT FÜR SCHULE UND MEDIEN BERLIN-BRANDENBURG 2008, 23) – drei Gruppen von Materialien unterscheiden:

- unstrukturiertes Material wie Nüsse oder Kastanien, Wendeplättchen, Steckwürfel, Muggelsteine u. ä.,
- strukturiertes Material wie Zahlenstreifen oder Zahlenstäbe,
- außerdem Mischformen wie z. B. den Rechenrahmen (vgl. ebd.; RADATZ [u.a.] 1996, 35).

4.5.1.3 Verhältnis von Wahrnehmung und Anschauung

Ein Prozess, der bei der Veranschaulichung eine entscheidende Rolle spielt, ist die Wahrnehmung. Wie diese mit der Anschauung in Zusammenhang steht, soll an dieser Stelle aufgezeigt werden.

Wenn wir die Welt wahrnehmen, erstellen wir kein unverfälschtes, objektives Bild unserer Umgebung, sondern aktiv weisen wir dem Wahrgenommenen erst Bedeutung zu (vgl. LORENZ 1996, 68). Diese konstruktivistische Sichtweise nimmt bereits PIAGET ein:

> „In der Assimilationstheorie der Erkenntnis […] gilt das Objekt nur als in dem Maß bekannt, als es stufenweise Begriff geworden ist. Das Bild bleibt wohl immer Produkt des Bemühens um eine konkrete und sogar scheinbar sinnliche Abbildung des Objekts; […]“ (PIAGET/ INHELDER 1979, 19; Auslassungen: A. L.).

Das heißt also, dass als Repräsentant des realen Objekts das Bild jeweils neu konstruiert wird (vgl. LORENZ 1996, 68). Außerdem handelt es sich um einen aktiven Vorgang, der auf bereits vorhandenem Wissen aufbaut.

Neben der Wahrnehmung ist insbesondere die Speicherung ein konstruktiver Prozess (vgl. ebd.; LORENZ 1992, 43). Gedächtnisexperimente ergeben beispielsweise, dass sprachlich präsentierte Sätze nicht wörtlich, sondern sinngemäß erinnert werden. Dabei werden bei der Wiedergabe logische Ableitungen vorgenommen, wobei die Versuchspersonen überzeugt sind, diese Inhalte vorher gehört oder gelesen zu haben (vgl. ebd.; LACHMAN/ LACHMAN/ BUTTERFIELD 1979, 428ff.). Auch bei Zeugenaussagen gilt es als typisch, dass Angaben als vermeintliche Erinnerung gemacht werden. Tatsächlich werden auftretende Gedächtnislücken mit sinnvollen Inhalten gefüllt (vgl. LORENZ 1996, 68f.).

> „Die Vorstellung eines Objekts oder Sachverhalts setzt also nicht unbedingt voraus, daß das Objekt oder die Beziehung in dieser Form schon einmal wahrgenommen wurde. Der Zusammenhang ist eher lose. Bestimmte Teile müssen bekannt sein, nicht aber das Gesamtbild, das in der Vorstellung generiert wird.“ (a.a.O., 69).

Nur dadurch sind Menschen z. B. auch in der Lage, sich einen grünen Elefanten vorzustellen, der von links nach rechts marschiert, ohne dass jemand dieses Bild je tatsächlich gesehen hat (vgl. ebd.). Die Visualisierung ist also nicht allein das Abbild einer Wahrnehmung, sondern gewissermaßen eine „[…] *bildliche Form des Wissens* um das Objekt […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). Das Wissen des Menschen kann also eine Visualisierung verändern. LORENZ folgert daraus, dass Wahrnehmung und Vorstellung weder identisch sind noch zeitlich getrennt erfolgen (vgl. ebd.). AEBLI beschreibt die Prozesse als

> „[…] zwei verwandte, aber unterscheidbare Modalitäten, die beide ihr Objekt bildhaft darstellen […]“ (AEBLI 1981, 306; Auslassungen: A. L.).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Vorstellung in einer geistigen Handlung besteht, die v. a. eine Konstruktion ist: Vorstellungsbilder müssen – wie auch Erinnerungsbilder oder Begriffe – jedes Mal neu aufgebaut werden (vgl. LORENZ 1992, 45; GLASERSFELD 1987, 218f.).

4.5.2 Entwicklung von Vorstellungen im Mathematikunterricht

> „Veranschaulichungen sollen dazu dienen, die mentalen Bilder aufzubauen, die zum Rechnen erforderlich sind.“ (BÖTTINGER 2005, 1).

SCHULZ nennt verschiedene Bereiche des Mathematikunterrichts, in denen Vorstellungen aufgebaut werden sollen (vgl. SCHULZ 2007, 366ff.). Dazu gehören

– die Entwicklung von Zahlvorstellungen,

– die Entwicklung von Vorstellungen zu Rechenoperationen sowie

– das Entwickeln von Vorstellungen zu Geometrie und Größen (vgl. ebd.).

Nachdem die Geometrie und das Rechnen mit Größen in dieser Arbeit keine Rolle spielen, werden an dieser Stelle nur die ersten beiden zu entwickelnden Vorstellungen beschrieben.

4.5.2.1 Entwicklung von Zahlvorstellungen

> „Mathematiklernen vollzieht sich in einer Wechselwirkung von praktischem und geistigem Handeln.“ (a.a.O., 367).

Kindern mit Rechenschwierigkeiten fällt es häufig schwer, konkrete Materialien angemessen zu nutzen und mathematische Vorstellungen daraus zu entwickeln. SCHULZ nennt ein Ziel der Förderung daher, *richtiges Sehen* zu lernen (vgl. ebd.). Gemeint ist, dass die Kinder mit Hilfe des Materials Strukturen und mathematische Zusammenhänge erkennen sollen. Das Material dient dazu, Vorstellungsbilder zu entwickeln. Damit wird z. B. das Zählen von Einzelelementen unnötig und ein Kind kann die sechs Punkte auf dem Würfel auf einen Blick erfassen. Dazu sind unter Umständen viele Wiederholungen und ausreichend Übung nötig.

Im Zusammenhang mit dem Lernen von Zahlen, Zahlenräumen und beispielsweise dem Dezimalsystem spielt folgender Kreislauf eine Rolle:

> „Der Aufbau des Zahlenraumes und das bewusste Erfassen seiner Strukturen unterstützt die Entwicklung von Zahlvorstellungen, umgekehrt tragen sichere Zahlvorstellungen zum Verständnis des Zahlenraumes bei." (ebd.).

Der Materialeinsatz soll genau diesen Zahlenaufbau und die Entwicklung eines Systemverständnisses beim Kind unterstützen. So wird bei zahlreichen Anschauungsmitteln die Fünfer- und Zehnerstruktur betont, weil diese in unserem Zahlensystem eine wichtige Rolle spielen. Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen: Angenommen, in einem Eierkarton befinden sich 8 Eier. Wenn das Kind gelernt hat, dass in der ersten Reihe der Eierschachtel fünf Eier Platz haben, muss es diese nicht extra noch einmal zählen, sondern kann gleich die drei weiteren in der zweiten Reihe dazurechnen. Es erkennt. dass es insgesamt 8 sind. Etwas abstrakter erfolgt die Darstellung mit roten und blauen Kugeln in einer Art Tabelle, zum Beispiel so:

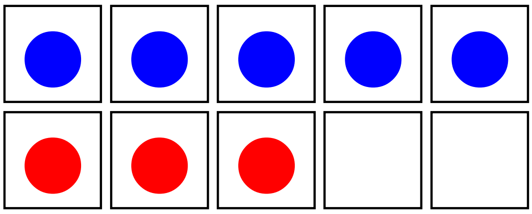


Abb. 4.22: *Fünferstruktur beim Rechnen mit Rechenkugeln*

Hier kann das Kind rechnen:

> „5 + 3 = 8",

oder, wenn es noch zählt, von den fünf blauen Kugeln an fortfahren:

> „… 5, 6, 7, 8".

Insgesamt müssen die Kinder lernen, dass es im Zahlenraum eine Richtung gibt, in der die Zahlen größer oder kleiner werden, wo der Vorgänger oder Nachfolger einer Zahl zu finden ist oder – in der Hundertertafel – welche Zahlen untereinander stehen (vgl. a.a.O., 367f.). Dieses räumliche Zahlenverständnis stellt eine wichtige Voraussetzung für das Rechnen dar.

4.5.2.2 Entwicklung der Vorstellung von Rechenoperationen

Wenn sich Kinder ausreichend im Zahlenraum orientieren können, ist eine Voraussetzung für das Verständnis von Rechenoperationen erfüllt (vgl. ebd.). Um diese Vorstellungen von den Operationen wie Plus, Minus, Mal und Geteilt aufzubauen, ist an die Erfahrungen der Kinder anzuknüpfen.

> „Durch einfach strukturierte Handlungen und Bilder sollen sie [die Kinder] das Wesen von Rechenoperationen erfassen und die Handlungen später gedanklich an vorgestellten Bildern ausführen können. Dazu müssen sie wissen, *was*, *wie* und *warum* sie handeln.“ (ebd.; Einfügung: A. L.).

Beobachtet man Kinder beim Aufgabenlösen mit Material oder fragt nach, hat man teilweise den Eindruck, dass sie genau das nicht wissen und nur nach bestimmten Regeln agieren, ohne zu wissen, warum bestimmte Schritte notwendig sind. Um Vorstellungen entwickeln zu können, empfiehlt SCHULZ die folgenden fünf Schritte (vgl. SCHULZ 2009, 118f.):

- Rechenoperationen sollen zunächst über Handlungen bewusst gemacht werden,
- Rechenoperationen sind in Bildfolgen, später in Einzelbildern zu erkennen,
- an strukturierten Zahldarstellungen können Rechenoperationen gezeigt werden,
- letztlich sollen die Kinder sich Handlungen am Zahlenmaterial vorstellen,
- bevor die Handlung schließlich verkürzt wird und die Überleitung zur symbolischen Ebene erfolgt.

Deutlich wird hier der Zusammenhang zwischen Mathematik und Sprache und dass Mathematik eine kommunikative Situation darstellt (vgl. WERNER 2009, 55): Die Kinder sollen dazu angehalten werden, einzelne Handlungsschritte zu verbalisieren und zu beschreiben, was jeweils danach zu sehen ist, d. h. was sich verändert. Das kann zunächst während des Agierens geschehen, später auch mit geschlossenen Augen vor der Handlung (vgl. SCHULZ 2007, 369).

4.5.2.3 Zusammenfassung zur Entwicklung von Vorstellungen im Mathematikunterricht

Neben der Entwicklung von Zahlvorstellungen unterstützt Material im Mathematikunterricht auch die Vorstellung von Rechenoperationen, wie oben beschrieben.

Darüber hinaus zeigt SCHULZ Möglichkeiten auf, wie Kinder mit Rechenschwierigkeiten im differenzierten Unterricht gefördert werden können (vgl. a.a.O., 366f.). Sie schlägt

u. a. vor, dass Kinder die Chance bekommen sollen, sowohl ihr Bearbeitungsniveau als auch nötige Anschauungsmittel selbst zu wählen. Anschließend werden die Schüler aufgefordert,

> „[…] ihre Arbeit mit diesen Arbeitsmitteln zu beschreiben. Dieses Vorgehen trägt dazu bei, dass Kinder mit Lernschwierigkeiten *anschauen* lernen und Arbeitsmittel nicht nur als ‚Zählhilfe' verwenden." (a.a.O., 367; Auslassung: A. L.).

Damit dies gelingt, ist neben der bewussten Auswahl von Materialien auch die Begleitung der Arbeit mit den Anschauungsmitteln bedeutend. Die Lehrkraft hat die Aufgabe, den richtigen Umgang damit zu zeigen und darauf zu achten, dass entsprechende Techniken auch umgesetzt werden (vgl. NOLTE 2007, 408). Dazu ein einfaches Beispiel:

> „Wenn Kinder in der ersten Klasse Anzahlen über Zählprozesse erwerben, hilft eine so einfache Maßnahme wie das beiseite Schieben von Objekten zu verhindern, dass Dinge doppelt gezählt oder ausgelassen werden." (ebd.).

Ein Kind soll also nicht mit einer Aufgabe und dem Material sich selbst überlassen bleiben, sondern braucht die Unterstützung und gezielte Einweisung durch die Lehrkraft. Was diese berücksichtigen muss, um eine geeignete Auswahl an Hilfsmitteln zu treffen, ist Thema des nächsten Kapitels.

4.5.3 Auswahl geeigneter Anschauungsmittel

> „Bei einer Rechenschwäche braucht es noch mehr Veranschaulichungen!" (BORN/ OEHLER 2005, 58).

BORN und OEHLER gelingt es in ihren Ausführungen, diese Aussage als Mythos darzustellen. So käme es nicht darauf an, ein Rechenproblem mit vielfältigsten Veranschaulichungsmitteln darzustellen (vgl. a.a.O., 58ff.; LORENZ 2005, 94).

Dies würde zunächst eine kognitive Überforderung darstellen: LORENZ kritisiert, dass Kinder nicht in der Lage sind, sich eigenständig ihr Material auszuwählen. Dazu müssten sie nämlich alle verfügbaren kennen. Nachdem es für Kinder in den unteren Jahrgangsstufen aber unmöglich ist, sich sämtlicher Vorzüge und Nachteile einzelner Anschauungsmittel bewusst zu sein, können sie nur nach Farbe oder Form auswählen, was ihnen besser gefällt (vgl. a.a.O., 35).

Werden zu viele Materialien verwendet, reduziert sich auch die Übungszeit mit den einzelnen Anschauungsmitteln. Die Anzahl der Wiederholungen eines Rechenwegs mit bestimmtem Material wird geringer. Dies kann leicht zu oberflächlichen, bruchstückhaften Vorstellungen führen (vgl. BORN/ OEHLER 2005, 60).

> „Beschreite ich nur einen oder zwei Wege, werde ich meine Rechenoperation über diesen Weg deutlich häufiger wiederholen und damit die mit diesem Veranschaulichungsmittel verknüpften Vorstellungen und Einsichten automatisieren." (ebd.).

Des Weiteren sind insbesondere Kinder mit Lern- und Rechenschwierigkeiten in Anbetracht einer zu großen Materialfülle überfordert. Das liegt v. a. an einer mangelnden Übertragbarkeit des entsprechenden Umgangs mit einem Material auf ein anderes:

> „Man vergleiche die Handlung für 28 + 30 am Rechenrahmen, am Zahlenstrahl, an der Hundertertafel und den Mehr-System-Blöcken. Die Handlungen sind nicht übertragbar, sie sind grundverschieden." (a.a.O., 36).

So fasst LORENZ schließlich zusammen, dass gewissermaßen jedes Anschauungsmittel seine eigene Sprache besitzt, die dem Kind zu vermitteln ist (vgl. ebd.). Wenn jetzt alle verfügbaren Materialien einzeln im Unterricht eingeführt würden, wird schnell deutlich, dass das in großem Maße eine Überforderung darstellen würde und für die Kinder nicht zu schaffen wäre. Auch SABINE KAUFMANN weist darauf hin, dass es sinnvoll ist, sich auf wenige Arbeitsmittel zu beschränken. Sie schlägt vor, mit dem Zwanzigerfeld zu beginnen, später das Hunderterfeld und Zehnermaterial dazuzunehmen und danach oder parallel dazu den leeren Zahlenstrahl einzuführen (vgl. KAUFMANN, S. 2010, 167).

Insgesamt bleibt es eine bedeutende Aufgabe der Lehrkraft, angemessene Materialien auszusuchen. Sie soll auch berücksichtigen, inwieweit sich die Anschauungsmittel für weitere Rechenoperationen und andere, größere Zahlenräume eignen (vgl. RADATZ [u.a.] 1996, 36ff.). RADATZ erstellt mit Kollegen Listen mit Fragen, die dabei helfen können, eine passende Auswahl an Materialien zu treffen. Der erste Teil der Fragen bezieht sich auf didaktische Überlegungen, der zweite auf unterrichtspraktische, ästhetische oder finanzielle Aspekte.

> „Didaktische Kriterien sind sicher die zentralen Kriterien zur Beurteilung von Arbeitsmitteln." (a.a.O., 43).

Deshalb werden folgende Fragen aufgeführt, die sich auf die Didaktik beziehen. Diese soll die Lehrkraft klären, um geeignetes didaktisches Material zu finden (vgl. a.a.O., 38ff.):

- Erlaubt das Material eine simultane Zahlauffassung und -darstellung bis 4?
- Ist eine quasi-simultane Zahlauffassung und -darstellung der Zahlen bis 10 bzw. 20 möglich?
- Können Handlungen ausgeführt werden, die an das Verständnis des Kindes für mathematische Operationen (Addition, Subtraktion, Verdoppeln und Halbieren u. a.) anknüpfen und das Verständnis erweitern?
- Ist auf einfache Weise eine Übersetzung der Handlung in Bilder bzw. Symbole möglich?
- Ist zählendes Rechnen möglich?
- Wird die Ablösung vom Material unterstützt?
- Können Handlungen ausgeführt werden, die zur Entwicklung operativer Strategien in bestimmten Zahlenräumen beitragen?
- Ist es möglich, dass Kinder individuelle Lösungswege entdecken?
- Kann das Material, das im Zahlenraum bis 20 eingesetzt wird, „*strukturgleich*“ (a.a.O., 42) erweitert werden auf den Zahlenraum bis 100?
- Ist das Material auch für andere Unterrichtsinhalte verwendbar?

Die unterrichtspraktischen, ästhetischen bzw. ökologischen Fragen zielen auf Aspekte wie Handhabbarkeit, Haltbarkeit, Herstellung oder Kosten der Materialien (vgl. a.a.O., 43f.). Empfohlen wird, verschiedene Materialien in einer Art Kriterienkatalog einander gegenüberzustellen, um daraus das bestgeeignete auszusuchen (vgl. a.a.O., 44).

RADATZ [u.a.] schlagen folgendes Muster vor, das exemplarisch drei Materialien enthält, nämlich Steckwürfel[21], Rechenrahmen[22] und Abaco 20[23] (vgl. ebd.):

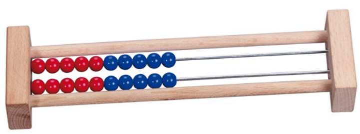
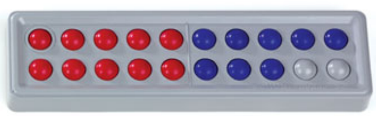
Steckwürfel	Rechenrahmen	Abaco 20
		

Abb. 4.23: *Exemplarisch ausgewähltes Material für den Zahlenraum bis 20*

[21] Steckwürfel (Firma Betzold, URL: http://www.betzold.de (letzter Zugriff: 29.02.2012))
[22] Rechenrahmen (Firma Betzold, URL: http://www.betzold.de (letzter Zugriff: 29.02.2012))
[23] Abaco (Schubi-Verlag, Firma Betzold, URL: http://www.betzold.de (letzter Zugriff: 29.02.2012))

Der Kriterienkatalog könnte aussehen, wie in untenstehender Abbildung gezeigt. Das Material, das die meisten positiven bis sehr positiven Bewertungen erhält, sollte für die Klasse angeschafft werden.

	Kriterien	Steckwürfel	Rechen-rahmen	Abaco 20
D	**Didaktische Kriterien**	++/+/o/-/--	++/+/o/-/--	++/+/o/-/--
D1	Erlaubt das Material simultane Zahlauffassung und -darstellung bis 4?	++	++	++
D2	Erlaubt das Material quasi-simultane Zahlauffassung und -darstellung der Zahlen bis 10 bzw. 20?	--	++	++
D3	Erlaubt das Material Handlungen, die an das kindliche Verständnis für die mathematischen Operationen Addierenund Subtrahieren, Verdoppeln und Halbieren, Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen anknüpfen und dieses Verständnis stabilisieren und erweitern?	+	++	+
D4	Ist die Übersetzung der Handlungen in Bilder und Symbole auch für Kinder leicht möglich?	o	++	++
	…			

Abb. 4.24: *Ausschnitt aus Kriterienkatalog zur Auswahl geeigneter Anschauungsmaterialien (nach RADATZ [u.a.] 1996, 44)*

4.5.4 Verinnerlichungsstufen im mathematischen Lernprozess

Unabhängig von der jeweiligen Klassenstufe und Schulart, dem behandelten Stoff oder der bevorzugten Methodik, durchläuft Mathematikunterricht bestimmte Phasen (vgl. LORENZ 1992, 85; GRISSEMANN/ WEBER 2000, 74f.). Im Wesentlichen entsprechen diese Stufen auch den Phasen des Aufbaus und der Verinnerlichung, die von AEBLI beschrieben werden (vgl. AEBLI 1976, 135ff.; LORENZ 1992, 85).

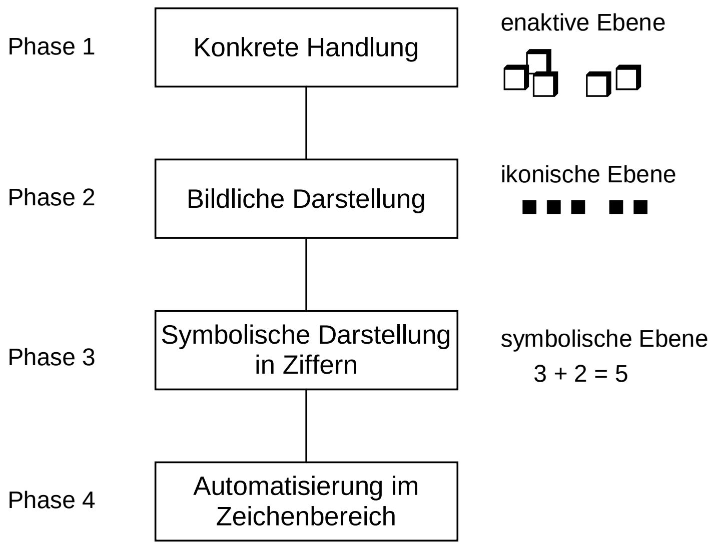


Abb. 4.25: *Stufen des Erwerbs arithmetischer Operationen (nach KRAJEWSKI 2008a, 69)*

Ausgegangen wird i. d. R. von konkreten Handlungen, unterstützt durch geeignete Materialien (Phase 1), als nächstes präsentiert man den Schülern bildhafte Darstellungen an der Tafel, im Schulbuch oder auf Arbeitsblättern (Phase 2) (vgl. LORENZ 2005, 23). Am Ende steht der abstrakte Umgang mit Ziffern und Symbolen – konkrete Vorstellungen finden allenfalls in den Köpfen der Kinder und Jugendlichen statt (Phase 3). Ziel ist die Loslösung von jeglichen Materialien. Bestimmte Rechenvorgänge wie Einmaleinssätze, die Addition und Subtraktion in kleineren Zahlenräumen sollen automatisiert ablaufen (Phase 4). Jede Stufe weist dabei ihre eigenen Schwierigkeiten und Besonderheiten auf, so dass Fehler entsprechenden Ursachen zuzuordnen sind (vgl. a.a.O., 24). Wenn im Folgenden die einzelnen Phasen und mögliche Schwierigkeiten thematisiert werden, beziehen sich diese jeweils insbesondere auf den mathematischen Anfangsunterricht.

4.5.4.1 Phase 1: Konkretes Handeln

Konkretes Handeln in Bezug auf mathematische Anforderungen bedeutet z. B., zwei Mengen zusammenzufügen (Addition), von einer größeren einen Teil wegzunehmen (Subtraktion), gleiche Handlungen zu wiederholen (Multiplikation) oder Mengen aufzuteilen bzw. zu verteilen (Division). Damit sind jedoch nicht nur motorische Fähigkeiten gefordert. Das Kind muss außerdem die einzelnen Teilschritte gedanklich vorausplanen, um sie dann umsetzen zu können (vgl. LORENZ 2005, 24).

> „Durch den handelnden Umgang mit Material lernt es die Eigenschaften und Beziehungen der Quantitäten und der Operationen […] kennen und untersucht sie.“ (CLAUS/ PETER 2005, 13; Auslassung: A. L.).

4.5.4.2 Phase 2: Bildhafte Darstellung

> „Die bildhafte Darstellung des Schulbuchs und Arbeitsblattes verlangt, die zweidimensionale, meist bildhaft verkürzte Zeichnung […] ‚lesen’ zu können.“ (LORENZ 2005, 26; Auslassung: A. L.).

Die Anforderung an das Kind beinhaltet, die in Phase 1 ausgeführte konkrete Handlung jetzt gedanklich – vorstellungsmäßig – nachzuvollziehen. RADATZ und Kollegen kritisieren die unter Grundschullehrkräften verbreitete Praxis, Bilder und Darstellungen in Schulbüchern nur zu betrachten und als Gesprächsanlass zu nutzen, anstatt sie auch handelnd umzusetzen (vgl. RADATZ [u.a.] 1996, 62). Sie betonen, dass Lernen eben

> „[…] nicht durch die Interpretation bildlicher Darstellungen [erfolgt], sondern auf der Grundlage aktiv-handelnder Durchdringung der Realität und der Übersetzung der so gewonnenen konkreten Erfahrungen in Bilder und Symbole.“ (ebd.; Auslassung u. Einfügung: A. L.).

Wichtig ist, dass die Handlung tatsächlich verstanden ist. Wenn Kinder versuchen, nur automatisiert Bilder in Zifferngleichungen zu übersetzen, kann das zu Schwierigkeiten führen, da eine zu frühe Automatisierung ein tiefgehendes Verständnis oftmals verhindert (vgl. LORENZ 2005, 26).

4.5.4.3 Phase 3: Symbolische Darstellung

> „Vorstellungsbilder werden mit Zahl- und Rechenzeichen und mit den entsprechenden Begriffen verknüpft. Dabei ermöglicht […] der wiederholte Wechsel zwischen einer bildlichen und einer zeichengebundenen Darstellung die Herausbildung eines zunehmend sicheren Verständnisses für die einzelnen Zahlen, Rechenzeichen und ihre Beziehungen im Gesamtzusammenhang der Operation.“ (CLAUS/ PETER 2005, 13; Auslassung: A. L.).

In dieser Phase tritt die bildliche Darstellung zunehmend gegenüber einer zeichenmäßig-symbolischen zurück. Wichtig ist aber, dass der Schüler eine Verknüpfung zu einer anschaulichen Darstellung konstruieren kann. Ansonsten gerät die Symbolsprache zu bedeutungslosen Zeichen (vgl. LORENZ 1992, 112; 2005, 26). Dass es einem Kind nicht gelingt, diese inneren Vorstellungsbilder zu entwickeln, fällt z. B. dadurch auf, dass sich das Kind bis zum Ende der ersten Klasse nicht von konkretem Anschauungsmaterial lösen kann oder – versteckt oder offen – mit den Fingern rechnet (vgl. LORENZ 1992, 113). GRISSEMANN und WEBER beschreiben, dass in dieser Phase ein weiterer Schritt zur Verinnerlichung erfolgt: dann werden die Zahl- und Rechenzeichen nicht mehr mit anschaulichen Bildern, sondern mit einer unanschaulichen, gedanklichen Repräsentation der Mengen verbunden (vgl. GRISSEMANN/ WEBER 2000, 13f.; CLAUS/ PETER 2005, 14).

In der Phase der symbolischen Darstellung müssen die Kinder außerdem die Grammatik bzw. Syntax der neuen mathematischen Sprache erlernen. Beispielsweise wäre die Rechnung 3 + 4 = 8 zwar mathematisch fehlerhaft, aber grammatikalisch korrekt im Unterschied zu + = · 56 (vgl. LORENZ 2005, 26).

4.5.4.4 Phase 4: Automatisierung

> „Als letztes wird die *Automatisierung im Zeichenbereich* angestrebt, die gemeinhin durch die Unterrichtsphase *Üben* realisiert wird. Dies erscheint notwendig, um eine Entlastung des kindlichen Kurzzeit-Gedächtnisses zu erreichen, das in geringerem Umfang Gedankeninhalte speichern kann als das des Erwachsenen.“ (LORENZ 1992, 118).

So sollen z. B. das Rechnen im Zahlenraum bis 20 sowie Einmaleinsaufgaben automatisiert ablaufen, wodurch die Fehlerwahrscheinlichkeit und die Bearbeitungszeit sinken. Gefordert sind dazu das Assoziationsgedächtnis und das Gedächtnis für Sequenzen, d. h. für die Abfolge von Teilschritten (vgl. LORENZ 2005, 27). Wichtig ist, dass diese Phase der Automatisierung auf einem gesicherten Verständnis der vorhergehenden Phasen aufbaut. Sie ist

> „[…] nicht mit einem mechanisch-assoziativen Auswendiglernen zu verwechseln (CLAUS/ PETER 2005, 14; Auslassung: A. L.).

Tatsächlich ist das aber häufig zu beobachten, dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten z. B. beim Einmaleins v. a. auf ihr gutes Gedächtnis setzen. Obwohl sie weder Multiplikation noch Division als Handlung verstanden haben, kennen sie das Einmaleins auswendig, können die Rechensätze jedoch selten anwenden (vgl. LORENZ 2005, 27).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es wichtig ist, jeder einzelnen Phase ausreichend Zeit zu widmen. Falls Schwierigkeiten zu beobachten sind, empfiehlt es sich, einzelne Stufen im Prozess zurückzugehen (vgl. BORN/ OEHLER 2008, 127). Noch mehr zusätzliches Üben z. B. bei Schwierigkeiten in der Automatisierungsphase verstärkt das Auswendiglernen unverstandener Operationen. Besser ist es, diese noch einmal von der handelnden Ebene beginnend neu aufzubauen.

4.6 Zusammenfassung des vierten Kapitels

Die Ausbildung des Zahlbegriffs sowie gute Zählfertigkeiten stellen eine wichtige Basis dar, dass Kinder stabile Rechenkompetenzen erwerben. Erste Ergebnisse dazu gehen auf PIAGET zurück, werden aber bis heute erweitert und ergänzt. Aktuell liegen einige Konzeptionen und Modelle vor, die versuchen, die Entwicklung der Rechenleistung aufzuzeigen. Daraus ergeben sich wiederum Konsequenzen für den Unterricht, außerdem sind daraus Anforderungen an die Lehrkraft abzuleiten. Diese muss beispielsweise Überlegungen anstellen, welche Anschauungsmittel für den Mathematikunterricht in der jeweiligen Jahrgangsstufe – und darüber hinaus – geeignet sind. Das Montessori-Material stellt dafür eine von vielen Möglichkeiten dar.

5.0 Rechenschwierigkeiten

Im vierten Kapitel wurde beschrieben, wie sich der Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und mathematische Kompetenzen generell entwickeln. Dieser Prozess verläuft nicht immer geradlinig und ohne Schwierigkeiten. FRITZ und RICKEN sprechen von Meilensteinen oder Nadelöhren in der Entwicklung von Kindern mit Schwierigkeiten im numerischen Bereich (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 47; 52ff.). An anderer Stelle ist von „Dyskalkulie“, „Rechenstörung“, „Arithmasthenie“ oder „Rechenschwäche“ die Rede (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 94; KRAJEWSKI 2008a, 15; LORENZ 2005, 13). In älterer Literatur findet man Bezeichnungen wie „Alexie für Zahlen“, „Anarithmetrie“, „Dysmathematica“ oder „Akalkulie“, um nur wenige zu nennen (vgl. WERNER 2009, 89). Was unter diesen Begriffen genau zu verstehen ist, wie man sie ggf. voneinander abgrenzt und wie Rechenschwierigkeiten entstehen, ist Inhalt dieses Kapitels. Im Abschnitt 5.3 werden insbesondere Schwierigkeiten thematisiert, die häufig im Mathematikunterricht während der Grundschulzeit auftreten. Diagnostik, Prävention und Intervention von Rechenschwierigkeiten ist Thema der Kapitel 5.4 und 5.5. Abschließend werden – unter 5.6 – wesentliche Inhalte zusammengefasst, da sie die Basis für das 6. Kapitel und damit für meine eigene Studie darstellen.

5.1 Eingrenzung und Bestimmung des Gegenstands

Wie oben bereits erwähnt, gibt es eine Vielzahl von Bezeichnungen für Rechenschwierigkeiten. Die Unterschiede bei den Begrifflichkeiten ergeben sich aus der unterschiedlichen Bewertung von Merkmalen und Kriterien, was wiederum differierende Angaben zur Häufigkeit von Problemen im Rechnen zur Folge hat. Obwohl die einzelnen Bezeichnungen häufig synonym verwendet werden, wird deutlich,

> „[…] dass mit den Begriffen Rechenschwäche und Rechenstörung eher die besonderen Schwierigkeiten im Inhaltsbereich Rechnen charakterisiert werden sollen, während die Begriffe Dyskalkulie und Arithmasthenie das Vorhandensein einer Krankheit suggerieren.“ (SCHIPPER 2010, 105; Auslassung: A. L.).

Manche lehnen jegliche Definition bezüglich der Thematik ab, weil sie der Meinung sind, dass für den praktischen Umgang mit rechenschwachen Kindern alle Versuche ungeeignet sind, eine Dyskalkulie oder Rechenschwäche kurz zu definieren (vgl. BRÜHL [u.a.] 2007, 15; NESTLE 2004, 27ff.).

An dieser Stelle soll dennoch der Versuch einer Definition unternommen werden. Denn um sämtliche verschiedene Angaben einordnen zu können, ist es zunächst nötig, den Gegenstand möglichst exakt zu bestimmen. Da es große Überschneidungen innerhalb einzelner Begriffe gibt, sollen hier die wesentlichen dargestellt und voneinander abgegrenzt werden.

5.1.1 Rechenstörung

In der Internationalen Klassifikation der Krankheiten (ICD-10) der Weltgesundheitsorganisation (WHO) gilt die Rechenstörung als umschriebene Entwicklungsstörung schulischer Fertigkeiten (F81) (vgl. DILLING/ MOMBOUR/ SCHMIDT 2008, 283). Gekennzeichnet sind diese durch Entwicklungsrückstände bzw. Entwicklungsverzögerungen. Ein Zusammenhang besteht mit der biologischen Reifung des zentralen Nervensystems (vgl. ebd.; JACOBS/ PETERMANN 2005a, 13). Eine erworbene Rechenstörung (Akalkulie, R48.8) oder Rechenschwierigkeiten bei Lese- oder Rechtschreibstörung (F81.1) gehören laut ICD-10 nicht zu dieser umschriebenen Rechenstörung, genauso wenig wie Rechenschwierigkeiten, die insbesondere auf unangemessenen Unterricht zurückzuführen sind (vgl. a.a.O., 14).

Die ICD-10 legt die umschriebene Rechenstörung wie folgt fest:

> „Diese Störung beinhaltet eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine eindeutig unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie und Differential- sowie Integralrechnung benötigt werden.“ (DILLING/ MOMBOUR/ SCHMIDT 2008, 301).

Auch in der vierten Revision des Diagnostischen und Statistischen Manuals Psychischer Störungen (DSM-IV-TR) ist von einer Rechenstörung (315.1) die Rede (vgl. SAß [u.a.] 2003, 57). Folgende Kriterien sind für eine entsprechende Diagnose von Bedeutung (vgl. DILLING [u.a] 2004, 175; JACOBS/ PETERMANN 2005a, 14; DILLING/ MOMBOUR/ SCHMIDT 2008, 301f.):

- die mit standardisierten Tests festgestellte mathematische Leistung liegt mindestens zwei Standardabweichungen unter der, die auf Grund des Alters, der gemessenen Intelligenz und der altersgemäßen Bildung einer Person zu erwarten wäre,
- die Bereiche Lesegenauigkeit, Leseverständnis und Rechtschreiben befinden sich im Normbereich; außerdem gibt es keine Hinweise auf enorme Lese- oder Rechtschreibschwierigkeiten in der Vorgeschichte,
- die Rechenschwierigkeiten bestehen seit Beginn des Rechnenlernens,
- die schulischen Leistungen oder Aktivitäten des täglichen Lebens, bei denen mathematische Fähigkeiten erforderlich sind, sind deutlich beeinträchtigt,
- wenn ein sensorisches Defizit vorliegt, übersteigen die Probleme beim Rechnen diejenigen, die aufgrund dieses Defizits üblich sind,
- ausgeschlossen wird eine Rechenstörung, wenn der non-verbale IQ in einem standardisierten Test unter 70 liegt (vgl. DILLING [u.a] 2004, 175).

5.1.2 Dyskalkulie

Der Begriff der Dyskalkulie wird i. d. R. synonym zum Begriff der Rechenstörung verwendet (vgl. NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 73). Auch WERNER nutzt – u. a. – diese Bezeichnung. Sie führt dabei die Definition der WHO (s.o.) an und ergänzt:

> „[…] der Begriff der Dyskalkulie taucht im Vokabular der WHO nicht auf […]“ (WERNER 2009, 92f.; Auslassungen: A. L.).

So verwendet sie die Begriffe der Rechenstörung und Dyskalkulie parallel nebeneinander (vgl. a.a.O., 89-105). Ähnlich verfahren LANDERL und KAUFMANN: ihr Buch trägt den Titel „Dyskalkulie“ (LANDERL/ KAUFMANN 2008), definiert wird der Begriff wiederum über die WHO bzw. ICD-10 (vgl. a.a.O., 94ff.).

5.1.3 Rechenschwäche

Unterschieden von der Dyskalkulie und Rechenstörung wird häufig die Rechenschwäche. GERSTER definiert ein Kind als rechenschwach,

> „[…] wenn es dauerhafte und umfangreiche Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens hat.“ (GERSTER 2010, 154).

Mit dieser sehr allgemein scheinenden Beschreibung wird auf die Vielfalt von Ursachen hingewiesen, die zu einer Rechenschwäche führen können. Entsprechend bezeichnen SPIEGEL und SELTER diese Begriffsklärung auch als die „[…] vielleicht […] einzig mögliche.“ (SPIEGEL/ SELTER 2004, 87; Auslassungen: A. L.).

GERSTER nennt drei Gruppen von Ursachen: zuerst die im Kind selbst, als zweites die im familiären und als drittes die im schulischen Umfeld (vgl. GERSTER 2010, 154). Damit umgeht er die Festschreibung der Problematik allein auf das Kind. THIEL differenziert die Verwendung des Begriffs der *Rechenschwäche*. Davon hängt ab, ob er abzulehnen ist. Er kritisiert

> „[…] Definitionen, die die Rechenschwäche als *Persönlichkeitseigenschaft* eines Schülers betrachten […].“ (THIEL 2010, 217; Auslassungen: A. L.).

Diese Beschreibungen seien nur bedingt hilfreich, da sich aus der Feststellung, dass ein Kind rechenschwach sei, noch keine handlungsleitenden Folgerungen ziehen lassen (vgl. ebd.). Dafür müsste exakt geklärt werden, welche Persönlichkeitseigenschaften mit der Bezeichnung *rechenschwach* verbunden seien, wie sich diese verändern lassen und ob diese Veränderung danach Auswirkungen auf die Rechenleistung habe. Dazu gäbe es bisher kaum gesicherte Erkenntnisse (vgl. ebd.).

Wird der Begriff Rechenschwäche für „*extreme Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht*“ (SCHULZ 1999, 39) verwendet, ist er zu akzeptieren (vgl. THIEL 2010, 217). Durch die Bezeichnung Lernschwierigkeiten wird nämlich deutlich, dass hier weder ein Zusammenhang mit der Persönlichkeit des Schülers besteht noch dass es sich um eine Krankheit handelt (vgl. ebd.; SCHULZ 1999, 15). Ziel dieses Begriffs ist dann nicht die Stigmatisierung eines Schülers, sondern die Möglichkeit zur Hilfe.

> „Für Lehrer und Eltern betroffener Kinder sollte also nicht so sehr die Frage im Mittelpunkt stehen, ob ein Kind rechenschwach ist oder nicht. Wichtiger ist, danach zu fragen, welche Lernschwierigkeiten das Kind im Mathematikunterricht hat und wie ihm geholfen werden kann.“ (THIEL 2010, 218).

5.1.4 Rechenstörung und gravierende Lernschwierigkeiten

> „Gravierende Lernschwierigkeiten sind dadurch gekennzeichnet, dass sie nur mit zusätzlicher sonderpädagogischer Förderung bewältigt werden können.“ (HEIMLICH 2009, 29).

Außerdem können diese Schwierigkeiten von kurzer Dauer sein oder zeitlich stabil und sich auf ein oder mehrere Unterrichtsfächer beziehen (vgl. ebd.). Dass auch das Fach Mathematik betroffen ist, wäre demnach nicht unwahrscheinlich. Dennoch weist KORNMANN darauf hin, dass in sämtlichen aktuellen Schriften der Lernbehindertenpädagogik (vgl. SCHRÖDER 2005; WERNING/ LÜTJE-KLOSE 2006) Rechenschwierigkeiten oder -störungen nicht thematisiert werden (vgl. KORNMANN 2009, 36).

> „Dies ist insofern verständlich, als Rechenschwäche nach den offiziellen, jedoch nicht unumstrittenen internationalen Klassifikationen nur dann vorliegt, wenn die Rechenleistungen des betreffenden Kindes oder Jugendlichen gegenüber seinen sonstigen schulischen Leistungen und dem allgemeinen Intelligenzniveau deutlich abfallen […].“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Bei unterdurchschnittlicher Intelligenz bzw. falls sich die Lernschwierigkeiten über mehrere Fächer und Bereiche erstrecken, ist die Diagnose einer Rechenstörung also ausgeschlossen. Von LORENZ wird dazu angemerkt, dass es nicht einzusehen sei,

> „[…] dass die Intelligenz als Kriterium verwendet wird. Hierbei besteht die Gefahr, dass eine willkürliche Grenzziehung Kinder von einer Förderung ausschließt.“ (LORENZ 2005, 15).

Es muss verhindert werden, dass ein Kind mit einem IQ von 86 – also noch im Bereich durchschnittlicher Intelligenz – eine Förderung erhält, die bei einem Kind mit einem IQ von 84 bei gleicher Mathematikleistung abgelehnt wird (vgl. ebd.; FRITZ/ RICKEN 2008, 10f.). Untersuchungen bestätigen zudem, dass sich spätere Kompetenzen im Rechnen besser aufgrund von mathematischem Vorwissen vorhersagen lassen als aufgrund der Intelligenz (vgl. SODIAN 2008, 462; STERN 2003, 207). Auch deswegen ist die Betonung der Intelligenz in der Definition der ICD-10 anzuzweifeln. Doch aktuell ist diese Unzufriedenheit mit dem Diskrepanzkriterium nicht aufzulösen und nicht zu vermeiden, dass sich gravierende Lernschwierigkeiten und Rechenstörungen gegenseitig ausschließen.

> „Für einen förderlichen pädagogischen Umgang hat dies aber im Rahmen der Sonderpädagogik keine negativen Konsequenzen.“ (KORNMANN 2009, 46).

Das mag stimmen, was die Förderung im Rahmen des Mathematikunterrichts betrifft. So lange jedoch das Jugendamt die Kosten für eine Dyskalkulietherapie oder außerschulische Förderung nur übernimmt, wenn eine bestimmte T-Wert-Differenz zwischen dem Ergebnis des Intelligenztests und dem des Rechentests besteht (vgl. BRÜHL [u.a.] 2007, 78), werden Kinder, wo diese Diskrepanz nicht – oder knapp nicht – vorliegt, dennoch benachteiligt (vgl. WERNER 2009, 95).

5.1.5 Zusammenfassung

Während mit verschiedenen Bezeichnungen je unterschiedliche Aspekte betont werden, ist sämtlichen Definitionen eines gemeinsam:

> „Der allgemeine Tatbestand dieses Phänomens ist ein dauerhaftes Leistungsversagen im Unterrichtsfach Mathematik. Die Kinder bewältigen die in der Schule geforderten Leistungen nicht angemessen." (WERNER 2009, 89).

Bezieht sich ein Abschnitt im Folgenden konkret auf die Dyskalkulie oder Rechenstörung im Sinne der ICD-10, so wird auch der entsprechende Begriff verwendet. Ansonsten wird der Terminus *Rechenschwierigkeiten* – analog zum Begriff der „Lernschwierigkeiten" (HEIMLICH 2009) – vorgezogen (vgl. auch KRETSCHMANN 2003, 181).

> „Er schließt alle Kinder ein, bei denen sich Probleme beim Rechnenlernen bereits von Beginn der ersten Klasse an zeigen." (FRITZ/ RICKEN 2008, 14).

Damit soll eine Abkehr von einer rein medizinischen oder psychologischen Sichtweise erfolgen. Das Problem ist nicht allein im Kind zu sehen, vielmehr müssen vielfältige mögliche Ursachen in den Blick genommen werden. KRETSCHMANN bezeichnet den Begriff Rechenschwierigkeiten auch als ursachenneutral und begründet, warum er diese Bezeichnung bevorzugt:

> „Während Schwäche an einen dauerhaften Zustand denken lässt, lässt der Begriff Schwierigkeiten auf eine Veränderung hoffen." (KRETSCHMANN 2003, 181).

Vielleicht erfüllt sich auch die Hoffnung, dass Rechenschwierigkeiten zukünftig differenzierter betrachtet werden und fachwissenschaftlich ein terminologischer Wandel erfolgt „[…] von der Dyskalkulie zu Schwächen oder noch besser Schwierigkeiten im Rechnenlernen […]" (FRITZ/ RICKEN/ SCHMIDT 2003, 453; Auslassungen: A. L.).

Analog zu Untersuchungen im Schriftspracherwerb, wo der Legastheniebegriff inzwischen durch Lese- und Rechtschreibschwierigkeiten ersetzt wird, plädieren FRITZ, RICKEN und SCHMIDT dafür, entsprechend auf die Bezeichnung Dyskalkulie zu verzichten (vgl. ebd.). Allerdings ist der Begriff nach wie vor in der – überarbeiteten und aktualisierten – zweiten Auflage ihres Handbuchs im Untertitel zu finden (vgl. FRITZ/ RICKEN/ SCHMIDT 2009a). Im Vorwort wird jedoch darauf hingewiesen,

> „[…] dass dem Buch kein medizinisch orientierter Störungsbegriff zugrunde liegt. Rechenschwächen, Rechenprobleme oder Rechenschwierigkeiten sollen nicht in Abhängigkeit von Intelligenztestwerten und erst dann als Problem betrachtet werden, wenn die Leistungsrückstände der Kinder beträchtlich sind.“ (FRITZ/ RICKEN/ SCHMIDT 2009b, 10; Auslassung: A. L.).

Wie oben bereits aufgezeigt, spielt bereichsspezifisches Vorwissen eine wichtige Rolle in Bezug auf die Mathematikleistung in der Grundschule. Entsprechend verstärken fehlende Voraussetzungen – wie Defizite bei Rechenstrategien oder im Verständnis des Zählens – das Risiko von Rechenschwierigkeiten (vgl. GEARY 1993, 356ff.; SODIAN 2008, 462). Im Folgenden soll aufgezeigt werden, wie häufig Rechenschwierigkeiten auftreten und wie sich diese entwickeln können.

5.2 Entwicklung von Rechenschwierigkeiten

Bevor näher auf mögliche Ursachen für Rechenschwierigkeiten eingegangen wird, sollen Aussagen über deren Häufigkeit getroffen werden. Dazu finden sich z. T. unterschiedliche Angaben.

5.2.1 Prävalenz von Rechenschwierigkeiten

Nach den Kriterien der ICD-10 ergibt sich, dass ca. 6,6 % der Kinder von Rechenstörungen betroffen sind (vgl. HEIN/ BZUFKA/ NEUMÄRKER 2000, 87ff.), HASSELHORN und SCHUCHARDT sprechen von 5 bis 8 % (vgl. HASSELHORN/ SCHUCHARDT 2006, 212). Zahlreiche Studien in verschiedenen Ländern zur Prävalenz von Dyskalkulie kommen auf sehr unterschiedliche Zahlen – abhängig von den jeweiligen Kriterien (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005a, 39). Die Angaben reichen hier von 1,3 % für Großbritannien bis hin zu

6,6 % in Deutschland (vgl. ebd.; SHALEV [u.a.] 2000, 58f.). Die niedrige Zahl für Großbritannien z. B. erklärt sich dadurch, dass auf der Basis sehr strenger Kriterien vorgegangen wird (vgl. LEWIS/ HITCH/ WALKER 1994, 283):

> „Hier wurden nur Kinder berücksichtigt, deren Intelligenzquotient (IQ) mindestens 90 betrug und deren Rechenleistung mehr als eine Standardabweichung vom Mittelwert der Normverteilung nach unten abwich.“ (JACOBS/ PETERMANN 2005a, 39).

Sämtliche unterschiedlichen Zahlen fasst LASCHKOWSKI wie folgt zusammen:

> „Es ist also davon auszugehen, daß bei einem kleinen Teil der Schüler, sicher weniger als 5% (das heißt in einer Klasse im Schnitt weniger als ein Schüler), bedeutsame Schwierigkeiten in Mathematik bestehen, die *schwerwiegend, umfänglich* und *langandauernd* sind.“ (LASCHKOWSKI 1996, 86).

Diese Definition nimmt Bezug auf die ehemalige Feststellung von Lernbehinderung, die auf KANTER zurückgeht (vgl. KANTER 1977, 34). Sie hat an dieser Stelle ihre Berechtigung, weil LASCHKOWSKI hervorhebt, um welche Schülergruppe es ihm konkret geht. Er will sich nämlich

> „[…] ausschließlich auf diesen Personenkreis beziehen, also Schüler, die ohne besondere Hilfen ihre Schwierigkeiten nicht mehr überwinden können. Nicht berücksichtigt werden sollen Schüler, die noch im weiten Spektrum des Lernprozesses liegen, also trotz Schwierigkeiten noch Anschluß am Mathematikstoff halten.“ (LASCHKOWSKI 1996, 86; Auslassung: A. L.).

Die Intelligenz oder das Diskrepanzkriterium spielen für ihn also keine Rolle.

Wenn nicht sehr enge Kriterien zur Basis genommen werden und eine Diskrepanz zwischen Intelligenzquotient und Rechenleistung nicht entscheidend ist, liegen die Zahlen noch viel höher. Für Kinder, die aufgrund ihrer Rechenschwierigkeiten der Förderung bedürfen, reichen die Angaben hier bis zu 15 % (vgl. LORENZ 2003, 144; LENART/ HOLZER/ SCHAUPP 2010, 21f.) oder gar 20 % (vgl. SPIEGEL/ SELTER 2004, 87).

Auch bezüglich der Geschlechterverteilung finden sich differierende Angaben. Zum Teil heißt es, Mädchen seien von Rechenschwierigkeiten häufiger betroffen als Jungen und zwar im Verhältnis 2:1 (vgl. SIMON/ GRÜNKE 2010, 29f.). An anderer Stelle ist davon die Rede, dass auf drei Mädchen zwei betroffene Jungen kommen (vgl. BORN/ OEHLER 2008, 5). WERNER schreibt, dass von Dyskalkulie offenbar gleich viele Mädchen wie Jungen betroffen sind (vgl. WERNER 2009, 98). Nachdem jedoch bei sämtlichen Entwicklungsstörungen wie Legasthenie, Aufmerksamkeitsdefizit-Hyperaktivitätsstörung oder Sprachentwicklungsstörungen häufiger Jungen betroffen sind (vgl. ebd.), ist der Prozentsatz der Mädchen im Vergleich dazu bei Rechenschwierigkeiten höher. Dieser größere Anteil bei den Mädchen zeigt sich bereits im Kindergartenalter. Eine Erklärung dafür ist, dass sich Jungen im Vor- und Grundschulalter mehr mit Zahlen beschäftigen (vgl. SIMON/ GRÜNKE 2010, 30). Am Ende der zweiten Jahrgangsstufe ist diese Geschlechterdifferenz am deutlichsten (vgl. ebd.; VON ASTER [u.a.] 2005, 617).

5.2.2 Komorbidität mit anderen Störungen

Dyskalkulie und Rechenschwierigkeiten treten häufig nicht isoliert auf, sondern zusammen mit anderen Entwicklungsstörungen (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 130). Besonders relevant sind hier die Kombinationen aus Rechenschwierigkeiten und Lese-Rechtschreibstörungen oder aus Rechenschwierigkeiten und Aufmerksamkeitsstörungen mit und ohne Hyperaktivität (vgl. ebd.).

> „Es ist anzunehmen, dass in der klinischen Praxis komorbide Störungen überrepräsentiert sind, weil Personen mit mehrfachen Beeinträchtigungen bekanntermaßen eher geneigt sind, Hilfe in Anspruch zu nehmen, als Personen mit einer isolierten Störung.“ (ebd.).

Dennoch ergeben Prävalenzstudien beachtliche hohe Zahlen: So würden 64 % der Kinder mit Rechenstörung auch Schwierigkeiten beim Lesen zeigen (vgl. a.a.O., 98; LEWIS/ HITCH/ WALKER 1994, 283ff.). In einer Studie von VON ASTER und Kollegen ergibt sich bei einer Gruppe von über 300 Kindern in der 2. Jahrgangsstufe, dass 70% der Kinder mit Rechenstörung auch eine Lese-Rechtschreibstörung aufweisen (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 98; VON ASTER/ SCHWEITER/ WEINHOLD ZULAUF 2007, 87ff.).

Ein Problem, dass sich für die Forschung aus der Komorbidität ergibt, besteht darin, wenn – wie bei einem typischen Forschungsdesign – eine Gruppe von Kindern mit Rechenschwierigkeiten mit einer Kontrollgruppe verglichen wird (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 131). Bei einem signifikanten Unterschied zwischen den Gruppen lässt sich nicht zwangsläufig auf die Rechenstörung als Ursache schließen, wenn einzelne Kinder komorbide Störungen aufweisen. Dann ist nämlich

> „[…] unklar, ob die festgestellte Auffälligkeit auf Dyskalkulie oder auf die komorbide Störung zurückzuführen ist.“ (a.a.O., 132; Auslassung: A. L.).

Im Rahmen dieser Arbeit ist eine Differenzierung zwischen verschiedenen Subtypen nicht weiter relevant, weil aktuelle empirische Befunde keine wesentlichen Unterschiede zwischen Rechenleistungen von Kindern mit und ohne Leserechtschreibschwierigkeiten ausmachen können (vgl. a.a.O., 133). Eine Studie beschäftigte sich mit den basisnumerischen Leistungen von Kindern mit Rechenschwierigkeiten und Kindern mit Rechen- und Leseschwierigkeiten. Als Ergebnis lassen sich vergleichbare Defizite für beide Gruppen feststellen (vgl. LANDERL/ BEVAN/ BUTTERWORTH 2004, 113ff.). Eine zweite Studie mit mehr Kindern erweitert und bestätigt diesen Befund (vgl. LANDERL/ KAUFMANN 2008, 133f.):

> „Wiederum zeigten sich basisnumerische Defizite (Zahlengrößenvergleich, Mengengrößenvergleich, Zahlenstrahl) für beide Gruppen mit schwachen Rechenleistungen unabhängig davon, ob auch die Leseleistung beeinträchtigt war oder nicht.“ (a.a.O., 134).

5.2.3 Ursachen von Rechenschwierigkeiten

> „Unterscheidet man grob zwischen Bedingungen, die außerhalb des Individuums (Umwelt) und die innerhalb des Individuums […] angesiedelt sind, so könnten einfache Antworten lauten, dass eine Rechenschwäche (im Sinne von altersbezogen niedrigen Rechenleistungen) (a) nur durch Umweltbedingungen oder (b) nur durch Bedingungen innerhalb des Individuums oder (c) durch eine in Prozentwerten anzugebende (additive) Kombination von außerhalb und innerhalb des Individuums liegenden Bedingungen entstehe.“ (GRUBE 2009, 181; Auslassung: A. L.).

Tatsächlich ist es nicht so einfach bzw. unmöglich, für Rechenschwierigkeiten eine einzige Ursache oder Ursachenkombination auszumachen. Darum ist auch von einem multikausalen Problem die Rede (vgl. NOLTE 2007, 404). Begründet wird dies auch durch einen Paradigmenwechsel von monokausalen Modellen hin zu multivariaten Modellen, von deterministischen hin zu prozesshaften und systemischen sowie von lernerzentrierten Modellen hin zu entwicklungsökologischen (vgl. KRETSCHMANN 2003, 179).

Psychologie und Neuropsychologie, Mathematikdidaktik und Sonderpädagogik verfolgen jeweils verschiedene Ansätze. Untersucht werden beispielsweise unspezifische (Arbeitsgedächtnis, Wahrnehmung) und spezifische Fähigkeiten (Zahlwortkenntnis, Mengenbegriff) (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 14). Daher empfiehlt es sich, Befunde zur Entstehung und Aufrechterhaltung von Rechenschwierigkeiten in einem „Diathese-Stress-Modell“

(SIMON/ GRÜNKE 2010, 30) zusammenzufassen, wo sowohl biologisch-funktionale als auch soziale Faktoren berücksichtigt werden.

Je mehr Risiken zusammenkommen, umso größer wird die Gefahr, dass sich Rechenschwierigkeiten entwickeln. Als einzelne Risiken gelten beispielsweise:

– ungünstige genetische Voraussetzungen,
– widrige Sozialisationsfaktoren,
– ungenügende schulische Förderung,
– mangelnde Kompensationsmöglichkeiten und
– negative Folgen auf der motivationalen Ebene (vgl. a.a.O., 31ff.).

HAGEMEISTER lehnt ebenfalls ab, sich bei der Suche nach Ursachen von Rechenschwierigkeiten nur auf das Kind zu fokussieren. Er dokumentiert Lehrmethoden, die die Entstehung einer Rechenschwäche begünstigen (vgl. HAGEMEISTER 2010, 74ff.). Als problematisch sieht er z. B. mit Aufgaben überladene Klassenarbeiten, das Wettrechnen oder die Vernachlässigung der schriftlichen Darstellung von Rechenwegen (vgl. a.a.O., 76-85).

WERTHSCHULTE fasst mögliche Ursachen anschaulich in einer Graphik zusammen:

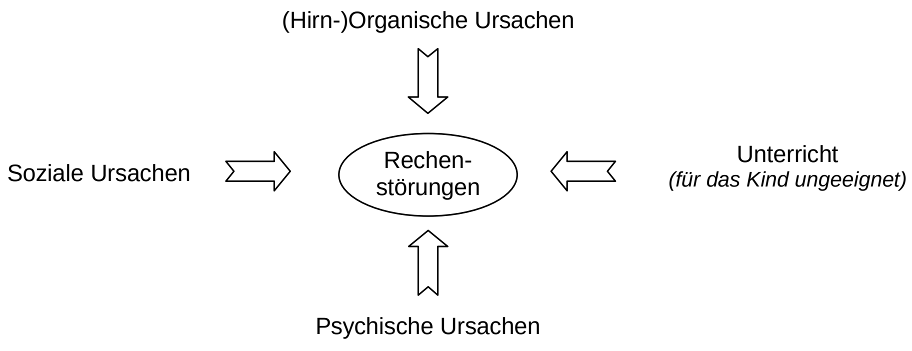


Abb. 5.1: *Angenommene Ursachen von Rechenstörungen (nach WERTHSCHULTE 2004, 166)*

Mit psychischen Ursachen sind dabei z. B. das Selbstkonzept des Kindes angesprochen oder Eigenschaften wie Ängstlichkeit (vgl. WERTHSCHULTE 2004, 166). Soziale Ursachen beinhalten Einstellungen des kindlichen Umfeldes zur Schule generell oder zum Fach, außerdem z. B. Reaktionen der Eltern auf Schwierigkeiten des Kindes im Mathematikunterricht. Zu möglichen hirnorganischen Ursachen gehören Auffälligkeiten, die sich bereits prä- oder perinatal äußern (vgl. ebd.). Auch motorische Defizite und Wahrnehmungsstörungen werden in diesem Zusammenhang genannt. Dennoch sind diese Faktoren keine hinreichenden Erklärungen für mögliche Rechenschwierigkeiten.

> „Es soll nicht behauptet werden, jedes Kind mit motorischen Auffälligkeiten werde eine Rechenschwäche entwickeln. Aber nach unseren Erfahrungen ist die Gruppe der Kinder mit motorischen Auffälligkeiten eine ‚Risikogruppe' für Rechenschwäche.“ (a.a.O., 167).

5.3 Diagnostik bei Rechenschwierigkeiten

Bereits 1980 schreibt RADATZ, dass die Entwicklung handhabbarer Diagnosehilfen für den Mathematikunterricht durch verschiedene schulorganisatorische Reformen bewusst und aktuell wurde (vgl. RADATZ 1980, 71).

Heute stellt sich die Frage nach den diagnostischen Möglichkeiten ebenso angesichts der Vielzahl an Rechenschwierigkeiten. SCHIPPER bezeichnet deshalb die Diagnostik als eine zeitlose Aufgabe (vgl. SCHIPPER 2009b, 92). Diagnostische Kompetenzen gelten als unverzichtbar für den Lehrer, wenn er nicht über die Köpfe der Schüler hinweg seinen Unterricht planen will. Früher bestand bezüglich der Diagnostik v. a. Interesse an dem,

> „[…] was *‚ist'* im weitgehend statischen Sinne von Persönlichkeitsmerkmalen und -eigenschaften. Dieser Aspekt erweitert sich nun in Richtung was sein *‚soll'*, und wie dieses *‚Soll'* erreicht werden kann. Der Schwerpunkt der neueren Ansätze liegt auf dem Moment der Information zwecks individueller Förderung […].“ (BUNDSCHUH 2007a, 49; Auslassungen: A. L.).

Dieser Blick auf das einzelne Kind stellt auch für SCHIPPER das Ziel von Unterricht und Diagnostik dar, die er als zwei Seiten einer Medaille betrachtet (vgl. SCHIPPER 2009b, 94). So ist

> „[…] dafür Sorge zu tragen, dass jedes uns in der Institution Schule anvertraute Kind möglichst große Lernfortschritte erzielt.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Geht es darum, eine klinisch relevante Diagnose zu treffen, ob eine Rechenstörung vorliegt, so wird sich i. d. R. die Diagnostik anders gestalten als wenn eine Lehrkraft bemüht ist, die bestmögliche Förderung für das Kind zu initiieren. Aus diesem Grund erfolgt eine Differenzierung in drei Abschnitte, nämlich die Diagnostik von Rechenstörungen (5.3.1), die prozessorientierte Diagnostik (5.3.2) sowie weitere Möglichkeiten der Diagnostik bei Rechenschwierigkeiten (5.3.3).

5.3.1 Diagnostik von Rechenstörungen

Um die mathematischen Leistungen der Schüler zu erfassen, stehen mehrere verschiedene Instrumente zur Verfügung: internationale und nationale Vergleichsstudien sind hier ebenso zu nennen wie Vergleichs- oder Klassenarbeiten auf der Ebene der Schule (vgl. a.a.O., 95). Erstere eignen sich jedoch mehr dafür, um Indikatoren für das Schulsystem oder Curricula zu gewinnen, zweitere geben v. a. der Lehrkraft Rückmeldung über die Qualität ihres Unterrichts (vgl. ebd.). Um mathematische Kompetenzen des einzelnen Kindes herauszufinden oder gezielt Fördermaßnahmen abzuleiten, sind sie dagegen wenig sinnvoll.

Liegt der Verdacht auf eine Rechenstörung vor, sind im deutschsprachigen Raum insbesondere die Klassifikation der ICD-10 sowie die Leitlinien der Deutschen Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie entscheidend (vgl. NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 74). Dabei ist der diagnostische Rahmen dort noch sehr weit gesteckt: Wichtig ist v. a. das Diskrepanzkriterium, d. h. dass zwischen dem Entwicklungsniveau des Kindes und der Rechenleistung eine eindeutige Diskrepanz bestehen muss (vgl. ebd.). Zu den Ursachen heißt es dort lediglich,

> „[…] dass sie nicht durch unangemessene Unterrichtung, sensorielle Defizite oder andere neurologische Störungen sowie infolge einer Erkrankung entstanden sein dürfen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Für die Diagnostik stehen generell diese Verfahren zur Verfügung (vgl. NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 75ff.):

- Intelligenztests,
- Schulleistungstests,
- Testbatterien für Rechenfertigkeiten,
- Neuropsychologische Testbatterien,
- Neuropsychologische Einzelverfahren,
- Verfahren zur Fehleranalyse.

Die einzelnen Gruppen weisen jeweils bestimmte Vor- oder Nachteile auf, die kurz thematisiert werden. Verfahren wie die Fehleranalyse werden im Kapitel 5.3.3.2 aufgegriffen. Bei den Intelligenztests wie dem Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder

(HAWIK)[24], dem Adaptiven Intelligenz Diagnostikum (AID)[25] oder der Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC)[26] ist zu beachten, dass die Subtests zu Rechenfertigkeiten oft nur bedingt aussagekräftig sind und zwar deshalb, weil hier häufig Sachaufgaben zum Einsatz kommen. Dadurch sind die Einzelleistungen bezüglich Konzentration, Sprache, Gedächtnis und Mathematik nicht differenziert auswertbar (vgl. a.a.O., 75). Außerdem stehen die Aufgaben oft nicht in Zusammenhang mit dem aktuellen Schulstoff. Da viele Kinder mit Rechenschwierigkeiten über zahlreiche Kompensationsmöglichkeiten verfügen, können sie die Aufgaben vielleicht lösen und fallen zu Unrecht im mathematischen Bereich nicht auf (vgl. ebd.). Auch Subtests innerhalb neuropsychologischer Testbatterien und Schulleistungstests, die oft jahrelang im Einsatz sind, weisen zahlreiche Nachteile auf, die bei NEUMÄRKER und BZUFKA nachzulesen sind (vgl. a.a.O., 75f.).

Als ein Beispiel für neuropsychologische Einzelverfahren wird u. a. das Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungs-Diagnostikum für die 2. bis 6. Klasse (RZD 2-6) von JACOBS und PETERMANN (2005b) angeführt, wobei die verwendete Abkürzung „DERZ 2-6" (NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 77) nicht korrekt ist. Richtig müsste es „RZD 2-6" (s. o.) lauten. Dieser umfasst 12 Untertests, wobei sich manche wiederum untergliedern, so dass es insgesamt 18 Aufgabenarten gibt. Diese beinhalten z. B. Anforderungen wie das Transkodieren von Zahlen, Abzählen, Positionen auf dem Zahlenstrahl, das Schätzen von Mengen, Größenvergleiche, Kopfrechnen u. a. (vgl. IRBLICH/ RENNER 2006, 196). Teilweise gilt es, Aufgaben innerhalb einer bestimmten Zeit zu lösen. Von einer Rechenstörung wird ausgegangen, wenn ein Kind im RZD 2-6 bei der Gesamtpower und/ oder bei der Gesamtspeed einen Prozentrang ≤10 erreicht und gleichzeitig eine ausreichende Diskrepanz zur Intelligenz vorliegt (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005b, 27). Diese ist dann gegeben, wenn eine Differenz von 12 T-Wertpunkten oder 1,5 Standardabweichungen (entspricht 15 T-Wertpunkten) vorliegt – „[…] die Inkonsistenz wird nicht erklärt […]" (IRBLICH/ RENNER 2006, 197; Auslassungen: A. L.). Darüber hinaus wird darauf hingewiesen, dass Faktoren wie Aufmerksamkeit oder Motivation zu berücksichtigen seien.

Zu den Testbatterien für Rechenfertigkeiten ist beispielsweise die „Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI)" (VON ASTER

[24] PETERMANN, FRANZ/ PETERMANN ULRIKE: Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder IV (HAWIK-IV). Bern: Huber, 3. erg. Auflage 2010

[25] KUBINGER, KLAUS D.: Adaptives Intelligenzdiagnostikum 2 (AID 2). Göttingen [u.a.]: Beltz, 2. Auflage 2009

[26] MELCHERS, PETER/ PREUSS, ULRICH: Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC). Frankfurt/ M.: Pearson Assessment, 8. unveränd. Auflage 2009

2001) zu zählen bzw. die „ZAREKI-R“ (VON ASTER/ WEINHOLD ZULAUF/ HORN 2006), wie sie jetzt in der überarbeiteten Form vorliegt.

> „Diese gilt als Dyskalkulie-Test für Kinder der zweiten bis vierten Schulstufe, wobei auch Normen für die erste Klasse vorhanden sind. Sie dient laut Manual der Überprüfung der kognitiven Funktionen der Zahlenverarbeitung und des Rechnens bei Kindern.“ (KOLLER/ ALEXANDROWICZ 2010, 58).

Die erste Auflage, also die ZAREKI, enthält 11 Subtests und überprüft in großem Umfang rechenrelevante Teilleistungen (vgl. NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 78). Kritikpunkte sind die kleine Normstichprobe sowie die teilweise sehr geringe Zahl von Items in den einzelnen Subtests (vgl. ebd.; PREUSS/ SCHNYDER 2003, 45). Die ZAREKI-R umfasst 16 Untertests ohne Zeitbegrenzung, d. h. sie stellt einen reinen Powertest dar (vgl. KOLLER/ ALEXANDROWICZ 2010, 58). Nach wie vor sind einige Aspekte kritisch zu betrachten, z. B. enthalten einige Untertests nach wie vor sehr wenige Items, des Weiteren wurden für die Normierung die deutsche *und* die Schweizer Stichprobe herangezogen, obwohl teilweise signifikante Unterschiede vorhanden sind (vgl. a.a.O., 65f.). Ein Problem besteht darin, dass manche Aufgaben von Kindern der zweiten Klasse tendenziell nie bzw. von Kindern aus höheren Klassen immer gelöst werden können (vgl. a.a.O., 66). Hier wäre zu klären, ob es sinnvoll oder überhaupt möglich ist, die Kompetenzen von Kindern im Altersbereich von 7 bis 11 Jahren mit nur einem Instrument abzuklären (vgl. ebd.; LENART/ HOLZER, SCHAUPP 2010, 20).

Um den Ursachen einer möglichen Rechenstörung auf den Grund zu gehen, ist es nicht ausreichend, nur die mathematischen Fähigkeiten genauer zu untersuchen (vgl. GEARY 2004, 4ff./ LORENZ 2010, 40; JACOBS/ PETERMANN 2005, 70f.).

> „Da jedoch aus ökonomischen Gründen (etwa vorhandene Zeitressourcen) aber auch ethischen Gesichtspunkten (Belastung des Kindes) nicht alle potenziell beeinträchtigten Funktionen durch psychometrische Testverfahren abgeklärt werden sollten, ist es ratsam, die Diagnostik in mehrere Ebenen zu untergliedern. (a.a.O., 71).

JACOBS und PETERMANN entwerfen einen solchen diagnostischen Verlauf auf vier Ebenen, der auf der folgenden Seite abgebildet ist.

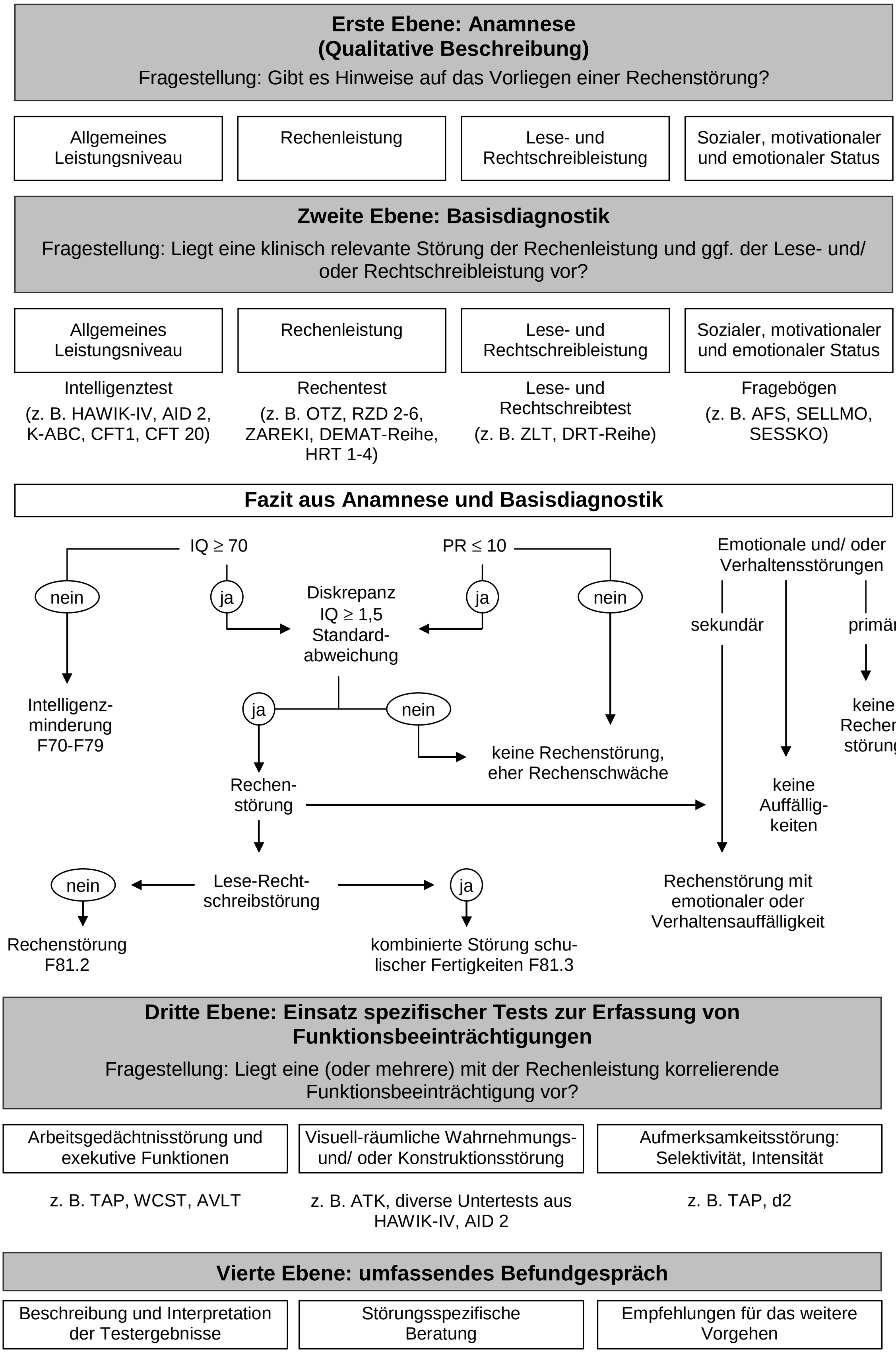


Abb. 5.2: *Diagnostischer Prozess zur Abklärung einer Rechenstörung (nach JACOBS/ PETERMANN 2005a, 72)*

Die *erste Ebene* umfasst Anamnese und Exploration im Rahmen eines Elterngesprächs. Hier soll eine qualitative Beschreibung der Rechenleistung erfolgen, ergänzt durch Informationen, die sich auf den sozialen, emotionalen und motivationalen Bereich beziehen (vgl. ebd.). Ziel dieser ersten Ebene ist zu entscheiden, ob genügend Hinweise für eine Rechenstörung vorliegen oder ob sich andere Fragestellungen ergeben, z. B. ob eine Schulphobie gegeben ist (vgl. a.a.O., 76). Auf der *zweiten Ebene* geht es um die Basisdiagnostik. Dazu gehören die Überprüfung der Intelligenz, das Feststellen der Rechenleistung sowie ggf. der Ausprägung sozialer, emotionaler und motivationaler Folgen einer Dyskalkulie. Falls der Verdacht auf eine Lese-Rechtschreibstörung besteht, wird zudem ein standardisierter Lese-Rechtschreibtest durchgeführt (vgl. a.a.O., 76f.).

Vom Ergebnis aus Anamnese und Basisdiagnostik hängt das weitere Vorgehen ab. Unterschieden werden hier vier Varianten:

- IQ < 70: Ist der Intelligenzquotient kleiner als 70, „[…] ist von einer Intelligenzminderung auszugehen." (a.a.O., 78; Auslassung: A. L.). In diesem Fall würden unterdurchschnittliche Rechenleistungen nicht entscheidend vom allgemeinen Leistungsniveau des Kindes abweichen und es läge keine Rechenstörung nach den Kriterien der ICD-10 vor (vgl. ebd.).
- Rechentestergebnis > PR 10: Wenn das Ergebnis des Rechentests größer ist als Prozentrang (PR) 10, kann ebenfalls nicht von einer Rechenstörung ausgegangen werden.
- IQ ≥ 70, Rechentestergebnis ≤ PR 10, Diskrepanz < 1,5 Standardabweichungen (bzw. 12 T-Wert-Punkte): In diesem Fall liegt zwar eine schwache Rechenleistung vor, die Diskrepanz zwischen beiden Niveaus wäre jedoch zu gering, um eine Rechenstörung nach der ICD-10 zu diagnostizieren (vgl. ebd.).
- IQ ≥ 70, Rechentestergebnis ≤ PR 10, Diskrepanz ≥ 1,5 Standardabweichungen (bzw. 12 T-Wert-Punkte): Ist der IQ größer oder gleich 70, das Rechentestergebnis schlechter als PR 10 und der Unterschied zwischen beiden Ergebnissen entspricht mindestens eineinhalb Standardabweichungen bzw. 12 T-Wertpunkten, so sind die Kriterien für eine Rechenstörung (F 81.2 ICD-10) gegeben. Jetzt ist zu prüfen, welche Ursachen dafür in Frage kommen (vgl. ebd.). Als Ausschlusskriterien für die Diagnose einer Rechenstörung gelten der Verlust der Rechenfähigkeit in Folge einer Hirnschädigung, unangemessene Unterrichtung, eine primäre Sinnesbeeinträchtigung oder sonstige psychiatrische Erkrankungen (vgl. ebd.). Falls zusätzlich noch eine Lese- und/ oder

Rechtschreibstörung vorliegt, ist eine kombinierte Störung schulischer Fertigkeiten (F 81.3 ICD-10) zu diagnostizieren.

Möglicherweise reichen Anamnese und Basisdiagnostik noch nicht aus, um alle notwendigen Informationen zu sammeln (vgl. a.a.O., 79). So wird mit *Ebene 3* fortgesetzt, falls „[…] Verdachtsmomente für weitere mit der Rechenleistung verknüpfte Funktionsbeeinträchtigungen […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.) bestehen. Andernfalls wird der Diagnoseprozess mit *Ebene 4* und einem Abschlussgespräch mit Eltern und ggf. dem Mathematiklehrer beendet.

> „Das umfassende Befundgespräch mit den Eltern […] sollte neben der ausführlichen Darstellung der Testergebnisse und den sich daraus ergebenden Interpretationen in jedem Falle eine Empfehlung enthalten, wie weiter zu verfahren ist. Dabei sollte über konkrete Fördermöglichkeiten und die Möglichkeiten zur Kostenübernahme einer Dyskalkulie-Therapie gesprochen werden.“ (a.a.O., 84; Auslassung: A. L.).

Gegenüber dem Vorgehen in diesem diagnostischen Prozess ist SCHIPPER kritisch eingestellt. So lehnt er Verfahren, die er als Etikettierungstests kategorisiert, von vornherein ab (vgl. SCHIPPER 2009b, 96), da deren zentrale Funktion darin bestehe, eindeutig – auch justiziabel – festzulegen, ob bei einem Kind eine Dyskalkulie vorliegt oder nicht.

> „Solche Tests sind für den schulischen Einsatz unbrauchbar, denn die Funktion schulischer Diagnostik ist nicht, die Kinder abzustempeln („Dyskalkuliker“) und so eine Grundlage für Selektion und Segregation zu schaffen, sondern ein auf die Probleme des Kindes abgestimmtes Förderprogramm zu entwickeln.“ (ebd.).

Er zieht deshalb Ansätze vor, die v. a. präventiv wirken, außerdem präferiert er eine prozessorientierte Diagnostik, die das Thema des nächsten Abschnitts darstellt.

5.3.2 Prozessorientierte Diagnostik bei Rechenschwierigkeiten

Im Rahmen einer prozessorientierten Diagnostik soll es nicht nur darum gehen, Bereiche herauszufinden, wo das Kind Schwierigkeiten hat (vgl. a.a.O., 97).

> „[…] eine solche Diagnostik soll vielmehr die individuellen kindlichen Prozesse der Lösungen von Aufgaben aufdecken.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Im folgenden Abschnitt 5.3.2.1 soll beschrieben werden, was unter der prozessorientierten Diagnostik im Allgemeinen zu verstehen ist, bevor unter 5.3.2.2 konkrete Beispiele bezogen auf den Mathematikanfangsunterricht vorgestellt werden.

5.3.2.1 Begriffsklärung: Prozessorientierte Diagnostik

Mit Hilfe der prozessorientierten Diagnostik will man herausfinden, wie das Kind denkt, GAIDOSCHIK spricht daher auch von einer „Denkanalyse“ (GAIDOSCHIK 2004, 5). Diese soll Ausgangspunkt und fortlaufende Begleitmaßnahme jeder Förderung sein (vgl. ebd.). Insbesondere für den Anfangsunterricht schlägt auch LORENZ neben den psychologischen Testverfahren die Beobachtung des Spiel- und Problemlöseverhaltens sowie eine Fehlerreflektion vor (vgl. LORENZ 2007, 390f.), die häufiger als Fehleranalyse bezeichnet wird (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005, 83f.; NEUMÄRKER/ BZUFKA 2005, 78f.). LORENZ wendet sich damit auch gezielt an Erzieher oder Grundschullehrkräfte, die keine standardisierten Tests durchführen dürfen.

> „Zielrichtung der schulischen Diagnostik ist die Identifikation von Schwierigkeiten auf der Ebene derjenigen Teilbereiche,
>
> – durch die sich die mathematischen Kernideen altersadäquat behandeln und entwickeln lassen (curriculare Komponente),
>
> – die als notwendige kognitive Fähigkeiten entwickelt werden müssen, bevor weiterführende Inhalte Unterrichtsgegenstand werden können (kognitive Komponente).“ (a.a.O., 391).

SCHIPPER fordert, dass den Kindern Aufgaben gestellt werden sollen, deren Bearbeitung besonders geeignet ist, um Aufschluss über mögliche Schwierigkeiten zu geben (vgl. SCHIPPER 2009b, 97). Dies verlangt vom Diagnostiker umfassendes Wissen, die entsprechenden Aufgaben auszuwählen, das Kind zu beobachten und seine Leistungen richtig einzuschätzen. Dabei handelt es sich um eine wesentliche Kompetenz aller Lehrkräfte (vgl. SEKRETARIAT DER STÄNDIGEN KONFERENZ DER KULTUSMINISTER IN DER BRD 2004, 5; 11). Ziel ist es, an den Kompetenzen des Kindes anknüpfend Möglichkeiten zum Weiterlernen zu eröffnen. Im Vergleich zu anderen Prüfverfahren weist dieses Vorgehen zahlreiche Besonderheiten und Vorteile auf (vgl. SCHIPPER 2009b, 97ff.):

– <u>Verstehende Diagnostik</u>: Im Unterschied zu Klassen- und Prüfungsarbeiten dient die prozessorientierte Diagnostik nicht in erster Linie der Bewertung oder gar Auslese, sondern führt zu einem tieferen Verständnis der Lernprozesse des einzelnen Kindes. Dies stellt wiederum die Voraussetzung für eine optimale Förderung dar (vgl. a.a.O., 97).

– Integrierte Diagnostik: Eine prozessorientierte Diagnostik erfordert nicht die Anwesenheit eines Psychologen oder Sonderpädagogen, sondern ist von allen Lehrkräften mit entsprechender Fachkompetenz während des Unterrichts, z. B. in einer Phase der Stillarbeit umzusetzen. Die Hauptverfahren sind die Beobachtung des Kindes und dass das Kind während des Rechnens seine Gedanken und Lösungsschritte versprachlicht – damit handelt es sich gleichfalls um ein den Kindern vertrautes Vorgehen (vgl. a.a.O., 97f.). NOLTE beschreibt neben der Beobachtung solch diagnostische Interviews und Screenings als unbedingt erforderlich, da es ansonsten schwierig zu erkennen sei, woraus bestimmte Fehler resultieren (vgl. NOLTE 2009, 85). Selbst wenn die Kinder an der Tafel vorrechnen, bestehe die Gefahr, dass sie nur ein gleiches Schema anwenden wie das Kind bei der Aufgabe vorher, ohne dass sie etwas verstanden hätten (vgl. ebd.).
– Passgenaue Diagnostik: Landesweite Jahrgangsstufentests, die an einem bestimmten Tag überall durchgeführt werden, kritisiert SCHIPPER als

  > „[…] ‚Rasenmäherdiagnostik', die weder zeitlich noch inhaltlich auf die individuellen Köpfe Rücksicht nehmen kann." (SCHIPPER 2009b, 98; Auslassung: A. L.).

  Die prozessorientierte Diagnostik erhebt den Anspruch, für jedes Kind zum richtigen Zeitpunkt die richtige Aufgabe bereitzustellen und ist damit passgenau (vgl. ebd.).
– Begleitende, unterstützende Diagnostik: Während Testverfahren Ergebnisse liefern, die jeweils den Stand an einem bestimmten Tag in einer bestimmten Situation abbilden, soll eine prozessorientierte Diagnostik regelmäßig stattfinden. Damit sind laufende Korrekturen und Differenzierungen der bisherigen Erkenntnisse möglich. Unabhängig von aktuellen Gegebenheiten erfolgt somit eine „[…] den Lernprozess des Kindes dauerhaft begleitende und unterstützende Diagnostik." (ebd.; Auslassung: A. L.).
– Dialogische Diagnostik: Im Rahmen einer prozessorientierten Diagnostik sind Gütekriterien der klassischen Testdiagnostik wie die Objektivität zu vernachlässigen. Wichtiger sind ein gewisses pädagogisch-didaktisches Gespür, größere Validität und eine „Intersubjektive Übereinstimmung" (EGGERT 2007, 77), wenn mehrere Personen am Prozess beteiligt sind (vgl. SCHIPPER 2009b, 98).

5.3.2.2 Prozessorientierte Diagnostik in Bezug auf mathematische Kompetenzen

Trotz der Fülle an Instrumenten, die zur Diagnostik von Rechenschwierigkeiten in Frage kommen, kann im pädagogischen Alltag nicht so standardisiert vorgegangen werden (vgl. LORENZ 2009b, 354).

> „[Z]um einen sind diese Verfahren umfangreich und daher kaum einsetzbar, wenn lediglich ein Anfangsverdacht auf eine Rechenstörung vorliegt, zu groß wäre die Belastung für alle Beteiligten. Zum anderen ist der Prozess der Diagnose nicht von den Förderbemühungen zu trennen […].“ (ebd.; Anpassung u. Auslassung: A. L.).

Um die Fähigkeiten der Kinder am Schulbeginn zu überprüfen, bieten sich eine Vielzahl von Aufgabenstellungen an, die nicht standardisierten Testverfahren entnommen sind. Geeignet sind beispielsweise Aufgaben in den Bereichen der visuellen Differenzierung, Figur-Grund-Diskrimination, Auge-Hand-Koordination, des visuellen Gedächtnisses, bei der Arbeit mit Labyrinthen, Spiegelbildern, Puzzles oder beim Zahlennachsprechen, bei Aufgaben zu Präpositionen und vielem mehr (vgl. LORENZ 2007, 392f.). Bereits bezogen auf mathematische Inhalte nennt LORENZ u. a. Zählfertigkeiten, visuell-gliedernde Mengenerfassung, d. h. wie viele Elemente auf einen Blick simultan erfasst werden können, das Operationsverständnis und – in Anlehnung an PIAGET – die Mengenkorrespondenz und Seriation (vgl. a.a.O., 394f.). Eine gezielte Beobachtung des Löseverhaltens bei derartigen Aufgaben stellt eine wesentliche Informationsquelle über Stärken und Schwächen der Kinder dar. Natürlich kann sie aber keinen Aufschluss darüber geben, ob eine Rechenstörung im Sinne der ICD-10 vorliegt, was jedoch auch nicht das Ziel darstellt.

SCHIPPER betrachtet das Zählen und das zählende Rechnen, das sich in den ersten beiden Schuljahren radikal verändert, aus dem Blickwinkel der prozessorientierten Diagnostik (vgl. SCHIPPER 2009b, 99ff.). Dies soll im Folgenden nachgezeichnet werden.

Als wichtige Voraussetzungen für die Entwicklung mathematischer Kompetenz gilt zu Schulbeginn die Fähigkeit, die Zahlwortreihe bis 10 aufzusagen und kleinere Mengen von Objekten abzuzählen. Dieses Vorwissen von Vorschulkindern lässt auch bessere Vorhersagen für den Schulerfolg im Rechnen in den ersten beiden Schuljahre zu als beispielsweise die Intelligenz (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 168ff.). Zu diesem Vorwissen gehören insbesondere Zählfähigkeiten und erstes zählendes Rechnen. Gleichzeitig stellt GRAY fest (vgl. GRAY 1991, 564ff.),

> „[…] dass zählendes Rechnen ein wesentliches Merkmal solcher Kinder ist, die von ihren Lehrkräften als leistungsschwach in Mathematik eingeschätzt werden.“ (SCHIPPER 2009b, 99; Auslassung: A. L.).

Entscheidend ist es daher, den Unterschied zu kennen zwischen Kindern, für die das zählende Rechnen noch einen positiven Lernschritt darstellt, und Kindern, bei denen sich zählende Strategien bereits verfestigen und die den Anschluss an ihre Klassenkameraden zu verlieren drohen. SCHIPPER befasst sich mit Strategien von Kindern im Lauf der ersten Schuljahre und zwar zu Schulbeginn, während der ersten Klasse, am Ende des ersten bzw. zum Beginn des zweiten Schuljahres sowie im Verlauf der zweiten Klasse und darüber hinaus. Exemplarisch soll hier das Vorgehen zum Schulbeginn aufgezeigt werden, für den weiteren Verlauf sei auf die Ausführungen bei SCHIPPER verwiesen (vgl. a.a.O., 103-108).

Zu Beginn des ersten Schuljahres rechnen die Kinder zählend, z. B. folgende Aufgaben bzw. Rechengeschichten (vgl. a.a.O., 100; GAIDOSCHIK 2009, 167):

A_1: Maria hatte 3 Murmeln. Dann gab ihr Hans 5 Murmeln. Wie viele hat sie jetzt?

A_2: Maria hatte 6 Murmeln. Sie gab Hans 4 Murmeln. Wie viele hat sie jetzt noch?

Aufgabe A_1 lösen Kinder entweder, indem sie alle Murmeln zählen („1, 2, 3, 4, …, 8“) oder durch Weiterzählen („3, 4, 5, …, 8“). Die zweite Methode des Weiterzählens ist qualitativ höher einzuschätzen: die Anzahl der Zählvorgänge ist reduziert, die Methode damit ökonomischer. Gleichzeitig erfordert sie höhere Kompetenzen, weil das Weiterzählen kontrolliert erfolgen muss, d. h. das Kind muss wissen, wann es aufhören muss zu zählen und die Anzahl der Zählschritte im Blick behalten. In der Studie von STERN (1998) können 89% der Kinder am Schulanfang die oben genannte Aufgabe A_1 lösen, die Aufgabe A_2 sogar 95% (vgl. a.a.O., 101). SCHIPPER schlägt nun für die diagnostische Arbeit vor, nicht einzelne Bereiche (Aufsagen der Zahlwortreihe, Zählen von Gegenständen, Zahlauffassung usw.) einzeln zu eruieren, sondern mit Rechengeschichten wie oben vorgestellt sämtliche Teilfähigkeiten auf einmal zu überprüfen (vgl. ebd.). Können Kinder in den ersten Schulwochen die Aufgaben mit Plättchen oder anderem Material nicht lösen, rät er, zusätzlich Folgendes zu testen (in Klammern findet sich jeweils die Prozentangabe der Schulanfänger, die diese Aufgabe nach einer Studie von SCHMIDT lösen können (vgl. SCHMIDT, SIEGBERT 2009, 83f.)):

- Wie weit beherrscht das Kind die Zahlwortreihe? (bis zur Zahl 10: 96,8 %; bis 15: 84,3 %)
- Gelingt es, eine Menge von 5 Plättchen auszuzählen? (90,8 %)
- Kann das Kind die Anforderung bewältigen, 4 Plättchen zu legen? (96,4 %)

Die Ergebnisse von SCHMIDT ergeben, dass die meisten Kinder diese Aufgaben gut bewältigen, d. h. Kinder, die sie nicht lösen können,

> „[…] sind möglicherweise Risikokinder, denen elementare Grundlagen fehlen und die daher in der Gefahr stehen, sehr früh den Anschluss an das Klassenniveau zu verlieren.“ (SCHIPPER 2009b, 101; Auslassung: A. L.).

Während des ersten Dreivierteljahres in der Schule stellt das zählende Rechnen eine angemessene Strategie dar. Entsprechende Fähigkeiten sollten deshalb gewürdigt und keinesfalls unterdrückt werden (vgl. SCHMIDT, SIEGBERT 2004, 18). Im Vordergrund steht die Festigung des Zahl- und Operationsverständnisses mit folgenden Zielen (vgl. SCHIPPER 2009b, 102):

- Auffassung und Darstellung zunehmend größerer Zahlen,
- Ordnen von Zahlen, Kenntnis von Nachbarzahlen,
- Erarbeitung sämtlicher Zerlegungen der Zahlen bis 10,
- Aufbau der Methode des Weiterzählens,
- Grundverständnis der Operationen Addition und Subtraktion,
- Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 verstehen und auswendig lösen,
- Erweiterung des Zahlenraums bis 20,
- Verständnis von Analogien zwischen erstem und zweitem Zehner,
- Erarbeitung sämtlicher Aufgaben zum Verdoppeln und Halbieren im Zahlenraum bis 20.

Eine sichere Zählkompetenz, der Aufbau mentaler Vorstellungsbilder, die Erarbeitung von Teil-Ganzes-Beziehungen und die Nutzung operativer Beziehungen sind wichtige Aspekte, damit eine Ablösung vom zählenden Rechnen erfolgen kann (vgl. MOSER OPITZ 2007b, 258ff.; WITTICH/ NÜHRENBÖRGER/ MOSER OPITZ 2010, 1). Mit der Erarbeitung des Zehnerübergangs wird es zunehmend wichtiger, operative Strategien zu erlernen und anzuwenden. SCHIPPER betrachtet es als einen groben Fehler, wenn diese Möglichkeit nicht genutzt und zählende Strategien der Kinder weiter akzeptiert werden (vgl. SCHIPPER

2009b, 104). Wenn die Kinder Aufgaben mit Zehnerübergang zählend lösen, sind oft typische Fehler zu beobachten. Beispielsweise weicht das Ergebnis häufiger um 1 vom tatsächlichen ab, z. T. ist die Bearbeitungszeit größer als wenn operative Strategien genutzt werden. Am besten sind die Überlegungen der Kinder nachzuvollziehen, wenn diese aufgefordert werden, ihre Rechenschritte zu verbalisieren (vgl. a.a.O., 105; GERSTER/ SCHULTZ 2004, 243). GAIDOSCHIK fordert darüber hinaus, dass Kinder erleben müssen, dass ihre bisherigen Strategien – also z. B. das Zählen – versagen oder weniger effektiv sind (vgl. GAIDOSCHIK 2009, 173f.).

> „Daraus folgt für den Arithmetikunterricht: Wenn wir Kindern Ableitungsstrategien schmackhaft machen wollen, müssen wir sie mit Aufgaben konfrontieren, bei denen ihnen der Vorteil des ableitenden gegenüber dem zählenden Rechnen auch wirklich deutlich werden kann." (a.a.O., 174).

Insgesamt erlaubt eine prozessorientierte Diagnostik, wie sie SCHIPPER vorschlägt, einen differenzierteren Blick auf die Kompetenzen eines Kindes als es mit Hilfe vieler Testverfahren gelingen kann. Der Vorzug ist darin zu sehen, dass die individuellen Fähigkeiten des Kindes im Vordergrund stehen und nicht Zahlen wie Intelligenzquotienten oder Prozentränge, um daraus eine Rechenstörung abzuleiten oder auszuschließen. Das Mathematiklernen wird nicht primär als Eigenschaft den Lernenden zugeschrieben, sondern aufgefasst als Ergebnis eines komplexen Interaktionsgeschehens (vgl. KLAUER 2003, 349). Der Aspekt der Förderung als Aufgabe jeder Lehrkraft wird besonders betont.

Andererseits müssen sich informelle und standardisierte Verfahren nicht ausschließen. Für GANSER beispielsweise stehen am Beginn des Prozesses, wenn ein Förderkonzept entwickelt werden soll, sowohl die Schülerbeobachtung, standardisierte Tests als auch eine Fehleranalyse mit diagnostischen Aufgaben (vgl. GANSER 2009, 223f.).

5.3.3 Weitere Verfahren zur Diagnostik

5.3.3.1 Auffinden von Risikokindern

Die beste Möglichkeit ist es sicherlich, von vornherein zu verhindern, dass Rechenschwierigkeiten auftreten. Hilfreich wäre eine frühzeitige Diagnostik, mit der es gelingt, Risikokinder frühzeitig zu identifizieren. Es ist zu klären,

> „[o]b die Durchführung eines normierten Testverfahrens notwendig ist oder informelle Testverfahren ausreichen, ob Aufgaben in Einzel- oder Gruppentestsituationen bearbeitet werden sollen oder ob die gezielte Bobachtung einzelner Kinder bei bestimmten Aufgabenstellungen im Unterricht ausreichen kann […].“ (KAUFMANN, S. 2010, 160; Anpassung u. Auslassung: A. L.).

Als standardisiertes Verfahren bietet sich für die Früherkennung von Schwierigkeiten beispielsweise der „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung (OTZ)“ (VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001a) an. Da dieser auch in der Studie Verwendung findet, wird er im Kapitel 6.4.1.2 genauer vorgestellt.

5.3.3.2 Fehleranalyse

Die Fehleranalyse wurde oben bereits sowohl im Diagnoseprozess von JACOBS und PETERMANN als auch in der prozessorientierten Diagnose von SCHIPPER angesprochen. Aufgrund ihrer Bedeutung soll ihr an dieser Stelle ein eigener Abschnitt gewidmet werden.

> „Die Fehleranalyse ist eine förderdiagnostische Methode, die über die Feststellung und Interpretation von Fehlern Fehlermuster und deren Ursachen zu erkennen sucht.“ (HEIMLICH/ LOTTER/ MÄRZ 2005, 17).

Bezogen auf die Mathematik bemüht man sich also zu verstehen und nachzuvollziehen, wie das Kind gerechnet hat. Wenn einem das gelingt, besteht eine größere Wahrscheinlichkeit, sich Fehler zu erklären, das Kind zu unterstützen und zukünftige Fehler zu vermeiden (vgl. KLAUER 2003, 350). Die Fehleranalyse gehört zu den ältesten Ansätzen, Zugang zu individuellen Schwierigkeiten von Kindern zu erlangen (vgl. RANSCHBURG 1916; FRITZ 2003, 297). Dabei geht es nicht allein darum, Fehlerquellen aufzuspüren, um daraus auf Probleme des Kindes zu schließen. Fehleranalysen geben vielmehr gleichzeitig Aufschluss über das angewandte didaktische Konzept, denn auch die Art der Aufgabenstellung, die Wahl der Veranschaulichung, Rechenbuch und Curriculum beeinflussen den Lernprozess (vgl. ebd.).

Es wird davon ausgegangen, dass Fehler i. d. R. nicht rein zufällig entstehen, sondern die Schüler sehr wohl eine Strategie – wenn auch eine falsche – umsetzen (vgl. LORENZ/ RADATZ 1993, 59). Ihre subjektiven Regeln verfolgen Kinder sehr systematisch und konsequent.

> „Aufgrund der Erkenntnis, wonach Fehllösungen im Mathematikunterricht nur in seltenen Fällen einem zufälligen oder launenhaften Verhalten der Schüler entspringen, sondern durchweg auf individuelle und für die Schüler sinnerfüllende Regeln und Lösungsstrategien […] beruhen, kann die Analyse von Schülerfehlern nicht nur als eine hilfreiche Forschungsstrategie zur Klärung grundlegender Fragen des Mathematiklernens angesehen werden, sie dient auch als ein neuer Ansatz zur Lösung des Diagnose-Problems bei einer inneren Differenzierung des Mathematikunterrichts.“ (RADATZ 1980, 3f.; Auslassung: A. L.).

Abhängig vom jeweiligen theoretischen Hintergrund einzelner Autoren existieren verschiedene Klassifikationssysteme von Fehlern. Eine kleine Auswahl typischer Fehlermuster bei Plus- und Minusaufgaben im Zahlenraum bis 100 zeigt die folgende Tabelle (vgl. a.a.O., 298f.; GERSTER 1982, 52ff.; RADATZ [u.a.] 1999, 9).

Beispielaufgabe (korrekte Lösung in Klammern)		**Fehlerbeschreibung**
34 + 7 = 40 34 + 7 = 42 34 – 7 = 28	(41) (41) (27)	Einsundeinsfehler der Nähe (Zählfehler)
34 + 17 = 49 34 – 17 = 15	(51) (17)	Zählfehler durch Überforderung des Kurzzeitgedächtnisses
34 + 7 = 50 34 – 7 = 36	(41) (27)	Richtungsfehler beim Lesen der Aufgabe; gerechnet wurde mit 43 statt 34
34 + 17 = 15 34 – 17 = 71	(51) (17)	Richtungsfehler beim Schreiben der Lösung
34 + 17 = 17 34 – 17 = 51	(51) (17)	Verwechseln der Rechenoperation (Addition statt Subtraktion und umgekehrt)
34 + 7 = 31 34 – 7 = 37	(41) (27)	Nichtberücksichtigung des Zehnerübergangs

Tab. 5.1: *Fehlermuster bei schriftlicher Addition bzw. Subtraktion im Zahlenraum bis 100 (nach FRITZ 2003, 299)*

Bisher konnte sich kein einheitliches Schema zur Analyse von Rechenfehlern durchsetzen (vgl. KLAUER 2003, 350). Das hängt damit zusammen, dass man bei der Fehleranalyse in erster Linie auf Vermutungen angewiesen ist. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass der gleiche Fehler von zwei verschiedenen Kindern auf unterschiedlichen Denkansätzen beruht. Deshalb darf man nicht auf der Ebene der Fehleranalyse stehen bleiben:

> „Zwar stellt die Fehleranalyse eine Möglichkeit dar, begründet zu Vermutungen zu kommen, wie denn ein gegebenes Kind bestimmte Probleme anpackt, aber sie ist nicht der Königsweg zur Überwindung der Rechenschwäche eines Kindes.“ (ebd.).

Im Anschluss an die Fehleranalyse muss daher versucht werden, diese Vermutungen über Fehlerursachen zu bestätigen. FRITZ schlägt dazu eine Strategieanalyse vor (vgl. FRITZ 2003, 294), da sich *während* des Rechnens weitere Erkenntnisse ergeben in Bezug auf „[…] das *Wie* der Bearbeitung […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.). Es lässt sich beispielsweise feststellen, ob das Kind Rechenvorteile nutzt oder welche Rechenstrategien es anwendet. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden:

> „Nach Aussage der Lehrerin habe V. Aufgaben ohne Zehnerübergang im Zahlenraum bis 10 ‚verinnerlicht', diese könne sie im Kopf lösen; für die Bearbeitung aller anderen Aufgaben benötige sie Material.
> Die Aufgabe: 7 + 5 = ? löst V. folgendermaßen: Sie zählt zunächst am Rechenrahmen 7 Perlen ab und schiebt diese nach links. Dann zählt sie noch einmal 5 Perlen einzeln ab und schiebt diese zu den ersten 7 Perlen. Nun zählt sie die Gesamtanzahl, beginnend mit der ersten Perle und kommt zu dem Ergebnis 12." (a.a.O., 295).

Man sieht also, dass das Mädchen im Beispiel auf der Ebene der konkreten Handlung das richtige Ergebnis erhält. Außerdem ist zu erkennen, dass sie die Strategie anwendet, alle Perlen vollständig abzuzählen, was die einfachste, aber auch aufwändigste Möglichkeit darstellt (vgl. ebd.). Daraus ist zu schließen, dass sie sich noch nicht sicher im Zahlenraum bis 20 bewegt. Die Tatsache, dass sie Additions- und Subtraktionsaufgaben bis 10 im Kopf rechnet, ist noch kein Beweis für die Verinnerlichung des Zahlenraums.

> „Verinnerlichung setzt das Verständnis der Tätigkeit voraus und zeigt sich in einem flexiblen Umgehenkönnen mit der Anforderung auf den unterschiedlichen Stufen der Abstraktion." (ebd.).

Bei der Arbeit sowohl mit Fehleranalysen als auch mit Strategieanalysen ist eine systematische Zusammenstellung geeigneter Aufgaben entscheidend. Wenn ausreichend Material aus Aufgaben und Lösungsmöglichkeiten eines Kindes gesammelt ist, gelingt eine qualitativ hochwertige Fehlerbetrachtung (vgl. RICKEN 2003, 277). FRITZ erstellt in ihrem Artikel eine sehr gute Übersicht, wie sich beispielsweise Textaufgaben entsprechend der Kompetenz der Kinder adaptieren lassen. Sie macht Vorschläge, wie sich in Bezug auf die Komplexität, bezüglich des Präsentationsniveaus oder in Bezug auf Instruktion und Textverstehen Aufgaben variieren lassen (vgl. FRITZ 2003, 298ff.).

5.3.4 Zusammenfassung zur Diagnostik

Neben standardisierten Verfahren spielen bei der Diagnostik von Rechenschwierigkeiten insbesondere die Beobachtung und Fehleranalyse eine Rolle. Diese ermöglichen, das Vorgehen der Kinder bei der Aufgabenlösung zu analysieren und zu verstehen.

Kindern mit Rechenschwierigkeiten gelingt es oft nicht, die symbolische Darstellung mathematischer Inhalte mit bildhaften Repräsentationen zu verbinden. So gelangen sie nicht zu einem erweiterten Operationsbegriff (vgl. LORENZ 2009a, 239). Darüber hinaus fallen Schwierigkeiten bei spezifischen Anforderungen auf, z. B. bei der Zählkompetenz, im Zusammenhang mit dem Dezimalsystem und bei den Rechenoperationen. NESTLÉ weist jedoch darauf hin, dass es keine spezifischen Fehler bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten gibt. D. h. diese Kinder machen keine explizit *anderen* Fehler.

> „[…] Fehler dieser Art kommen bei allen Kindern auf einer bestimmten Stufe der Entwicklung vor." (NESTLÉ 2004, 28; Auslassung: A. L.).

Mit Hilfe der genannten diagnostischen Verfahren werden Rechenschwierigkeiten festgestellt. Wie diese im Rahmen der Intervention am besten zu beheben sind, zeigt der folgende Abschnitt. Auch präventive Maßnahmen werden thematisiert.

5.4 Prävention und Intervention bei Rechenschwierigkeiten

> „Präventionsmaßnahmen im schulischen Bereich sollen Lernschwierigkeiten vorbeugen und durch den frühzeitigen Abbau von Risikofaktoren bzw. den Aufbau förderlicher Kompetenzen der Entwicklung von Lernschwierigkeiten entgegenwirken." (KRAJEWSKI 2008b, 360).

Aus HELLERS Bedingungsmodell der Schulleistung wird ersichtlich, dass viele Faktoren zusammenwirken und die Schulleistung beeinflussen (vgl. HELLER 1997, 184f.). Insbesondere auf das Vorwissen wird dabei zunehmend Wert gelegt (vgl. a.a.O., 183). Eine Vielzahl von Untersuchungen zeigt nämlich, dass das Vorwissen in viel größerem Maß Einfluss auf die Schulleistung nimmt als beispielsweise Aspekte wie Motivation und Begabungskonzept (vgl. a.a.O., 186; HELMKE/ WEINERT 1997, 71ff.).

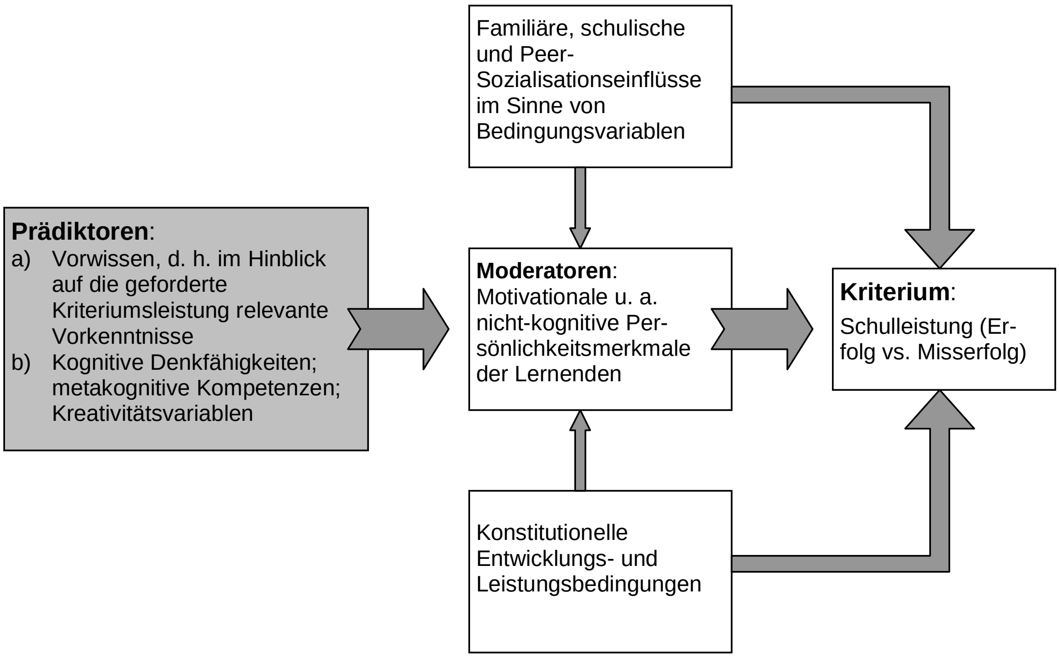


Abb. 5.3: *Multikausales Bedingungsmodell der Schulleistung (nach HELLER 1997, 185)*

Übertragen auf den mathematischen Bereich müssen also, um Rechenschwierigkeiten zuvorzukommen, v. a. entsprechende Vorläuferfertigkeiten gefördert werden. Außerdem soll eine Förderung möglichst frühzeitig beginnen. Betont wird an dieser Stelle, dass vor einer Förderung jeweils eine sorgfältige Diagnostik erfolgen muss. Dazu sei auf den Abschnitt 5.3 verwiesen. Inhalt des Kapitels 5.4.1 ist die Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten. Ein konkretes Programm zur Prävention von Rechenschwierigkeiten im Vorschulalter wird im Abschnitt 5.4.2 vorgestellt. Im Anschluss daran wird im Kapitel 5.4.3 thematisiert, was für den Erwerb arithmetischen Wissens relevant ist.

5.4.1 Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten

Bei den mathematischen Vorläuferfertigkeiten werden unspezifische Prädiktoren, die auch für andere Fächer relevant sind, und mathematikspezifische unterschieden (vgl. KRAJEWSKI 2008b, 360; WERNER 2009, 110f.):

Unspezifische Prädiktoren	Spezifische Prädiktoren
Arbeitsgedächtnis Intelligenz Zugriffsgeschwindigkeit	Mengen-Zahlen-Kompetenz

Tab. 5.2: *Vorschulische Prädiktoren mathematischer Schulleistungen (nach KRAJEWSKI 2008b, 360)*

Um spätere mathematische Leistungen vorherzusagen, eignet sich v. a. die frühe Mengen-Zahlen-Kompetenz. Faktoren wie Intelligenz und Arbeitsgedächtnis sind jedoch nicht gänzlich zu vernachlässigen, da diese wiederum die Mengen-Zahlen-Kompetenz beeinflussen (vgl. WERNER 2009, 245f.; KRAJEWSKI 2008b, 361). Kinder mit einem schwachen Arbeitsgedächtnis sowie weniger intelligente Kinder liegen bereits vor dem Schulanfang im spezifischen Vorwissen zurück und starten entsprechend mit schlechteren Ausgangsbedingungen (vgl. ebd.).

Eine Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten kann sich – analog zu den Prädiktoren – auf unspezifische Faktoren wie das Gedächtnis oder auf spezifische mathematische Aspekte beziehen. In der Literatur finden sich häufig Hinweise, dass bereits im Kindergartenalter basale Bereiche wie Wahrnehmung und Motorik eines Kindes beobachtet werden sollen (vgl. SCHWARZ 2009, 138; MILZ 2006, 31ff.; 204ff.). Bei Auffälligkeiten würde eine umfassende Diagnostik durch Kinderarzt, Facharzt oder Neuropädiater empfohlen (vgl. PELSTER 2002, 99ff.; SCHWARZ 2009, 138).

> „Ein Heilplan kann z. B. in Form von Ergotherapie, Verhaltenstherapie, Logopädie, psychomotorischer Bewegungstherapie, sensorischem Integrationstraining durchgeführt werden […].“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

VON ASTER kritisiert diesen Ansatz und fordert für die Förderung:

> „Förder- und Therapiemaßnahmen müssen den konkreten Problemen eines jeden Kindes individuell angepasst werden. Trainings, die sich pauschal auf die Verbesserung der Psychomotorik, der Wahrnehmung oder der Sprache beziehen, können für sich allein keine Verbesserung numerischer Kompetenzen bewirken.“ (VON ASTER 2009, 211).

Ebenfalls weist KRAJEWSKI nach, dass nur ein geringer Zusammenhang zwischen Mathematikleistungen und visuell-räumlicher Vorstellungsfähigkeit und der Sprachfähigkeit von Kindern besteht (vgl. KRAJEWSKI 2007, 327). Mehrheitlich wird daher inzwischen für die inhaltsspezifische Förderung plädiert (vgl. VON ASTER 2009, 210f.; GERSTER/SCHULZ 2004, 50f.; KRAJEWSKI 2008b, 361). Sämtliche Förderprogramme und Konzepte beziehen sich auf mathematische Inhalte (vgl. WERNER 2009, 118-138; JANSEN 2009, 124ff.). RICHTER weist darauf hin, dass

> „[…] mehr als die Hälfte rechenschwacher Erst- und Zweitklässler signifikante Defizite im Bereich pränumerischer Einsichten aufweist […]“ (RICHTER 2007, 2; Auslassungen: A. L.).

Er plädiert für eine systematische Überprüfung der kognitiven Voraussetzungen für das Zahlverständnis bei Schulanfängern, damit fehlende Kompetenzen ggf. in der Schule vermittelt werden (vgl. ebd.).

Zu den wesentlichen Bestandteilen eines tragfähigen Mengenverständnisses und damit zu einer frühen Förderung gehören z. B.

– allgemeine Abstraktionsleistungen (begriffliche Sicherheit in der Bestimmung von Relationen und Klassifikationen),
– Operationsverständnis,
– die Entwicklung der Zahlvorstellung,
– Invarianzvorstellungen,
– simultane Mengenerfassung (vgl. ebd.; SCHWARZ 2009, 138; GERSTER/ SCHULZ 2004, 331ff.).

Zusammenfassend lässt sich für eine Förderung früher mathematischer Kompetenzen festhalten:

> „Um frühzeitig Problemen mit der Mathematik vorzubeugen, sollte […] der Fokus der Förderung auf den systematischen Aufbau mathematischer Grundkenntnisse wie der Mengen-Zahlen-Kompetenz und damit auf eine inhaltsspezifische mathematische Förderung gelegt werden." (KRAJEWSKI 2007, 328; Auslassung: A. L.).

Am besten wird damit bereits im Vorschulalter begonnen. Deshalb wird im nächsten Abschnitt ein Programm zur Prävention von Rechenschwierigkeiten vorgestellt, das bereits für den Kindergarten geeignet ist.

5.4.2 Ein Programm zur Prävention von Rechenschwierigkeiten: „Mengen, zählen, Zahlen" (MZZ) (KRAJEWSKI/ NIEDING/ SCHNEIDER 2007)

Mittlerweile liegt eine Fülle von Konzepten und Programmen zur Förderung schulischer mathematischer Kompetenzen vor. WERNER hat diese umfassend zusammengestellt (vgl. WERNER 2009, 119-144). Im Folgenden soll ein Programm etwas genauer vorgestellt werden, da es eng an die Theorie zu Vorläuferfertigkeiten anknüpft. Außerdem zählt es zu den wenigen evaluierten Programmen, die in diesem Bereich existieren, was ein wichtiges Kriterium für die Auswahl darstellt (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 84; KOCH/ KNOPP

2010, 57). Es handelt sich dabei um das Programm „Mengen, zählen, Zahlen (MZZ)“ (KRAJEWSKI/ NIEDING/ SCHNEIDER 2007).

Das Förderprogramm basiert auf den Untersuchungen zu mathematischen Vorläuferfertigkeiten. KRAJEWSKI entwickelt ein Modell mit drei Kompetenzebenen, wo sich Leistungen der Kinder von der Geburt bis zum Schulbeginn einordnen lassen (vgl. 4.1.3.3; KRAJEWSKI 2008c, 276). Auf der ersten Ebene geht es um numerische Basisfertigkeiten: die Kinder differenzieren Mengen, lernen die Zahlwortreihenfolge kennen und erwerben erste Abzählfähigkeiten. Die zweite Ebene umfasst das Anzahlkonzept. Den Kindern wird bewusst, dass Mengen mit Zahlen verknüpft sind. Auf der Ebene 3 – der Ebene der Anzahlrelationen – erfahren die Kinder Mengen als zusammensetzbare und zerlegbare Anzahlen (vgl. a.a.O., 277ff.; WERNER 2009, 135ff.).

Das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ verfolgt das Ziel,

> „[…] die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Vorschülern systematisch bis zur dritten Ebene des oben beschriebenen Modells aufzubauen. Die spielerischen Übungen orientieren sich streng an den drei dargestellten Kompetenzstufen und setzen so das Entwicklungsmodell in ein Fördermodell um.“ (KRAJEWSKI/ NIEDING/ SCHNEIDER 2008, 137; Auslassung: A. L.).

Zunächst sollen mit Hilfe des Programms Basisfertigkeiten auf der Ebene I wie Mengenverständnis, Zählfertigkeiten sowie Zahlenkenntnis zum Anzahlkonzept (Ebene II) aufgebaut werden. Kinder lernen die arabischen Ziffern zusammen mit den entsprechenden Anzahlen kennen (vgl. a.a.O., 137f.). Beispielsweise werden drei Löffel oder drei rote Chips der Zahl 3 sowie vier Löffel bzw. vier rote Chips der Zahl 4 zugeordnet. Die Kinder sollen damit zu der Einsicht gelangen, „[…] dass zu Zahlen, die weiter hinten kommen, mehr Dinge zugeordnet werden.“ (a.a.O., 138; Auslassung: A. L.).

Darauf aufbauend wird das Verstehen der Anzahlordnung (Ebene IIb) angebahnt. Anzahlen werden der Größe nach geordnet und miteinander verglichen (drei Chips sind weniger als vier Chips). Ein nächster Schwerpunkt besteht danach darin, zu erkennen, dass Zahlen immer aus kleineren Anzahlen zusammengesetzt sind und dass auch der Unterschied zwischen zwei Zahlen wiederum eine Zahl darstellt. Dies entspricht bereits der Ebene III (Zahlzerlegung und Zahldifferenz). Die Zahlentreppe gilt dabei als wichtiges Anschauungsmittel (vgl. ebd.).

In einer ersten Pilotstudie wurde das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ (MZZ) erprobt. Dies erfolgte in einem Design mit Trainings- und Kontrollgruppe, wobei eine

Gruppe von Kindergartenkindern mit dem Programm MZZ, eine weitere Gruppe mit einem allgemeinen Denktraining gefördert wurde. Eine dritte Gruppe erhielt kein Training (vgl. a.a.O., 138). Entsprechend der natürlichen Entwicklung verbesserten die Kinder sich in allen erfassten Variablen (wie Arbeitsgedächtnis, Langzeitgedächtnis, Mengen-Zahlen-Kompetenz, Sprache, phonologisches Bewusstsein). Zusätzlich ergaben sich Effekte bei den Kindern der MZZ-Gruppe, d. h. sie zeigten im Vergleich zu den anderen Gruppen sowohl kurz- als auch langfristig bessere Leistungen bei den Mengen-Zahlen-Kompetenzen (vgl. a.a.O., 144). Demnach hatte nur eine Förderung mit dem Programm MZZ einen Effekt auf die mathematischen Vorläuferfertigkeiten der Kinder. Die Autoren ergänzen:

> „Die relativ kleinen Effektstärken sind möglicherweise auf den raschen natürlichen Zuwachs in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen zurückzuführen, der sich in allen Gruppen gezeigt hatte (Zeiteffekt), und passen zu den Befunden der Metaanalyse von Kroesbergen und Van Luit (2003) […].“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Insgesamt zeigt sich, dass mathematische Vorläuferkompetenzen ähnlich wie beispielsweise die phonologische Bewusstheit zu steigern sind. Ein früher Beginn der Förderung vor Schuleintritt scheint sinnvoll. Darüber hinaus ist jedoch zu erwarten, dass sich mit dem Einsatz des Programms auch positive Effekte bei der Förderung von Kindern mit Lern- und Rechenschwierigkeiten zeigen (vgl. WERNER 2009, 138).

Neben den Konzepten und Programmen, die WERNER entsprechend ihrer theoretischen oder empirischen Basis ausgewählt hat (vgl. WERNER 2009, 118), gibt es in zahlreichen Verlagen Lehrwerke, Arbeitshefte oder Kopiervorlagen, die angeben, den Erwerb des Zahlbegriffs oder erste numerische Kompetenzen zu unterstützen. Hier sind beispielsweise zu nennen:

– „Mia, Max und Mathix. Auf dem Weg zum Zahlbegriff“[27],
– „Zahlbegriff und Grundrechenarten. 1. Schuljahr“[28],
– „Zahlen begreifen“[29]
– „Klug gerechnet mit Hase und Igel. Mathematik 1. Klasse“[30].

[27] ZIMPEL, ANDRÉ F.: Mia, Max und Mathix. Auf dem Weg zum Zahlbegriff. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2009
[28] OTTMANN, ANTON: Zahlbegriff und Grundrechenarten. 1. Schuljahr. Horneburg: Persen, 2. Auflage 2004
[29] KOPP, CHRISTINE/ WEIGL, MARION: Zahlen begreifen. Kopiervorlagen für die 1. Jahrgangsstufe. Donauwörth: Auer, 2004

In diesen Materialien finden sich häufig brauchbare, in jedem Fall praxisnahe Kopiervorlagen und Anregungen. Jedoch kommt jegliche theoretische Fundierung meist zu kurz oder beschränkt sich auf wenige Zeilen im Vorwort. Damit entscheidet die Kompetenz der einzelnen Lehrkräfte, wie gewinnbringend die Materialien im Unterricht oder der Förderung eingesetzt werden.

5.4.3 Förderung beim Erwerb arithmetischen Wissens

Zunächst soll noch einmal betont werden:

> „Ungeachtet der Vielzahl von Begriffen und Definitionen von Rechenschwäche scheint es sinnvoll, all jene Kinder in eine Förderung aufzunehmen, deren Lernfortschritte in Mathematik als unzureichend angesehen werden." (LASCHKOWSKI [u.a.] 2003, 167).

Entsprechend bezieht sich dieses Kapitel auf alle Kinder mit Rechenschwierigkeiten, unabhängig von der möglichen Diagnose einer Rechenstörung oder Dyskalkulie. BORN und OEHLER weisen darauf hin, dass auch beim Üben von mathematischen Inhalten auf gehirngerechtes Lernen zu achten ist (BORN/ OEHLER 2008, 106f.). Entsprechend muss auch der Mathematik- oder Förderunterricht für Kinder mit Rechenschwierigkeiten gestaltet werden.

5.4.3.1 Gestaltung des Mathematikunterrichts

Um gehirngerecht zu lernen, ist Zahlreiches zu beachten. BORN und OEHLER erstellen eine Übersicht von 18 Punkten, die dazu beitragen sollen, dass Mathematik- und Förderunterricht erfolgreich sein kann (vgl. a.a.O., 107-121). Tatsächlich sind diese Aspekte aber wenig mathematikspezifisch, sondern besitzen allgemeine Gültigkeit. Sie beziehen sich auf Prinzipien zu Übung und Wiederholung, Motivation, Lob, Gestaltung der Lernatmosphäre u. ä.. Diese werden an dieser Stelle vorausgesetzt. Im Folgenden soll mehr auf fachspezifische Aspekte eingegangen werden.

---

[30] REGELEIN, SILVIA: Klug gerechnet mit Hase und Igel. Mathematik 1. Klasse. Garching b. München: Hase und Igel Verlag, 2007

5.4.3.2 Training des Zahlbegriffs

Da der Zahlbegriff als eine der Grundlagen für den Erwerb mathematischer Kompetenzen gilt, kommt ihm auch im Zusammenhang mit einer Förderung bei Rechenschwierigkeiten entsprechende Bedeutung zu. GRISSEMANN und WEBER nennen in ihrem Werk zur Dyskalkulietherapie eine Vielzahl von Spielen und Übungen, die dazu dienen, den Zahlbegriff zu trainieren (vgl. GRISSEMANN/ WEBER 2000, 127-165). Sie führen dabei zunächst die Notwendigkeit an, die Grundlagen zu sichern, die Voraussetzung für den Zahlbegriff sind. Sie nennen dabei die Klassifikation, Seriation, die Stück-für-Stück-Korrespondenz sowie die Mengenkonstanz (vgl. a.a.O., 127). Der Ansatz geht also auf die Überlegungen PIAGETS zurück. Das Training richtet sich prinzipiell an vier- bis sechsjährige Kinder, kann jedoch auch als Basis für den Erstrechenunterricht dienen (vgl. ebd.). Bei vielen Übungen geht es um Begriffe. Beispielsweise wird mit Plättchen gearbeitet, die verschiedene Farben, Größen, Formen und Oberflächen besitzen und jeweils nach bestimmten Vorgaben zu ordnen sind.

> „Z. B. müssen dem kleinen-runden-roten-glatten Plättchen die vier Karten für ‚klein', ‚rund', rot' und ‚glatt' zugeordnet werden." (ebd.).

Eine Anforderung, die einen kognitiven Konflikt provozieren soll, lautet:

> „<Verteilt die Plättchen so, daß die Schüler auf der einen Seite des Gruppentisches alle kleinen Plättchen bekommen, die anderen Schüler sollen sich alle rauhen Plättchen nehmen!>" (a.a.O., 135).

Detaillierte Aussagen, wie mit dem Problem des kleinen *und* rauen Plättchens umgegangen wird, fehlen an dieser Stelle. Insgesamt stellen GRISSEMANN und WEBER viele Aufgabenstellungen voran, bevor erstmals mit Zahlen gearbeitet wird. Viele Übungen beinhalten den Aspekt der Gleichmächtigkeit von Mengen, d. h. Kinder müssen z. B. Bilder um die jeweils gleiche Anzahl von Dingen ergänzen, überprüfen, ob die Anzahl von Gabeln und Messern übereinstimmt oder ob es mehr Jacken als Haken dafür gibt (vgl. a.a.O., 138f.). Insgesamt begründen die Autoren das vielfältige Übungsangebot als notwendig:

> „Das Inventar an *Materialien und Methoden* des Dyskalkulietherapeuten muss angesichts der psychologischen Komplexität des Therapiegegenstandes sehr *umfangreich* und vielseitig sein." (a.a.O., 74).

Gleichzeitig weisen sie aber darauf hin, dass in der Arbeit mit dem einzelnen Kind eine Einschränkung auf wenige Materialien und Methoden erfolgen muss:

„Gezielte Dyskalkulietherapie beruht auf einer förderdiagnostischen und ökonomischen *Selektion* der Therapieelemente und einem sichern [sic!], ruhigen und gut gegliederten Vorgehen, und nicht auf einem therapeutischen Kunterbunt vieler an sich interessanter Ansätze.“ (ebd.; Einfügung: A. L.).

5.4.3.3 Produktives Üben

Neben einem gezielten Training, das sich z. T. nur an bestimmte Kinder richtet, kommt im regulären Mathematikunterricht dem Üben große Bedeutung zu, wenn es um die Förderung beim Erwerb mathematischen Wissens geht.

> „Üben ist eine Tätigkeit, die Einsicht vermittelt, Lerneffekte und die Anwendung des Geübten in neuen Zusammenhängen ermöglicht. Beim Üben – sowohl individuell als auch im Austausch mit anderen Lernenden […] – werden immer auch charakteristische Merkmale mathematischen Denkens gefördert […].“ (SCHMASSMANN 2010, 213; Auslassungen: A. L.).

Unterschieden werden dabei insbesondere drei Übungsformen:

– <u>Operativ strukturiertes Üben (vgl. ebd.) bzw. „[o]peratorische Übung“</u> (LAUTER 1991, 171; Anpassung: A. L.): Hier sollen Zusammenhänge erkannt werden, das Verständnis wird vertieft und erweitert. Es geht hier z. B. nicht um das Auswendiglernen bestimmter Aufgabensätze, sondern um eine bewegliche Operation, die gekennzeichnet ist durch Reversibilität, Assoziativität und Kompositionsfähigkeit (vgl. ebd.; SCHMASSMANN 2010, 213). Diese Form des Übens ist für Kinder mit Rechenschwierigkeiten von besonderer Bedeutung,

> „[…] da es das Erkennen und Nutzen von Strukturen, das Herstellen von Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen fördert und […] das Automatisieren ermöglicht.“ (a.a.O., 214; Auslassungen: A. L.).

Wird beim Üben die Fragestellung umgekehrt, sind die Kinder aufgefordert, sich auf die Beziehungen zwischen Aufgabe, Zahlen und Operationen zu konzentrieren (vgl. SCHIPPER 2009a, 312). Beispiele für solche Aufgabenstellungen wären (vgl. ebd.):

> Die Lösung einer Plus-Aufgabe ist 10. Wie kann die Aufgabe heißen?

oder

> Emma hat eine Minusaufgabe gerechnet und dabei 8 herausbekommen. Jeder, der eine passende Aufgabe findet, darf sie auf das große Plakat schreiben! (vgl. ebd.).

Generell sollte das operative Üben als durchgängiges Unterrichtsprinzip gelten (vgl. SCHERER 2009, 443).

- Problemstrukturiertes Üben: Dazu gehören Aufgabenstellungen wie Zahlenmauern oder Rechendreiecke, durch die innermathematische Zusammenhänge verdeutlicht werden. Die Struktur der Übungen soll den Kindern über viele Klassenstufen hinweg vertraut werden und dennoch zu neuen Erkenntnissen führen. Diese Aufgabenformate fördern gleichzeitig Motivation, Kreativität und Fantasie (vgl. SCHMASSMANN 2010, 214). MÜLLER und WITTMANN weisen darauf hin, dass insbesondere Problemlöseaktivitäten auch bei der Lehrkraft angeregt werden sollen, weil sie darin „[…] die entscheidende Voraussetzung für einen fruchtbaren Unterricht sehen." (MÜLLER/ WITTMANN 1984, 41; Auslassung: A. L.).
- Sachstrukturiertes Üben: Bei der sachstrukturierten Übung geht es um das Übersetzen von realen Situationen in die mathematische Sprache (vgl. SCHMASSMANN 2010, 214). RADATZ [u.a.] sprechen auch von der „Mathematisierung einer Sachsituation" (RADATZ [u.a.] 1999, 196).

> „Dazu werden in den sachstrukturierten Übungsformaten Alltagssituationen sowie zugehörige Zahlen und Grössen [sic!] in Form von knappen Sätzen, Bildern, Grafiken, Listen, Tabellen oder formalen Abläufen aufbereitet." (SCHMASSMANN 2010, 214; Einfügung: A. L.).

In den ersten beiden Jahrgangsstufen soll der Übertrag der realen Situation in mathematische Zahlen und Symbole immer über konkrete Handlungen erfolgen. Beispielsweise können Szenen auch nachgespielt werden. Lösungen sollen nach Möglichkeit in Probier- und Erkundungsphasen von den Schülern selbst gefunden werden, wozu Problemlösestrategien angeboten werden müssen (vgl. RADATZ [u.a.] 1999, 196).

Insbesondere der Aspekt des produktiven Übens sollte im täglichen Mathematikunterricht Berücksichtigung finden. Darüber hinaus gilt es, die Sicht der Sonderpädagogik im Zusammenhang mit einer Intervention bei Rechenschwierigkeiten zu beachten.

5.4.4 Interventionen bei Rechenschwierigkeiten aus sonderpädagogischer Perspektive

KOCH und KNOPP setzen sich mit der Intervention bei Rechenschwierigkeiten auseinander und betrachten diese gezielt aus sonderpädagogischer Perspektive (vgl. KOCH/ KNOPP 2010, 54ff.). Sie fordern:

> „Die Evidenz einer Fördermaßnahme sollte auch für die Gestaltung von Fördermaßnahmen im Mathematikunterricht das entscheidende Auswahlkriterium sein." (a.a.O., 57).

Dies stellt zwar noch keine Erfolgsgarantie für die Intervention dar, und ob eine Maßnahme greift, muss jeweils individuell für den einzelnen Schüler kontrolliert werden. Dafür ist neben quantitativer auch qualitative Forschung unabdingbar (vgl. ebd.). Die Autorinnen fordern jedoch zusätzlich zu einer überlegten Auswahl von Förderprogrammen, dass auch der tägliche Mathematikunterricht nicht übersehen werden dürfe (vgl. a.a.O., 61). So erfordere der Unterrichtsalltag, einer großen Spannbreite an unterschiedlichen Kompetenzen gerecht zu werden.

> „Mathematikdidaktische Möglichkeiten sind also nicht vorrangig vor dem Hintergrund unterschiedlicher Organisationsformen zu diskutieren, denn unabhängig von der Organisationsform muss der Unterricht so differenziert gestaltet werden, dass er den heterogenen Lernständen gerecht wird." (ebd.).

Diese große Herausforderung kann kaum eine Lehrkraft bewältigen (vgl. NÜHRENBÖRGER/ VERBOOM 2005, 4). So gilt es als Teil der

> „[…] alltäglichen Unterrichtserfahrung, dass bei einer noch so überlegten differenzierenden Steuerung […] Unter- oder Überforderung einzelner Kinder nicht zu vermeiden sind […]" (ebd.; Auslassungen: A. L.).

HENGARTNER entwirft mit Mitarbeitern ein Konzept, das das Ziel verfolgt, Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte bereitzustellen (vgl. HENGARTNER 2010, 7). Sie wollen damit an das Projekt „mathe 2000"[31] anknüpfen (vgl. a.a.O., 9) und Lernumgebungen planen sowie erproben,

> „[…] die eine Vielfalt von Aktivitäten auf verschiedenen Niveaus anbieten. Die Lernumgebungen sind so gestaltet, dass sie nach sorgfältiger Einführung durch die Lehrperson von den Kindern her differenzieren." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Als zentrale Aufgabenfelder für die (sonderpädagogische) Lehrkraft nennen KOCH und KNOPP entsprechend (vgl. KOCH/ KNOPP 2010, 62f.):

– Der Unterricht muss differenziert und individualisiert gestaltet werden.

[31] „mathe 2000" (WITTMANN, ERICH CH./ MÜLLER, GERHARD N. (Hrsg.)). URL: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/materialien.html (letzter Zugriff: 29.02.2012)

– Der Lernfortschritt der Kinder ist fortlaufend systematisch anhand standardisierter Verfahren zu überprüfen.
– Für eine Förderung müssen Lernziele festgelegt werden, d. h. der mathematische Schwerpunkt soll vorab exakt bestimmt werden.
– Zu klären ist, in welchem Rahmen die Förderung stattfinden soll (Einzel-/ Gruppensituation/ Einbettung in Mathematikunterricht der Gesamtklasse).
– Ein geeignetes Konzept oder Programm muss ausgewählt werden, wobei als entscheidendes Kriterium eine empirische Überprüfung des Programms gelten soll.
– Ggf. ist das Programm an die spezifische individuelle Situation anzupassen.
– Generell müssen Möglichkeiten geschaffen werden, dass ein Förderkonzept im Schulalltag umgesetzt werden kann. Dies erfordert eine Kooperation sämtlicher Beteiligter (vgl. ebd.; FRITZ/ RICKEN 2008, 78ff.).

In Deutschland liegen für das Vorschulalter bisher zwei evaluierte Förderkonzepte vor: Das bereits vorgestellte Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ (KRAJEWSKI/ NIEDING/ SCHNEIDER 2007) sowie das Konzept „FEZ – Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter“[32] (PEUCKER/ WEIßHAUPT 2005). Für den Grundschulbereich gibt es diverse Praxisberichte und Ansätze für die Arbeit im Unterricht, jedoch nur wenige empirisch geprüfte Förderkonzepte (vgl. FRITZ/ RICKEN 2008, 86). Inhaltlich weisen die verschiedenen Arbeiten zahlreiche Unterschiede auf, gemeinsam ist aber das Ziel,

> „[…] Kinder in der Entwicklung nichtzählender Rechenstrategien zu unterstützen, sodass sie einseitige (ordinale) Konzepte weiterentwickeln und Zählstrategien überwinden können.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Zusammenfassend lässt sich festhalten: Um eine geeignete Förderung für Kinder mit Rechenschwierigkeiten zu planen, ist es hilfreich, auf empirisch erprobte Programme zurückzugreifen. Doch auch für den alltäglichen Mathematikunterricht gilt:

> „Eine systematische Planung, Entwicklung und Evaluation von Lernumgebungen sowie eine regelmäßige standardisierte Überprüfung der Lernstände müssen Bestandteil einer professionellen Pädagogik sein.“ (KOCH/ KNOPP 2010, 63).

[32] PEUCKER, SABINE/ WEIßHAUPT, STEFFI: FEZ – Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 56 (2005) 8, S. 300-306

5.5 Fazit vorhergehender Kapitel als Basis für die folgende Untersuchung

Gute Rechenleistungen erfordern eine stabile Basis aus Zählfertigkeiten, Zahlbegriff und einem Verständnis des Dezimalsystems. Diverse Mathematikmaterialien von MONTESSORI unterstützen das Begreifen des Aufbaus unseres Zahlensystems (vgl. MONTESSORI P-PA 2000, 29ff.). Insbesondere bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten kommt der Auswahl geeigneter Anschauungsmittel große Bedeutung zu. Demzufolge wäre es interessant zu überprüfen, ob sich das Mathematikmaterial von MONTESSORI für diese Kinder eignet, die zu Beginn der Schulzeit ein niedriges Zahlbegriffsniveau aufweisen. Außerdem ist zu fragen, ob es gelingt, dass diese Kinder trotz schlechterer Ausgangsbedingungen bis zum Ende des ersten Schuljahres durchschnittliche oder gute Rechenleistungen erbringen.

Aus den vorhergehenden Kapiteln ergibt sich, dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten prinzipiell die gleichen Entwicklungsstufen durchlaufen wie diejenigen, die mathematische Anforderungen problemlos bewältigen. Eine Förderung ist für alle Kinder angebracht, deren Lernfortschritte im Bereich der Mathematik als nicht ausreichend erachtet werden (vgl. LASCHKOWSKI [u.a.] 2003, 167). Die Studie, die im Folgenden vorgestellt wird, bezieht sich entsprechend auf Kinder mit Rechenschwierigkeiten, wobei nicht die mögliche Diagnose einer Dyskalkulie das entscheidende Merkmal darstellt.

6.0 Empirische Untersuchung: Die Förderung von Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und Rechenleistung durch den Einsatz des Mathematikmaterials von MARIA MONTESSORI

In den vorhergehenden Kapiteln ist deutlich geworden, welche Rolle Zählfertigkeiten und der Zahlbegriff für das Erlernen mathematischer Kompetenz spielen. Auf die Pädagogik MONTESSORIS, die Entwicklung des Rechnens sowie Rechenschwierigkeiten wurde umfassend eingegangen. Auf Basis dieser Theorie wird nun die Pilotstudie vorgestellt, die klären soll, ob Mathematikunterricht nach den Prinzipien der Pädagogik MONTESSORIS sowie das Mathematikmaterial von MONTESSORI in besonderer Weise geeignet sind, die Zählentwicklung, Zahlbegriff und Rechnen in der ersten Jahrgangsstufe zu unterstützen, so dass gute Mathematikleistungen daraus resultieren. Gleichzeitig stellt dieses Kapitel eine Zusammenführung und Verbindung der vorangegangenen dar. Im Abschnitt 6.1 geht es zunächst um die Problemstellung der Studie. Es wird aufgezeigt, worauf genau der Fokus der Untersuchung gerichtet ist, danach folgen die wissenschaftliche Fragestellung sowie die Hypothesenbildung (Kapitel 6.2). Das methodische Vorgehen ist Inhalt des Kapitels 6.3. Dargelegt werden Untersuchungsdesign, Untersuchungsplan und die Auswahl der Stichprobe. Die Erhebungsverfahren incl. deren Begründung sowie die Auswertungsverfahren werden in 6.4 beschrieben. Anschließend beinhaltet 6.5 die Intervention. Eine detaillierte Auswertung und Darstellung der Ergebnisse ist ein erster Teil des Abschnitts 6.6, im zweiten Teil werden die Ergebnisse umfassend interpretiert. Abgeschlossen wird das sechste Kapitel mit einer Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse und der Diskussion über die eingesetzten Methoden (6.7 bzw. 6.8).

6.1 Problemstellung der Studie

Die vorliegende Pilotstudie beschäftigt sich mit dem Einsatz des Mathematikmaterials von MARIA MONTESSORI im Mathematikunterricht des ersten Schuljahres bei lernschwachen Kindern. Es soll herausgefunden werden, ob sich durch die Verwendung des Materials Auswirkungen auf den Zahlbegriff, die Zählentwicklung und Rechenleistung der Schüler ergeben. Das Material MONTESSORIS einerseits, die Entwicklung von Zahlbegriff, Zählen und Rechnen andererseits wurde in den ersten Kapiteln umfassend dargestellt. Zur Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten im mathematischen Lernbereich existiert inzwischen eine Fülle von Materialien, Literatur und Praxishilfen (vgl. CLAUS/ PETER 2005; GAIDOSCHIK 2007; NOLTE 2009, 80ff.; SCHULZ 2009, 112ff.).

Nicht zuletzt ausgelöst bzw. verstärkt durch die Inklusionsdebatte versuchen manche Eltern, deren Kinder von gravierenden Lernschwierigkeiten betroffen sind, einer Beschulung in sonderpädagogischen Förderzentren zu entgehen und melden ihr Kind in einer Privatschule, beispielsweise einer Montessori-Schule an. Sie erhoffen sich dadurch eine bestmögliche Förderung für ihr Kind, ohne eine mögliche Stigmatisierung aufgrund des Besuchs einer Förderschule. Denn solche etikettierenden Vorstellungen bestehen bis heute (vgl. BENKMANN 2007, 87). Entsprechend besucht ein Teil der Kinder, die an dieser Pilotstudie beteiligt sind, eine Montessori-Schule, der andere Teil eine Schule zur Lernförderung[33].

Damit ein Kind erste Rechenkompetenzen erlangen kann, gelten beispielsweise der Zahlbegriff und Zählfähigkeiten als sehr bedeutsam (vgl. MOSER OPITZ 2008, 97f.). Darauf wurde in den Kapiteln 4.1 und 4.2 bereits ausführlich eingegangen. Für den Zahlbegriff wiederum sind Fähigkeiten wie Wahrnehmungs- und Gedächtnisleistungen, Klassifikation, Seriation und Eins-zu-Eins-Zuordnungen notwendig (vgl. BARTH 1997, 136ff.). Teilweise wird nach wie vor die Invarianz als Voraussetzung für den Zahlbegriff genannt (vgl. ZWACK-STIER/ BÖRNER 1998, 227f.).

Im Kapitel 4.5 wurden des Weiteren geeignete Veranschaulichungsmittel diskutiert, die einen aktiven Zugang zu mathematischen Operationen ermöglichen. Die konkret-anschauliche Handlung auf der enaktiven Ebene gilt danach als Basis, um daraus eine arithmetische Rechenoperation abzuleiten (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 68). Diese gewissermaßen dreidimensionale Handlung soll übertragen werden in eine zweidimensionale bildliche Darstellung, bevor an Stelle der Bilder die mathematischen Symbole treten (vgl. a.a.O., 69).

> „Hier ist es besonders wichtig, dass die beiden ersten Phasen vollständig verinnerlicht sind und dadurch ein ständiger Rückgriff von der Zifferndarstellung auf den ihr zugrunde liegenden anschaulichen Bedeutungsgehalt erfolgen kann […].“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

[33] beteiligte Schule zum Beginn der Erhebung (2008) noch „Schule zur Lernförderung“, inzwischen „Sonderpädagogisches Förderzentrum“

Auch RESNICK weist darauf hin, dass sich Schwierigkeiten bei Kindern häufig auf der symbolischen Ebene zeigen, die eigentlich jedoch aus fehlender Sicherheit im Umgang mit Mengen resultieren – also ihren Ursprung bereits in der Phase der konkreten Handlung haben (vgl. RESNICK 1989, 166).

In der Pädagogik MONTESSORIS besitzt die Materialarbeit einen hohen Stellenwert. Daraus resultiert die Überlegung, ob das Mathematikmaterial nicht in besonderem Maße für die Phase der konkreten Handlungen geeignet wäre. Sinnvoll ist der Materialeinsatz letztlich jedoch erst dann, wenn dadurch der Aufbau des Zahlbegriffs und erste Zähl- und Rechenfertigkeiten der Kinder unterstützt werden, sich also ein positiver Transfer aus dem Materialeinsatz hin zur Ebene des symbolischen Rechnens ergibt. Im nächsten Abschnitt wird im Anschluss an diese Überlegungen genauer auf die Fragestellung, Ziele und Hypothesenbildung der Untersuchung eingegangen.

6.2 Wissenschaftliche Fragestellung, Ziele und Hypothesenbildung der Untersuchung

In der hier vorliegenden empirischen Studie wird die Wirkung des Mathematikmaterials sowie des Unterrichts nach den Prinzipien MONTESSORIS auf die Entwicklung der Rechenleistung von Kindern mit gravierenden Lernschwierigkeiten im ersten Schuljahr untersucht. Wird der Einsatz der Materialien diskutiert, so müssen einige Fragen geklärt werden, um zu entscheiden, ob die Arbeit mit den Anschauungsmitteln gerechtfertigt, erforderlich oder gar abzulehnen ist.

6.2.1 Entwicklung der Fragestellung und Ziele

Für die Ausbildung der Rechenkompetenz ist – wie oben aufgezeigt – der Aufbau des Zahlbegriffs besonders relevant. Deshalb stellt sich folgende erste Frage:

1. Wirkt sich der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI förderlich auf die Entwicklung des Zahlbegriffs aus?

Zur Beantwortung dieser Frage ist es notwendig, den Stand der Zahlbegriffsentwicklung der Kinder zu erfassen und zwar einmal vor Beginn der Verwendung der Materialien und erneut zu einem späteren Zeitpunkt. Der Erwerb des Zahlbegriffs hängt eng zusammen mit den Zählfertigkeiten der Kinder. Auch diese sollen deshalb im Rahmen der Studie erhoben werden. Als zweite Fragestellung lässt sich daraus ableiten:

2. Wirkt sich der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI positiv auf die Zählfertigkeiten der Kinder aus?

Damit komplexe Rechenoperationen durchgeführt werden können, stellt neben dem Zahlbegriff der Erwerb des arabischen Zahlensystems eine Grundvoraussetzung dar (vgl. KAUFMANN [u.a.] 2009, 23). Unser Zahlensystem basiert auf dem dekadischen Positionssystem. Das ist u. a. durch folgende Merkmale gekennzeichnet:

> „In der deutschen Sprache ist die Zahlwortsyntax durch eine additive (das gehörte Zahlwort *hundertvierzig* (100 + 40) wird geschrieben 140) und eine multiplikative (das gehörte Zahlwort *dreihundert* (3 x 100) wird geschrieben 300) Kompositionsregel charakterisiert.“ (ebd.).

Eine Schwierigkeit besteht darüber hinaus, denn es gilt

> „[…] das sogenannte Inversionsprinzip zwischen geschriebener arabischer Zahl (24) und gesprochenem Zahlwort (‚vier und zwanzig‘ und nicht ‚zwanzig-vier‘).“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Das Mathematikmaterial von MONTESSORI zielt im Besonderen auf das Verständnis des Dezimalsystems ab. Entsprechend lässt sich im Rahmen dieser Untersuchung eine dritte Frage formulieren:

3. Steigert der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI die Fähigkeit zur Zahlenverarbeitung (Verständnis des arabischen Zahlensystems)?

Dieser Aspekt wird mit Hilfe eines geeigneten Testverfahrens überprüft. Der Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse (TEDI-MATH) (KAUFMANN [u. a.] 2009) differenziert entsprechend drei Bereiche: zunächst Zählprinzipien und Zählfertigkeiten, als zweites das mit Frage 3 angesprochene Zahlenverständnis und schließlich das Rechnen selbst.

Neben dem Zahlbegriff und der Zahlenverarbeitung ist in der ersten Jahrgangsstufe auch der Erwerb von grundlegenden Rechenkompetenzen wesentlich. Wenn man davon ausgeht, dass das handlungsbezogene Material MONTESSORIS eine gute Basis schafft, dass sich Kompetenzen, die auf der konkreten Ebene erworben werden, auf bildnerische Darstellungen sowie auf die symbolische Ebene übertragen lassen, kann man die nächste Frage ableiten:

4. Wirkt sich der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI positiv auf die Rechenleistungen im ersten Schuljahr aus?

Um die Kompetenzen der Kinder herauszufinden, bietet sich ein standardisiertes Verfahren an, wo die Kinder Aufgaben auf symbolischer Ebene lösen, d. h. ohne Material und andere Hilfsmittel. Wird ein Testverfahren eingesetzt, das insbesondere für die erste Jahrgangsstufe geeignet ist, lassen sich damit die Kompetenzen der Kinder im Vergleich zur normierten Stichprobe einordnen. Außerdem ist es möglich, die Leistungen der beteiligten Kinder einander gegenüberzustellen. Rechenleistungen im ersten Schuljahr beinhalten Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20, Lückenaufgaben (z. B. 15 + ___ = 19) sowie einfache Textaufgaben. Auch Relationsaufgaben spielen eine Rolle (z. B. 5 + 4 __ 10; eingesetzt werden sollen die Zeichen >, <, =).

Die vier Fragen beziehen sich also darauf, dass sich der Einsatz des Materials von MONTESSORI auf folgende Bereiche auswirkt:

– Zahlbegriff,
– Zählfertigkeiten,
– Zahlenverständnis,
– Rechenkompetenz.

Ausgehend davon werden im Folgenden die entscheidenden Hypothesen entwickelt.

6.2.2 Entwicklung der Hypothesen

Im Rahmen dieser Studie soll untersucht werden, ob sich durch den Mathematikunterricht nach den Prinzipien und mit dem Material von MONTESSORI Vorteile für die Kinder gegenüber den Schülern ergeben, die einen Unterricht in einer Förderschule ohne diese Materialien erfahren. Entsprechend werden auch die Hypothesen formuliert.

Zeigt sich durch das Material MONTESSORIS eine positive Wirkung, sollte sich diese beim Zahlbegriff, bei den Zählfertigkeiten, der Zahlenverarbeitung und in der Rechenkompetenz der Kinder abbilden. Aus der ersten Frage lässt sich folgende Hypothese entwickeln:

Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI wirkt sich positiv auf die Entwicklung des Zahlbegriffs bei den Kindern aus.

Eng verbunden mit dem Zahlbegriff sind Zählfertigkeiten. Auch diese werden in der Studie diagnostiziert. Die zweite Hypothese lässt sich entsprechend formulieren:

Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI verbessert die Zählfertigkeiten der Kinder.

Die dritte Hypothese bezieht sich auf das Verständnis des arabischen Zahlensystems. In der Annahme einer positiven Wirkung des Montessori-Materials auf diesen Aspekt der Zahlenverarbeitung heißt sie wie folgt:

Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI steigert die Fähigkeit zur Zahlenverarbeitung (Verständnis des arabischen Zahlensystems).

Die vierte Hypothese beinhaltet analog zur vierten Fragestellung den Aspekt der Rechenleistung. Sie wird folgendermaßen formuliert:

Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI wirkt sich positiv auf die Rechenleistungen im ersten Schuljahr aus.

6.3 Methodisches Vorgehen

In der hier vorliegenden empirischen Studie werden die Wirkung des Mathematikunterrichts und der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI auf die Entwicklung der Rechenleistung von Kindern mit gravierenden Lernschwierigkeiten im ersten Schuljahr untersucht. Die Intervention selbst erfolgt dabei im Rahmen des regulären Mathematikunterrichts durch die jeweiligen Lehrkräfte.

6.3.1 Mögliche Untersuchungsdesigns

Aus der gewählten Fragestellung lässt sich das jeweilige Untersuchungsdesign ableiten. Eine experimentelle Studie wäre am besten geeignet, die vorliegenden Hypothesen zu verifizieren bzw. zu falsifizieren. Damit Untersuchungen als echte Experimente gelten, müssten sie

- eine Hypothese prüfen,
- den Test durch eine kontrollierte Setzung des Treatments durchführen sowie

– die Versuchsbedingungen mit Hilfe verschiedener Techniken wie Elimination, Konstanthaltung oder Randomisierung kontrollieren (vgl. SCHNELL/ HILL/ ESSER 2011, 216).

In der Pädagogik und Psychologie ist das Experiment die einzige Methode, mit der der Einfluss einer Bedingung, einer unabhängigen Variable, auf eine andere Bedingung, der abhängigen Variable, untersucht werden kann (vgl. JULIUS/ SCHLOSSER/ GOETZE 2000, 17). Ziel ist es herauszufinden, ob sich Variablen gegenseitig bedingen oder die eine die Ursache der anderen ist. Kann ein kausaler Zusammenhang zwischen Intervention und Effekt hergestellt werden, ist eine hohe interne Validität erreicht. Diese stellt gewissermaßen das Maß der Sicherheit dar, mit der andere Einflüsse und Faktoren ausgeschlossen werden können, verantwortlich für die Effekte zu sein (vgl. a.a.O., 18). Eine vollständige Eliminierung von Störfaktoren kann nur unter Laborbedingungen gelingen.

Im Rahmen dieses Dissertationsprojekts ist dies – wie meist in der pädagogischen Forschung – nicht umsetzbar.

> „Es ist unmittelbar einsichtig, daß [sic!] ein solches Unterfangen in den Sozialwissenschaften, zumal wenn es sich um die Erforschung komplexer Situationen – wie z.B. [sic!] der Wirkung einer unterrichtlichen Intervention – handelt, nicht möglich ist.“ (ebd.; Einfügung: A. L.).

Bezogen auf die integrative sonderpädagogische Förderung führt auch WEMBER Grenzen traditioneller Forschungsdesigns auf (vgl. WEMBER 2008, 209f.): So sei die Zufallsauswahl von Kindern quasi nicht realisierbar und pädagogisch oft nicht zu empfehlen. Um eine ausreichende Stichprobengröße zu erzielen, müssten außerdem zahlreiche Klassen einbezogen werden, da sich jeweils nur wenige Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf in Regelklassen finden. Ein weiterer Punkt betrifft die enorme Heterogenität der Gruppe von Kindern mit sonderpädagogischem Förderbedarf. Diese sollten nicht zu einer Vergleichsgruppe zusammengefasst werden (vgl. a.a.O., 210).

> „[…] Gruppenmittelwerte zu berechnen ist folglich kaum sinnvoll, denn diese sind für inhomogene Gruppen nicht repräsentativ.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Generell fordert WEMBER, dass analog zur sonderpädagogischen Förderung auch die Forschung darüber am Individuum zu orientieren sei (vgl. a.a.O., 210f.). Dazu schlägt er die Möglichkeiten explorativer Fallstudien bzw. die kontrollierte Form der quasi-experimentellen Einzelfallstudie vor.

Die Einzelfallstudie, das quasi-experimentelle Design sowie die quasi-experimentelle Einzelfallanalyse werden nun genauer beschrieben, im Anschluss daran wird erläutert, welches Design für die Untersuchung geeignet ist.

6.3.1.1 Die Einzelfallstudie

> „Die **Einzelfallstudie** ist dadurch charakterisiert, dass sie ein einzelnes soziales Element als Untersuchungsobjekt und -einheit wählt. Es geht ihr also nicht um aggregierte Individualmerkmale, sondern vielmehr um die spezifischen und individuellen Einheiten, die bestehen können aus Personen, Gruppen, Kulturen, Organisationen, Verhaltensmustern etc.“ (LAMNEK 2010, 273).

Laut WEMBER handelt es sich bei Einzelfallstudien um

> „[…] Studien, in denen ein einzelner Fall oder einige wenige Fälle beobachtet werden, um durch die Analyse der Beobachtungen zu Erkenntnissen zu gelangen, die über den konkreten Fall hinaus Gültigkeit beanspruchen können.“ (WEMBER 2008, 211; Auslassung: A. L.).

Dabei ist der Rahmen relativ weit gesteckt: Die Auswahl der Fälle kann kontrolliert erfolgen oder implizit bleiben, die Operationalisierung der zu beobachtenden Prozesse kann unterschiedlich gut sein, Beobachtungen erfolgen beliebig oder geplant und auch die Interpretation der Beobachtungen ist auf verschiedenen Niveaus möglich (vgl. ebd.). Klassische Fallstudien sind demnach explorativ und nicht darauf angelegt, Hypothesen zu testen,

> „[…] d. h. sie sind hinsichtlich ihrer Fragestellung und hinsichtlich der Methoden der Datenerhebung offen und haben erkundenden Charakter.“ (vgl. a.a.O., 212; Auslassung: A. L.).

Es lässt sich festhalten, dass es sich bei der Einzelfallstudie nicht um eine spezifische Erhebungstechnik, sondern um einen Forschungsansatz handelt (vgl. LAMNEK 2010, 299). Eine Stereotypisierung und vorschnelle Strukturierung der Daten wird umgangen,

> „[…] weil sehr konkret auf den individuellen Fall eingegangen werden kann und dessen Deutungen […] erst zu interpretierenden Vermutungen führen.“ (ebd.; Auslassungen: A. L.).

Einzelfallstudien weisen eine hohe externe Validität auf, weil komplexe Ausgangslagen nicht auf isolierte Fragestellungen reduziert werden und Beobachtungen als repräsentativ für alltägliche Verhältnisse gelten (vgl. WEMBER 2008, 213). Dafür mangelt es diesen

Designs an interner Validität, d. h. es lässt sich nicht feststellen, welche Gegebenheiten für welche Ursachen verantwortlich sind. Die Aussagekraft wird abgeschwächt,

> „[…] da sich keine Beziehungen zwischen abhängigen und unabhängigen Variablen erkennen oder gar prüfen lassen." (ebd.; Auslassung: A. L.).

Um auch in pädagogischen Settings zu überprüfen, ob sich bestimmte Bedingungen als besonders effektiv oder effizient herausstellen, muss eine explorative Fallbeschreibung umgestaltet werden zu einer quasi-experimentellen Fallanalyse (vgl. a.a.O., 215).

6.3.1.2 Die quasi-experimentelle Untersuchung

> „Als quasi-experimentelle Designs werden Designs bezeichnet, bei denen zwar Kontroll- und Versuchsgruppen existieren, die sich tatsächlich in der Stimulus-Setzung unterscheiden, bei denen aber die Zuordnung zu Versuchs- und Kontrollgruppen nicht durch Randomisierung erfolgt." (SCHNELL/ HILL/ ESSER 2011, 220).

Damit sind quasi-experimentelle Untersuchungen besonders anfällig für Störfaktoren durch verzerrte Auswahlen und Ausfälle (vgl. ebd.). Trotzdem sind sie sowohl aus praktischen als auch aus ethischen Gründen häufig nicht zu vermeiden.

Wenn experimentelle Ergebnisse an einer größeren Personengruppe überprüft werden sollen, sind spezielle Auswahlverfahren nötig (z. B. Zufallsauswahlen), um die Versuchspersonen zu rekrutieren. Diese Auswahl wäre jedoch mit großem Aufwand verbunden, denn entweder müssten die ausgewählten Personen in ein Labor kommen oder oft umfangreiche Hilfsmittel müssten ins Feld geschafft werden (vgl. a.a.O., 221). Bei Quasi-Experimenten findet diese Zufallsauswahl entsprechend meist nicht statt. DIEKMANN bezeichnet Quasi-Experimente in der Hauptsache deshalb auch als „Experimente ohne Randomisierung" (DIEKMANN 2009, 356).

WEMBER fordert, dass in der Sonderpädagogik auch Forschung am Einzelfall stattfinden soll, deshalb spricht er statt von Quasi-Experimenten genauer von quasi-experimentellen Einzelfallanalysen (vgl. WEMBER 2008, 215).

6.3.1.3 Die quasi-experimentelle Einzelfallanalyse

Sowohl experimentelle Fallstudien als auch herkömmliche, Hypothesen prüfende Forschungsdesigns weisen gewisse Vorzüge auf. Um zu überprüfen, welche Bedingungen eine effektive Intervention ermöglichen, müssen Methoden der Bedingungskontrolle und Variablenmessung – wie sie sich in klassischen Designs bewährt haben – auch bei der Erhebung und Beurteilung von Einzelfalldaten angewendet werden (vgl. ebd.).

Folgende Prinzipien der quantitativen Forschung werden dazu von WEMBER genannt (vgl. ebd.), die in quasi-experimentellen Einzelfallstudien zu berücksichtigen sind:

– Spezifizierung: eine explizite Fragestellung wird formuliert;
– Operationalisierung: zentrale Variablen werden definiert und objektiv, reliabel und valide gemessen;
– Variablensequenz: eine unabhängige und abhängige Variable werden bestimmt. Dabei ist die unabhängige der abhängigen zeitlich vorangestellt;
– Intervention: bestimmte Bedingungen werden hergestellt oder variiert, die entsprechend der Fragestellung die Ausprägung der abhängigen Variable beeinflussen;
– Effektmessung: durch den Vergleich der Ergebnisse wird der Effekt der Intervention festgestellt;
– Bedingungskontrolle: bekannte Störfaktoren werden statistisch berücksichtigt, unbekannte Störfaktoren durch vollständige Randomisierung kontrolliert, d. h. die Versuchspersonen werden zufällig ausgewählt und zufällig auf Experimental- oder Kontrollgruppe aufgeteilt (vgl. ebd.).

Kann die Bedingungskontrolle nur eingeschränkt erfolgen, so ist statt von experimenteller von quasi-experimenteller Forschung zu sprechen (vgl. WEMBER 1989a, 177).

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die quasi-experimentelle Einzelfallforschung, wie sie insbesondere WEMBER präferiert, gut zum individualisierten Vorgehen in der sonderpädagogischen Förderung passt. Gleichzeitig handelt es sich um eine Möglichkeit empirischer Evaluationsforschung, die sich auch in der Praxis realisieren lässt (vgl. WEMBER 2008, 219). Aus diesem Grund wird auch für die vorliegende Forschungsarbeit dieses Design gewählt.

6.3.2 Untersuchungsdesign der Studie

Für die geplante Studie wird das Design einer quasi-experimentellen Einzelfallanalyse ausgewählt. Ein Grund dafür ist, dass es nicht einfach ist, Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf und Rechenschwierigkeiten zu finden, die eine Montessori-Schule besuchen. Um eine ausreichend große Stichprobe zusammenzustellen, müssten viele verschiedene Schulen innerhalb Oberbayerns oder sogar darüber hinaus einbezogen werden. Die einzelnen Messungen dann zeitnah durchzuführen, wäre ohne zusätzliche personelle Unterstützung, die ausreichend qualifiziert ist, nicht realisierbar. Zudem nehmen auch nicht alle Montessori-Schulen Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf auf, was die Auswahl an möglichen Schulen weiter einschränkt.

Wie auch WEMBER schreibt, ist es aufgrund der Heterogenität der zu untersuchenden Zielgruppe wenig sinnvoll, in der sonderpädagogischen Forschung Experimental- und Kontrollgruppen zu vergleichen (vgl. WEMBER 2008, 210). Sonderpädagogisch sind viel mehr die interindividuellen Unterschiede interessant, die ansonsten als Fehlervarianz behandelt werden (vgl. ebd.).

Entsprechend der Prinzipien, die WEMBER anführt und die nach Möglichkeit innerhalb einer quasi-experimentellen Untersuchung zu beachten sind, wird nun die geplante Studie näher dargestellt (vgl. a.a.O., 215).

6.3.2.1 Spezifizierung

Der Aspekt der Spezifizierung beinhaltet die Forderung nach einer konkreten Fragestellung. Diese wurde bereits im Kapitel 6.2.1 formuliert und soll hier nur kurz wiederholt werden. Untersucht werden soll, ob sich der Einsatz des Materials von MONTESSORI auf Kinder mit Lernschwierigkeiten in der ersten Jahrgangsstufe auswirkt. Auswirkungen beziehen sich ggf. auf folgende Bereiche:

- Zahlbegriff,
- Zählfertigkeiten,
- Zahlenverständnis,
- Rechenkompetenz.

6.3.2.2 Operationalisierung

Zentrale Variablen in der Studie, die für die Operationalisierung definiert werden müssen, sind die Leistungen der Kinder bezogen auf den Zahlbegriff, die Zählfertigkeiten, das Zahlenverständnis sowie die Rechenleistungen. Diese stellen die abhängigen Variablen dar. Als unabhängige Variable gilt der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI im Rahmen des Mathematikunterrichts an der Montessori-Schule, während der Mathematikunterricht für die Kinder der Schule zur Lernförderung ohne dieses Material erteilt wird. Der Unterricht wird jeweils so genau wie möglich beschrieben, allerdings sind gewisse zusätzliche Einflussfaktoren nur bedingt zu kontrollieren: Das liegt daran, dass insgesamt in den drei beteiligten Klassen entsprechend drei verschiedene Lehrkräfte unterrichten und die jeweilige Schulsituation nicht exakt zu vereinheitlichen ist.

6.3.2.3 Variablensequenz

Das Prinzip der Variablensequenz bedeutet, dass unabhängige und abhängige Variablen bestimmt werden müssen – jeweils mindestens eine – und die unabhängige der abhängigen zeitlich vorausgeht. In der geplanten Untersuchung geht die Intervention, also der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI, der Leistung bezüglich des Zahlbegriffs, der Zählfertigkeiten, des Zahlenverständnisses sowie des Rechnens voraus. Lediglich der aktuelle Lernstand in Bezug auf Zahlbegriff und Zählfertigkeiten wird vor Beginn der Intervention erhoben, um Vergleichsdaten zu erhalten, anhand derer sich die Lerneffekte beurteilen lassen. Entsprechend wird auch in der quasi-experimentell angelegten Einzelfallanalyse von GARFINKLE und SCHWARTZ bei vier autistischen Jungen vorgegangen (vgl. GARFINKLE/ SCHWARTZ 2002, 26ff.; WEMBER 2008, 216).

6.3.2.4 Intervention

Die Intervention besteht aus dem Mathematikunterricht nach den Prinzipien MONTESSORIS sowie dem Einsatz ihres Mathematikmaterials. Laut der Fragestellung bzw. der Ergebniserwartung soll sich diese Intervention auf die abhängigen Variablen (Zahlbegriff, Zählfertigkeiten, Zahlverständnis sowie Rechenleistung) auswirken. Im Abschnitt 6.5 wird die Intervention noch genauer beschrieben.

6.3.2.5 Effektmessung

Bei der Effektmessung wird durch den Vergleich verschiedener Messergebnisse festgestellt, ob und ggf. welche Effekte eine Intervention hervorruft (vgl. a.a.O., 215). Dazu sollte eine systematische Lerndatenerhebung erfolgen (vgl. WEMBER 2009, 102f.). Für die vorliegende Untersuchung werden entsprechend vier Untersuchungszeitpunkte festgelegt. Die erste dient dazu, Messergebnisse zu gewinnen, mit denen spätere Daten verglichen werden können. In den verschiedenen Verfahren erreichte Niveaus, Werte oder Prozentränge machen die jeweiligen Leistungen gut vergleichbar und zwar zum einen intraindividuell, zum anderen auch zwischen den beteiligten Kindern. Die Messung der abhängigen Variablen erfolgt zum Beginn sowie zwei weitere Male nach jeweils einigen Monaten der Intervention. Außerdem erfolgt nach ca. 3 weiteren Monaten eine Abschlussmessung, wobei während dieser Zeit die Intervention teilweise ausgesetzt wird – die Kinder befinden sich dann in den Sommerferien. Die Untersuchung entspricht damit einem klassischen A-B-A-Design, das um weitere Messungen während der Intervention ergänzt wird.

6.3.2.6 Bedingungskontrolle

Die Bedingungskontrolle kann innerhalb der Studie nur in begrenztem Maß umgesetzt werden. So lassen sich Einflüsse z. B. durch zusätzliche Unterstützung der Kinder von zu Hause kaum kontrollieren. Auch die unterschiedlichen personalen Faktoren lassen sich nicht vermeiden, dadurch, dass die Intervention von verschiedenen Lehrkräften durchgeführt wird. In jedem Fall lassen sich jedoch Fortschritte der Kinder messen, da abhängige und unabhängige Variablen klar definiert und objektiv, reliabel und valide gemessen werden (vgl. WEMBER 1994, 108; WEMBER 2009, 106).

6.3.2.7 Einordnung der Studie

Generell lässt sich die Untersuchung dem Bereich der experimentellen Interventionsstudien zuordnen. Es soll festgestellt werden, ob zwischen dem Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI – der unabhängigen Variable – und der Entwicklung von Zahlbegriff, Zählfähigkeiten und Rechenleistungen – den abhängigen Variablen – ein Zusammenhang besteht. Die Studie hat dabei explorativen Charakter, d. h.

> „[…] dass sie erste Informationen – wie beispielsweise Aussagen zur Eignung der einzusetzenden Verfahren – zur Überprüfung der gestellten Hypothesen liefert." (MÄRZ 2007, 313; Auslassung: A. L.).

Die Untersuchung bezieht sich lediglich auf eine kleine Stichprobe. Damit können aus den Ergebnissen keine zu verallgemeinernden Schlüsse gezogen werden. Sollten sich erste Effekte ergeben, könnte die Studie die Basis für eine weitere größere angelegte Untersuchung mit einer größeren Stichprobe bilden (vgl. ebd.).

6.3.3 Untersuchungsplan

Nach dem Untersuchungsdesign wird hier die Durchführungsplanung näher dargestellt. Da nur einzelne Kinder an der Studie beteiligt sind, ist es zu empfehlen, dafür zu mehreren Zeitpunkten Untersuchungsdaten zu erheben (vgl. WEMBER 2009, 102). Geplant sind neben einer ersten Erhebung zum Zeitpunkt t_1 Ende Oktober drei weitere: eine nach dem ersten Schulhalbjahr, eine am Ende des ersten Schuljahres und darüber hinaus eine weitere zu Beginn des zweiten Schulbesuchsjahres.

Zum Zeitpunkt t_1 findet eine erste Untersuchung der Erstklässler statt. Diese dient dazu, für die Studie entscheidende Merkmale festzustellen und danach eine geeignete Gruppe für den weiteren Verlauf der Untersuchung zusammenzustellen. Im Anschluss an t_1 erfolgt der Mathematikunterricht, also die Intervention, während der eine zweite Messung stattfindet. Um eine längerfristige Wirkung der Intervention festzustellen, erfolgt eine dritte Messung t_3 gegen Schuljahresende. Eine weitere Untersuchung, die gleichzeitig die letzte darstellt, soll nach den Sommerferien zu Beginn des zweiten Schulbesuchsjahres (Klasse 2 für Schüler der Montessori-Schule, Klasse 1A für die Schüler der Schule zur Lernförderung) zum Zeitpunkt t_4 erfolgen. Geplant ist damit eine Untersuchung mit Kontrollgruppe und Pre- und Posttest (vgl. BORTZ/ DÖRING 2006, 56), die dadurch gekennzeichnet ist, dass sowohl vor als auch nach einer Intervention vergleichende Messungen stattfinden.

Unten stehender Plan fasst dies noch einmal zusammen:

Zeitrahmen	t_1: Oktober 2008	Oktober 2008 bis Februar 2009	t_2: Februar 2009	Februar bis Juli 2009	t_3: Ende Juli 2009	Sommerferien	ab 15. September 2009	t_4: Oktober 2009
Intervention		MU-Mo*; MU-DFK*		MU-Mo*; MU-DFK*		--	MU-Mo*; MU-DFK*	
Messung	Erste Leistungsmessung		Zweite Leistungsmessung		Dritte Leistungsmessung			Abschluss-schluss-messung
Diagnoseverfahren	K-ABC; OTZ		OTZ		TEDI-MATH			DEMAT 1+
*MU-Mo: Mathematikunterricht in der Montessori-Schule *MU-DFK: Mathematikunterricht in der Sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklasse								

Tab. 6.1: *Plan der Untersuchung*

Wünschenswert wäre es gewesen, die erste Untersuchung bereits im September – also tatsächlich vor Beginn des Mathematikunterrichts – durchzuführen. Aufgrund organisatorischer Gegebenheiten am Schuljahresanfang war das jedoch in keiner Schule möglich. Es wäre auch insofern schwierig gewesen, weil die jeweiligen Klassenlehrkräfte die Kinder noch nicht ausreichend gekannt hätten, um die Auswahl der für die Studie geeigneten Schüler zu unterstützen.

6.3.4 Auswahl der Stichprobe

In einer quasi-experimentellen Studie wird die Stichprobe nicht zufällig bestimmt, sondern gezielt nach der zu untersuchenden Personengruppe ausgewählt. In dieser Studie liegt der Fokus auf Kindern mit Lernschwierigkeiten und deren mathematischen Kompetenzen. Außerdem sollen die Kinder eine erste Klasse besuchen und mit dem Material sowie nach den Prinzipien der Pädagogik MONTESSORIS unterrichtet werden. In der Regel besuchen Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten eine Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklasse in einem sonderpädagogischen Förderzentrum, arbeiten dort jedoch nicht mit dem Montessori-Material. Also gilt es, Kinder zu finden, bei denen sonderpädagogischer Förderbedarf festgestellt wurde, die Schwierigkeiten zeigen im Bereich des Zahlbegriffs und die eine Montessori-Klasse besuchen. In einer Schule zur Lernförderung bzw. einem Sonderpädagogischen Förderzentrum (SFZ) sollen jeweils Kinder gefunden werden, die in bestimmten Merkmalen (Sonderpädagogischer Förderbedarf, Schwierigkeiten beim Zahlbegriff, Intelligenz, Klassenstufe, Alter) mit den ausgewählten Kindern der Montessori-Schule übereinstimmen.

6.3.4.1 Kurzportraits der beteiligten Schulen

Da es nicht einfach ist, Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf und Rechenschwierigkeiten in Montessori-Schulen zu finden, sind insgesamt zwei Montessori-Schulen an der Studie beteiligt: die Johann-Michael-Sailer-Schule in Ingolstadt sowie die Montessori-Schule Clara Grunwald in Unterschleißheim. Erstklässler der Schule zur Lernförderung, die als Kontrollgruppe dienen, besuchen eine Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklasse in Ingolstadt. Im Folgenden sollen die beteiligten Schulen kurz portraitiert werden.

– Johann-Michael-Sailer-Schule (Montessori-Schule in Ingolstadt)

Die Montessori-Schule in Ingolstadt ist eine private, staatlich genehmigte Grund- und Hauptschule. Die Grundschule umfasst zwei Standorte, einen in der Johann-Michael-Sailer-Straße 7, 85049 Ingolstadt mit zwei Zügen und einen weiteren in Zuchering, hier einzügig. Zwei Kinder, die ich im Rahmen meiner Arbeit diagnostiziere, besuchen eine der zwei ersten Klassen in der Johann-Michael-Sailer-Straße. Sämtliche der folgenden Informationen entstammen der Homepage der Schule[34].

Die Gründung der Johann-Michael-Sailer-Schule geht insbesondere auf das Betreiben engagierter Eltern von Kindergartenkindern zurück, die sich für das weiterhin gemeinsame Lernen und Arbeiten von Kindern mit und ohne Behinderungen einsetzten. 1985 werden dort 26 Kinder für den Schulbeginn im September eingeschrieben. Die Schule ist benannt nach dem bedeutenden Kirchenlehrer und Pädagogen JOHANN MICHAEL SAILER (1751-1832), der vier Jahre als Theologieprofessor in Ingolstadt tätig war. Von 1829 bis zu seinem Tod wirkte er als Bischof in Regensburg[35].

Die Montessori-Schule in Ingolstadt ist Teil einer größeren Anlage mit Horteinrichtungen, Kindergarten, Integrationsfachdiensten, einem Therapiezentrum sowie einer pädagogischen Akademie. Dabei sind die einzelnen Angebote in eigenen Gebäuden und kleinen Häuschen untergebracht. Die Räumlichkeiten der Schule sind eher beengt, d. h. es besteht nur in geringem Umfang die Möglichkeit, z. B. die Flure mitzunutzen. Die Klassenzimmer erstrecken sich über Erd- und 1. Obergeschoss, außerdem gibt es ein

---

[34] SCHMAILZL, CHRISTINE (Webmaster): Montessorischule. Infos, URL: http://www.jms-in.de/montessorischule/ infos.html (letzter Zugriff: 8.7.2011)
[35] SCHMAILZL, CHRISTINE (Webmaster): Montessorischule. Konzept, URL: http://www.jms-in.de/montessorischule/konzeption.html (letzter Zugriff: 8.7.2011)

kleines Lehrerzimmer mit Kopierer und kleine Räume zur Differenzierung. Büro der Schulleitung sowie Sekretariat sind in einem anderen Gebäude untergebracht.

Die Johann-Michael-Sailer-Schule ist bemüht, die Grundsätze der Pädagogik MARIA MONTESSORIS auf die aktuelle Schulwirklichkeit zu übertragen. Dabei versteht sich die Schule als Einrichtung für alle Kinder und arbeitet integrativ.

– Montessori-Schule Clara Grunwald (in Unterschleißheim)

Die Montessori-Schule in Unterschleißheim ist eine staatlich genehmigte Schule in freier Trägerschaft. Träger ist der gemeinnützige Montessori Unterschleißheim e.V. [36]. Seit dem Schuljahr 2011/ 12 umfasst die Schule auch eine fünfte Jahrgangsstufe und soll von Jahr zu Jahr weiter ausgebaut werden. Der Name der Schule geht zurück auf CLARA GRUNWALD (1877-1943), die in Deutschland wesentlich zur Ausbreitung der Pädagogik MONTESSORIS beigetragen hat. Als Jüdin stirbt sie 1943 im Konzentrationslager Auschwitz-Birkenau.

Neben den drei Klassenräumen befinden sich im Erdgeschoss eine größere Aula, die die Kinder auch zum Arbeiten nutzen, sowie Sekretariat und Büro der Schulleiterin. Im ersten Obergeschoss liegen Lehrerzimmer sowie einige Fachräume.

Im Unterschied zur Montessori-Schule in Ingolstadt erfolgt der Unterricht in Unterschleißheim in jahrgangsgemischten Gruppen, d. h. Kinder der Jahrgangsstufen 1-4 besuchen eine der – zum Zeitpunkt der Erhebung – drei Klassen. Das Mädchen, mit dem ich mich aufgrund meiner Arbeit beschäftigte, besucht die sog. „Kristallklasse“ – alle Klassen sind nach Mineralien oder Edelsteinen benannt –, die von der Schulleiterin unterrichtet wird.

– Petrus-Canisius-Schule (Schule zur Lernförderung in Ingolstadt)

Die Petrus-Canisius-Schule befindet sich im Nordwesten Ingolstadts. Der Stadtteil zählt mit dem benachbarten zu den beiden Bezirken, die am dichtesten besiedelt sind[37]. Der Anteil der Einwohner mit Migrationshintergrund beträgt im Unterbezirk des Stadtteils,

[36] o. A.: Montessori-Grundschule Clara Grunwald: Fakten, URL: http://www.montessori-unterschleissheim.de/grundschuleallgemein.html (letzter Zugriff: 22.02.2012)

[37] Stadt Ingolstadt: Kleinräumige Statistiken zum 31.12.2010, S. 20, URL: http://www2.ingolstadt.de/media/custom/ 465_6458_1.PDF?loadDocument&ObjSvrID=465&ObjID=6458&ObjLa=1&Ext=PDF&_ts=1304058491 (letzter Zugriff: 22.02.2012)

wo sich die Schule befindet, laut Statistikbericht der Stadt 74,9 %, viele Kinder wachsen zweisprachig auf. Das Einzugsgebiet der Schule geht jedoch noch über die Stadtgrenzen hinaus und umfasst auch benachbarte Gemeinden.

Die Schule nennt sich zum Erhebungszeitpunkt noch *Schule zur Lernförderung* und ist begrenzt auf die Grundschulstufe. Inzwischen bildet sie mit dem benachbarten Bau, der die Hauptschulstufe umfasst, ein Sonderpädagogisches Förderzentrum. Die folgenden Angaben beziehen sich auf den Stand während der Untersuchung. Die Klassen der Petrus-Canisius-Schule beziehen erst zum Schuljahr 2007 ihren Neubau im oben genannten Stadtbezirk. Die Klassenzimmer und weitere Unterrichtsräume erstrecken sich auf Erdgeschoss und erstes Obergeschoss. Der Verwaltungsbereich mit Büros von Schulleiterin, Konrektorin sowie Sekretärin befindet sich im 1. Stock. Daneben liegt das geräumige Lehrerzimmer. Des Weiteren gibt es ein Elternsprechzimmer, einen Diagnostik- sowie einen Kopierraum. Jeweils zwei Klassenzimmer sind durch einen gemeinsam zu nutzenden Nebenraum verbunden. Die Schule ist zwei- bzw. dreizügig und umfasst eine Schulvorbereitende Einrichtung, zwei Klassen in der DFK 1, jeweils drei Klassen in den DFK 1A und 2 sowie jeweils zwei Klassen in den Jahrgangsstufen 3 und 4. Darüber hinaus gibt es das Angebot der Mobilen Sonderpädagogischen Hilfen (MSH), den Mobilen Sonderpädagogischen Dienst (MSD), Kooperationsklassen, eine Sonderpädagogische Stütz- und Förderklasse (nicht im gleichen Schulgebäude) sowie eine Sonderpädagogische Beratungsstelle.

6.3.4.2 Untersuchungsstichprobe

Die geplante Studie befasst sich mit vier Kindern erster Klassen, die sich entsprechend des Einschulungsalters zu Beginn der Studie im Alter zwischen 6;0 und 7;0 Jahren befinden. Im Zentrum der Aufmerksamkeit stehen dabei diejenigen, die bereits aufgrund von Schwierigkeiten in unterschiedlichen Bereichen aufgefallen sind und beim Einschulungsverfahren in der Grundschule abgelehnt wurden. Zwei Kinder (Kontrollkinder) besuchen eine Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklasse (im Folgenden DFK) in einer Schule zur Lernförderung[38], die anderen beiden werden – der Fragestellung entsprechend – in einer Schule nach dem Konzept der Pädagogik MONTESSORIS unterrichtet.

[38] zum Beginn der Untersuchung noch Schule zur Lernförderung, inzwischen Sonderpädagogisches Förderzentrum (SFZ)

Im Vordergrund der Studie stehen die Mathematik, genauer rechnerische Kompetenzen, Zählfertigkeiten sowie der Zahlbegriff. Deshalb wird der Leistungsstand in diesen Bereichen an insgesamt vier Messzeitpunkten ermittelt. Außerdem wird zu Beginn ein Intelligenzdiagnostikum durchgeführt, um auf diese Weise ein umfassendes Kompetenzprofil der Kinder zu erhalten und eine möglichst große Vergleichbarkeit zu gewährleisten.

6.4 Erhebungsverfahren

Um die mathematischen Kompetenzen der Kinder in der ersten Klasse festzustellen, sind geeignete Untersuchungsverfahren auszuwählen. Es sollen standardisierte Verfahren Verwendung finden, die im Folgenden näher vorgestellt werden. Außerdem erfolgt jeweils eine Begründung für die ausgesuchten Messinstrumente.

Zunächst gibt eine Tabelle den Überblick über die im Rahmen der Studie relevanten Variablen und die zugeordneten Verfahren.

Variable	**Eingesetzte Verfahren**
Intelligenz/ Fertigkeitenskala	Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC)
Zahlbegriff	Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)
Zählfertigkeit	OTZ bzw. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse (TEDI-MATH)
Zahlenverarbeitung	TEDI-MATH
Rechenkompetenz	TEDI-MATH bzw. Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)

Tab. 6.2: *Variablen und eingesetzte Verfahren*

6.4.1 Einsatz der standardisierten Tests und Begründung

Für die Diagnostik mathematischer Kompetenzen stehen inzwischen zahlreiche Verfahren zur Verfügung. Im Rahmen der Studie gelten die Erfassung des Zahlbegriffs und numerischer Fertigkeiten als besonders relevant. Um dafür geeignete Messinstrumente auszuwählen, ist einiges vorab zu überlegen. Wichtig ist, dass der Test besonders im unteren Leistungsbereich gut differenziert, da entsprechend der Zielgruppe mit lernschwachen

Kindern gearbeitet wird. Aus der aktuellen Literatur zum Thema Rechenstörungen oder Dyskalkulie ergeben sich dazu einige Vorschläge (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005a, 58).

Um eine Vergleichbarkeit der Kinder, die in Mathematik nach MONTESSORI unterrichtet werden, und den Kindern der Diagnose- und Förderklasse über die rechnerische Kompetenz hinaus zu gewährleisten, soll zusätzlich die Intelligenz gemessen werden. Dies dient zuerst dem Ziel, aus der Gruppe der getesteten Schüler eine geeignete Stichprobe aus den drei beteiligten Klassen auszuwählen. Die Kinder der Untersuchungs- und Vergleichsgruppe sollen ein möglichst ähnliches Intelligenzprofil aufweisen, damit mögliche später auftretende Effekte der Intervention nicht auf eine höhere Intelligenz zurückzuführen sind. Unter den möglichen Messverfahren fällt die Entscheidung auf die Kaufman Assessment Battery for Children.

6.4.1.1 Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC)

Die Kaufman Assessment Battery for Children, kurz K-ABC, ist ein Einzeltestverfahren und einsetzbar für Kinder im Alter zwischen 2;6 und 12;5 Jahren. Anhand der Altersangabe ist ersichtlich, dass sie sich gut für Schulanfänger eignet, weil die Wahrscheinlichkeit einer Überforderung geringer ist. Andere Testverfahren, die für Kinder ab 6;0 Jahren eingesetzt werden, beginnen mit schwierigeren Aufgaben als bei einem niedrigeren Einstiegsalter. Die K-ABC bietet eine differenzierte Auswertung in fünf verschiedenen Skalen und zeigt individuelle Stärken und Schwächen der Kinder in Untertests auf. Standardwerte, die sich in IQ-Werte umrechnen lassen, ergeben sich auf der Skala des einzelheitlichen Denkens (SED) und der Skala des ganzheitlichen Denkens (SGD). Die Werte der SED und SGD werden zur Skala der intellektuellen Fähigkeiten (SID) verrechnet. Darüber hinaus wird eine nonverbale Skala (NV) erhoben sowie eine Fertigkeitenskala (FS), die v. a. erlerntes Wissen – z. B. auch rechnerisches Denken – beinhaltet. Die K-ABC differenziert gut im unteren Leistungsbereich und lässt sich einsetzen bei Kindern mit Behinderungen oder Kindern mit geringen deutschen Sprachkenntnissen. Kurze abwechslungsreiche Übungen machen sie auch geeignet für Kinder mit Schwierigkeiten im Bereich der Konzentration und Aufmerksamkeit (vgl. LASCHKOWSKI [u. a.] 1999, 7f.).

Trotz einiger Nachteile wie z. B. der Benachteiligung ausländischer Kinder im Subtest Gesichter und Orte (vgl. PREUSS 2006, 76ff.), weil dargestellte Märchenfiguren häufig nicht erkannt werden, ist das Verfahren im Rahmen dieser Arbeit geeignet, um im Bereich der Intelligenz die Profile der Kinder umfassend darzustellen und eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten.

6.4.1.2 Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung (OTZ)

Der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung (OTZ) geht von der Überlegung aus, dass der Erwerb mathematischer Kompetenzen einen Entwicklungsprozess darstellt, der lange vor dem Schuleintritt beginnt. Entsprechend kann das Niveau der Zahlbegriffsentwicklung von Kindern im Alter von 4;6 bis 7;6 Jahren bestimmt werden. Dabei werden acht Komponenten des Zahlbegriffs unterschieden, nämlich

(1) Vergleichen,
(2) Klassifizieren,
(3) Eins-zu-Eins-Zuordnungen,
(4) Ordnen nach Reihenfolgen,
(5) Zahlwörter benutzen,
(6) Synchrones und verkürztes Zählen,
(7) Resultatives Zählen,
(8) Anwenden von Zahlenwissen.

Die ersten vier Bereiche umfassen Fähigkeiten, die PIAGET als wesentlich für den Zahlbegriff erachtet, bei den Aufgaben der Gruppe 5-7 geht es um Zählfertigkeiten, während im Bereich 8 einfache Rechenaufgaben gestellt werden (vgl. HASEMANN 2010, 28). Die insgesamt 40 Aufgaben je Testform sind so ausgewählt, dass sie der Schwierigkeit nach geordnet werden können; diese Ordnung entspricht allerdings nicht der Reihenfolge bei der Durchführung. Auf einer Skala im Handbuch sind die Aufgaben für jede der beiden Testversionen dem Schwierigkeitsgrad entsprechend aufgelistet (vgl. VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 37f.). Die Skala reicht von 0 bis 100. Für Testversion A gilt:

> „Aufgabe 3 (eine Aufgabe aus dem Teil 1: Vergleichen) mit dem Schwierigkeitsgrad 2 ist die einfachste Aufgabe, Aufgabe 20 […] mit dem Schwierigkeitsgrad 93 ist die schwierigste Aufgabe, die anderen Aufgaben liegen dazwischen. Bei Verwendung dieser Skalen wird der Stand der Zahlbegriffsentwicklung eines Kindes durch Eintragen seines Kompetenzergebnisses festgestellt.“ (a.a.O., 28; Auslassung: A. L.).

Folgender Auszug aus der Skala für die Zahlbegriffsentwicklung (Testversion A) soll dies veranschaulichen. In der Mitte steht der Skalenwert, der dem Niveau der Zahlbegriffsentwicklung entspricht, rechts die Aufgabennummer mit steigendem Schwierigkeitsgrad von unten nach oben. Links ist das Ergebnis eines fiktiven Kindes *Saskia* eingetragen. Mit einem Zahlbegriffsniveau von 54 kann i. d. R. davon ausgegangen werden, dass Saskia die Aufgaben, die unter diesem Wert liegen, lösen kann – im Beispiel also bis Aufgabe 36 – und dass die nach oben folgenden Aufgaben zu schwierig sind (vgl. a.a.O., 28f.).

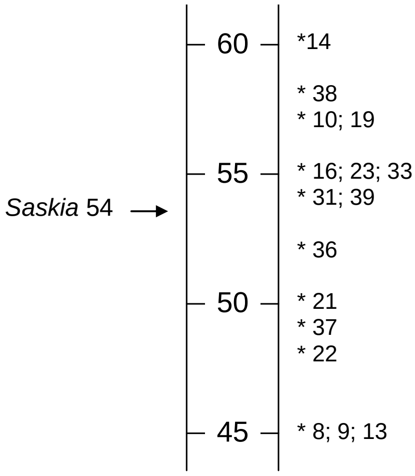


Abb. 6.1: *Ausschnitt aus der Skala des OTZ (nach VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 29)*

Mit dem OTZ soll das jeweilige Zahlbegriffsniveau der Kinder bestimmt werden. Dabei wird zwischen fünf Stufen differenziert: Niveau A entspricht einem guten bis sehr guten Ergebnis und umfasst Prozentrang (PR) 76-100, d. h. ein Kind mit diesem Resultat gehört zu den ca. 25 % der Besten seiner Altersgruppe (vgl. a.a.O., 27). Niveau B bedeutet befriedigend bis gut (PR 51-75), Niveau C (PR 26-50) mäßig bis befriedigend. Ein Kind, das Niveau D (PR 11-25) zuzuordnen ist, erreicht eine schwache bis mäßige Leistung. Niveau E entspricht Prozentrang 0-10 und bedeutet ein sehr schwaches bis schwaches Ergebnis (vgl. ebd.).

Der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung (OTZ) eignet sich für Kinder ab der Vorschule bis zu einem Alter von 7;6 Jahren. Daher bietet er sich als Instrument für die erste Messung in der geplanten Untersuchung besonders an. Er ist kindgerecht gestaltet und die Durchführungsdauer mit 25 bis 30 Minuten angemessen in Bezug auf die begrenzte Aufmerksamkeitsspanne der Schulanfänger. Sämtliche Gütekriterien wie Objektivität, Reliabilität und Validität sind erfüllt. Außerdem zählt der OTZ zu den Dyskalkulietests, d. h. er eignet sich insbesondere für die Früherkennung von Beeinträchtigungen der Zahlentwicklung, die zu einer Rechenstörung führen können (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005a, 58). Nachdem beim OTZ neben der Testform A eine Parallelform B vorliegt, ist eine Durchführung zum zweiten Testzeitpunkt möglich, sofern die Kinder die Altersgrenze noch nicht überschritten haben.

6.4.1.3 Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse (TEDI-MATH)

Der TEDI-MATH (Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse) beruht auf kognitiv-neuropsychologischen Theorien und dient der Feststellung numerischer und rechnerischer Fertigkeiten. Er umfasst insgesamt 28 Subtests, wobei die Aufgaben, die tatsächlich durchgeführt werden, abhängig sind vom Alter der Kinder (vgl. KAUFMANN [u.a.] 2009, 11). Der Gesamttestwert eignet sich zur Diagnostik von Rechenstörungen bzw. Dyskalkulie. Wenn aus Zeitgründen die Durchführung des gesamten Tests nicht möglich ist, kann auf eine sogenannte *Kernbatterie* zurückgegriffen werden, die sich aus einer reduzierten Anzahl von Subtests zusammensetzt. Mittels der Kernbatterie können ab dem Zeitpunkt der Einschulung zwei Komponenten erfasst werden, nämlich die Zahlenverarbeitung und das Rechnen. Zudem besteht für die jüngeren Kinder ein weiterer Leistungsbereich, der das Zählen und Zählprinzipien beinhaltet. Da der TEDI-MATH bereits im Kindergartenalter einsetzbar ist, eignet er sich besonders zur Früherkennung numerischer Stärken und Schwächen. Neben der Erstellung differenzierter Leistungsprofile ist eine Besonderheit des TEDI-MATH, dass bei einigen Subtests auch eine qualitative Leistungsbeurteilung vorgesehen ist. Dies ist für die Interventionsplanung sehr hilfreich (vgl. ebd.). Mit dem Verfahren können Interventionseffekte zudem quantitativ erfasst werden, wodurch sich die Wirksamkeit verschiedener Interventionsansätze vergleichen lässt. Der TEDI-MATH wurde an 873 deutschsprachigen Kindern normiert. Die Reliabilität des Gesamttestwerts der Kernbatterie ist zufriedenstellend, die Untertests weisen mittlere bis hohe Reliabilitätskennwerte auf (vgl. ebd.). Darüber hinaus „[…] besteht eine substantielle Korrelation des Gesamtwertes mit dem Lehrerurteil zur Mathematikleistung.“ (ebd.; Auslassung: A. L.).

Im Folgenden sollen die Untertests, die für Kinder der ersten Jahrgangsstufe zur Kernbatterie gehören, näher vorgestellt werden. Die Nummerierung wird dabei entsprechend des Testhandbuchs beibehalten, woraus sich ergibt, dass dem Untertest 1 bereits Untertest 4 folgt, da die Subtests 2 und 3 nicht zur Kernbatterie gehören.

– Untertest 1 *Zählprinzipien:* Der erste Untertest des TEDI-MATH bezieht sich auf Zählprinzipien. Diese Aufgaben gehören bis zum Ende der ersten Klasse zur Kernbatterie. Damit wird geprüft, ob das Kind die verbale Zählsequenz beherrscht (vgl. a.a.O., 92). Die Korrektheit der Zählwortfolge und der flexible Umgang damit werden getestet, z. B. durch Rückwärtszählen oder Zählen in Zweierschritten. Zu beachten ist, dass ein Kind, wenn es flüssig zählt, nicht unbedingt über eine Vorstellung bzgl. der Numerosität von Zahlen verfügt, also beispielsweise weiß, dass vier mehr sind als drei.

Die Ergebnisse der Untertests 4, 7, 11 und 12 ergeben zusammen einen Wert zur *Zahlenverarbeitung*. Wiederum werden nur die Subtests beschrieben, die Kinder der ersten Jahrgangsstufe im Rahmen der Kernbatterie lösen müssen.

– Untertest 4 *Größenvergleich arabische Zahlen:* Im Subtest *Größenvergleich Arabische Zahlen* werden dem Kind jeweils zwei Zahlen gezeigt, zunächst einstellige wie 2 und 6, später zweistellige wie 16 und 11. Schließlich werden auch drei- und vierstellige Zahlen präsentiert, z. B. 109 und 180 bzw. 2769 und 3451. Das Kind soll jeweils auf die größere der beiden Zahlen deuten, muss sie also nicht lesen können. Da die jüngeren Kinder die großen Zahlen noch nicht kennen, werden sie zum Raten aufgefordert (vgl. a.a.O., 93). Dadurch soll erfasst werden, „[…] wie gut das intuitive Zahlenverständnis ist." (ebd.; Auslassung: A. L.).

– Untertest 7 *Größenvergleich Zahlwörter:* Der Subtest *Größenvergleich Zahlwörter* überprüft analog zum Untertest 4 das Größenverständnis arabischer Zahlen. Hier werden die Zahlen jedoch nicht visuell dargeboten, sondern vom Testleiter gesprochen, d. h. es geht um die verbal-phonologische Modalität (vgl. ebd.).

– Untertest 11 *Zahlen schreiben nach Diktat* sowie Untertest 12 *Zahlen lesen:* Im Untertest 11 wird das Kind aufgefordert, Zahlen nach Diktat durch den Testleiter aufzuschreiben. Damit wird die Fähigkeit des Transkodierens bzw. des Umwandelns eines Zahlenformats in ein anderes erfasst. Im Untertest 11 erfolgt der Input in Form der gesprochenen Zahl, der Output stellt die geschriebene Zahl dar, beim Untertest 12 ist es umgekehrt, d. h. das Kind liest visuell präsentierte Zahlen laut vor. Insgesamt ist beim Transkodieren sowohl das Zahlenverständnis als auch die Zahlenproduktion angesprochen (vgl. a.a.O., 94).

Die Ergebnisse der nächsten Aufgaben, die vorgestellt werden, bilden zusammen einen Wert in der Komponente *Rechnen*. Auch die Multiplikation gehört dabei zur Kernbatterie für die erste Klasse, obwohl sie nicht zum Lehrplaninhalt zählt.

– Untertest 18 *Additive Zerlegung:* Der Untertest *Additive Zerlegung* überprüft das Teil-Ganzes-Prinzip, d. h. das Verständnis des Kindes, dass sich Zahlen aus anderen Zahlen zusammensetzen (vgl. a.a.O., 95).

– Untertest 20 *Addition*, Untertest 22 *Subtraktion* sowie Untertest 24 *Multiplikation:* Die drei Untertests zur *Addition*, *Subtraktion* und *Multiplikation* erfassen die „[…] symbolischen Rechenfertigkeiten bzw. das Rechnen mit arabischen Zahlen.“ (ebd.; Auslassung: A. L.). Die Aufgaben werden dem Kind vorgelegt, ggf. auch vorgelesen und das Kind nennt so schnell wie möglich die Lösung. Die Bearbeitungsgeschwindigkeit wird notiert, weil daraus hervorgeht, inwieweit das rechnerische Wissen bereits automatisiert ist (vgl. ebd.).

– Untertest 25 *Textaufgaben:* Im Subtest *Textaufgaben* müssen einfache Rechnungen gelöst werden, die in Form kurzer Rechengeschichten präsentiert werden. Das Kind kann mitlesen, in erster Linie liest jedoch der Testleiter die Aufgaben vor. Damit wird das angewandte rechnerische Wissen getestet sowie die Fähigkeit, wichtige von unwichtigen Informationen zu unterscheiden (vgl. ebd.).

– Untertest 26 *Kenntnisse arithmetischer Konzepte:* Dieser Untertest beinhaltet konzeptuelles arithmetisches Wissen. Dem Kind werden jeweils zwei Rechnungen visuell präsentiert, wobei eine Aufgabe bereits die Lösung enthält, die andere nicht. Ohne explizites Nachrechnen soll das Kind entscheiden, ob das Resultat der ersten Aufgabe für das Lösen der zweiten hilfreich ist (vgl. a.a.O., 96). Überprüft werden z. B. das Kommutativgesetz, die Inversionsregel (Addition/ Subtraktion) und die Regel, dass sich eine Multiplikation aus mehreren Additionen zusammensetzt (vgl. ebd.).

Ein Vorzug des TEDI-MATH gegenüber Jahrgangstests wie dem Deutschen Mathematiktest (DEMAT) besteht darin, dass am Ende ein Profil erstellt werden kann, das sowohl pränumerische als auch numerische Stärken und Schwächen des Kindes aufzeigt (vgl. DESOETE/ GRÉGOIRE 2006, 363). Der Vergleich zur entsprechenden Altersgruppe ist nicht das Hauptaugenmerk dieses Verfahrens. Vielmehr soll es gerade auch den Praktikern in der Schule eine gute Basis liefern, um darauf Fördermaßnahmen aufzubauen. In Deutschland ist der TEDI-MATH erst seit 2009 auf dem Markt, so dass er für die Studie nur für eine der späteren Messungen eingesetzt werden kann.

6.4.1.4 Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)

Die Reihe „Deutsche Mathematiktests (DEMAT)“, zu der der „DEMAT 1+“ (KRAJEWSKI/ KÜSPERT/ SCHNEIDER 2002a) gehört, liegt inzwischen für alle Klassenstufen von 1 bis 6 vor und bezieht sich auf die Lehrplaninhalte der deutschen Bundesländer. Der Test kann als Gruppenverfahren durchgeführt werden und differenziert gut auch im unteren Leistungsspektrum. Wird er als Einzeltest durchgeführt, ist ggf. die Durchführungsobjektivität nicht mehr gegeben (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005a, 53). Im Rahmen des geplanten Projekts besteht die Möglichkeit, die Kinder der beteiligten Klassen zum letzten Testzeitpunkt mit dem DEMAT 1+ zu testen, da zum einen die individuellen Fortschritte festgestellt werden können, zum anderen aber auch ein Vergleich zur Normierungsgruppe erfolgt. Da der DEMAT 1+ die Inhalte des Lehrplans der 1. Klasse abdeckt, kann außerdem analysiert werden, inwieweit die Kinder die Lehrplanvorgaben erfüllen.

Der DEMAT 1+ beinhaltet neun Aufgabenformate, die jeweils eine Seite umfassen. Folgende Bereiche werden überprüft:

- Mengen – Zahlen
- Zahlenraum
- Addition
- Subtraktion
- Zahlenzerlegung/ Zahlenergänzung
- Teil – Ganzes
- Kettenaufgaben
- Ungleichungen
- Sachaufgaben

Alle Aufgaben beziehen sich auf den Zahlenraum bis 20. Am Ende lässt sich für jedes Kind ein Ergebnisprofil erstellen, wodurch Kompetenzen und mögliche Ansatzpunkte für individuelle Fördermaßnahmen anschaulich werden (vgl. KRAJEWSKI/ KÜSPERT/ SCHNEIDER 2002a, 22).

Ein weiteres Verfahren, das zu den Dyskalkulietests zählt, ist die Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI). Die ZAREKI ist ein Einzeltestverfahren, das elf Subtests umfasst. Der Test enthält viele leichte Aufgaben, was zur Motivation der Kinder beiträgt und eine gute Differenzierung im unteren

Leistungsbereich ermöglicht. Daneben weist die ZAREKI jedoch einige Nachteile auf, z. B. sind die Gütekriterien nur eingeschränkt gegeben (vgl. JACOBS/ PETERMANN 2005a, 60f.). Des Weiteren erfolgte die Normierung nach Altersklassen, was folgenden Mangel birgt: Ein Achtjähriger könnte die zweite, dritte oder gar vierte Klasse besuchen, ausgewertet wird der Test anhand seines Alters. Dabei ist der Leistungsstand im Rechnen jedoch weniger bedingt durch das Alter als durch den behandelten Stoff bzw. die jeweilige Jahrgangsstufe. Außerdem ist fraglich, ob die Normen, die in der Schweiz erhoben wurden, ohne weiteres auf Deutschland zu übertragen sind.

Aufgrund der dargestellten Schwierigkeiten wird innerhalb dieser Studie dem DEMAT 1+ für die Abschlussmessung der Vorzug gegeben.

6.4.1.5 Zusammenfassung der eingesetzten Verfahren

Für die Untersuchung werden insgesamt vier Testverfahren verwendet, drei im mathematischen Bereich sowie ein Intelligenztestverfahren. Der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung, der TEDI-MATH sowie der DEMAT 1+ überprüfen Kompetenzen in Bezug auf Zahlbegriff, Zählen, Zahlenverarbeitung und Rechnen, während die Kaufman Assessment Battery for Children – kurz K-ABC – die kognitive Leistung der Kinder erfasst. Bei allen Verfahren handelt es sich um standardisierte Tests, die für den Einsatz bei Kindern mit Lernschwierigkeiten geeignet sind und die gut im unteren Leistungsbereich differenzieren.

6.4.2 Durchführung der Untersuchung

6.4.2.1 Vortest

Im Juni 2008 wurde in der Schule zur Lernförderung in Ingolstadt die Vorstudie durchgeführt. Mit der Untersuchung sollte überprüft werden, ob sich die diagnostischen Verfahren der Hauptstudie für Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten eignen. Ausgewählt wurden fünf Kinder aus zwei ersten Klassen, die von anderen Lehrkräften unterrichtet wurden als die Kinder der Hauptstudie im folgenden Schuljahr. Die Kinder wurden jeweils einzeln im eigens dafür vorgesehen ruhigen Test- bzw. Diagnostikraum der Schule überprüft und waren sehr motiviert. Ergebnis war, dass die Testverfahren zwar anspruchsvoll sind, sich aber durch die abwechslungsreiche Gestaltung gut für die Kinder eignen. Aufgrund der begrenzten Konzentrationsfähigkeit der Kinder sollte jedoch darauf geachtet werden, die Testdurchführungen nicht zu spät am Vormittag (z. B. nach drei Unterrichtsstunden) zu beginnen. Die vorgesehenen Durchführungszeiten für die Testverfahren mussten insgesamt etwas größer bemessen werden, da vor der eigentlichen Überprüfung einige Minuten zur Verfügung stehen sollten, die Kinder in einem Gespräch kennenzulernen. Außerdem waren die Zeiten einzuplanen, die Kinder ins Klassenzimmer – im anderen Stockwerk – zurückzubringen bzw. von dort abzuholen. Die Schüler zeigten sich alle sehr aufgeschlossen und neugierig.

Insgesamt stellte sich heraus, dass sich die vorgesehenen Methoden für die Schulanfänger gut eignen. Die Kinder der Hauptstudie würden zum ersten Untersuchungszeitpunkt erwartungsgemäß etwas jünger sein als die Kinder der Vorstudie, die bereits ca. 9 Monate die Schule besuchen, aber aufgrund der Altersangaben der Testverfahren ist diesbezüglich kein Problem zu erwarten.

6.4.2.2 Untersuchungszeitraum der Hauptuntersuchung

Zunächst wird im Sommer 2008 Kontakt zu Schulen aufgenommen, die prinzipiell für die Studie in Frage kommen. Bei einigen Montessori-Schulen wird deutlich, dass sie generell keine Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf aufnehmen, bei anderen gestaltet sich bereits die Kontaktaufnahme als schwierig bis unmöglich, weil am Ende des Schuljahres zuständige Personen nicht erreicht werden.

Schließlich stehen die drei Schulen fest, die die Studie unterstützen und teilnehmen wollen. Die beteiligten Lehrkräfte und Schulleitungen werden umfassend über das Untersuchungsvorhaben informiert und es erfolgt der Hinweis, dass sämtliche Ergebnisse nur anonymisiert dargestellt würden. Im September werden schließlich mit Beginn des neuen Schuljahres die Eltern mit einem Brief über das Projekt informiert und um ihr Einverständnis gebeten.

An mehreren Tagen von Mitte bis Ende Oktober finden jeweils am Vormittag zwischen 8 und 11.15 Uhr die ersten Testungen statt. Während bei den Kindern der Schule zur Lernförderung bereits Ergebnisse eines Intelligenztestverfahrens vorliegen, wird bei den Kindern der Montessori-Klassen als erstes die Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC) als Intelligenztest durchgeführt. Bei mehreren Kindern wird an den weiteren Tagen mit dem Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung das Niveau der Zahlbegriffsbildung erhoben. Dessen Ergebnisse sollen dazu dienen, zunächst die Kinder für den weiteren Verlauf der Studie auszuwählen sowie Vergleichswerte für die späteren Messungen während bzw. nach der Intervention zu liefern. Alle im Laufe der Zeit notwendigen Untersuchungen finden in der Schule zur Lernförderung im eigens dafür vorgesehenen Diagnostikraum statt. In der Montessori-Schule Clara Grundwald (CG) wird teilweise ein kleiner Fachraum, in dem sonst der Fremdsprachenunterricht stattfindet, einmal auch der Werkraum für die Diagnostik zur Verfügung gestellt. In beiden Räumen können die Untersuchungen ohne Störungen gut durchgeführt werden. Tische und Stühle sind jeweils ausreichend vorhanden. In der zweiten Montessori-Schule, der Johann-Michael-Sailer-Schule (JMS), ist es meist schwierig, einen freien Raum, der nicht für eine Differenzierungsgruppe genutzt wird, zu finden. Die Untersuchungen laufen deshalb in diversen Räumen bis hin zu einem kleinen Lehrerzimmer, jedoch weitgehend ungestört, ab.

Der zweite Testzeitpunkt, an dem die Parallelform des ersten Verfahrens zum Zahlbegriff durchgeführt wird, umfasst drei Tage im Februar 2009 – pro Schule gibt es einen Testtag. An vier Tagen im Juli gegen Ende des ersten Schuljahres finden die nächsten Untersuchungen statt. Es wird ein Tag mehr eingeplant, da das hierfür vorgesehene Testverfahren mehr Zeit in Anspruch nimmt und der Test für die Kinder nicht zu spät am Vormittag sein soll. Nach den Sommerferien werden im Oktober 2009 die Untersuchungen an insgesamt drei Tagen mit den letzten Messungen abgeschlossen. Da zuletzt ein Gruppentestverfahren Anwendung findet, das zudem nicht viel Zeit in Anspruch nimmt, gibt es wiederum einen Testtag pro Schule.

Die Kinder waren jeweils sehr motiviert, die Untersuchungsleiterin zu begleiten und vorzuweisen, was sie schon alles gelernt haben. Sie zeigten sich aufgeschlossen und ließen sich bereits auf dem Weg vom Klassenzimmer zum Testraum in ein lockeres Gespräch verwickeln. Die Untersuchungen fanden somit ausnahmslos in einer für die Kinder angenehmen Atmosphäre statt, in der sie sich angenommen und wertgeschätzt fühlten.

Da erst nach der ersten Untersuchung für die Studie geeignete Kinder ausgewählt werden sollten und für den Fall, dass Kinder ihre Klasse bzw. Schule vor Abschluss der Untersuchungen verlassen (durch Umzug, Umschulung etc.), werden in den zwei Montessori-Klassen insgesamt drei Kinder überprüft, in der Schule zur Lernförderung fünf.

6.4.2.3 Ablauf der Untersuchung

Mit jedem Kind werden insgesamt vier Untersuchungen durchgeführt. Für die Schüler der Montessori-Klassen kommt noch das Intelligenztestverfahren hinzu, d. h. es ergeben sich fünf Testeinheiten. Aufgrund der Dauer der einzelnen Verfahren soll bei keinem Kind mehr als ein Test pro Tag stattfinden.

Die Untersuchungen laufen jeweils nach den Anweisungen der entsprechenden Handbücher ab. Damit ist eine genaue Beschreibung der Durchführung an dieser Stelle überflüssig. Näheres ist bei der Beschreibung der einzelnen Verfahren nachzulesen (vgl. Kapitel 6.4.1).

6.4.3 Konkrete Auswahl der Stichprobe für die Studie

Wie im Abschnitt 6.3.4 bereits ausgeführt, wird in einer quasi-experimentellen Studie die Stichprobe gezielt bestimmt. Ziel ist es, die Kinder nach folgenden festgelegten Kriterien auszuwählen:

– Schulklasse/ Schulart: Jeweils zwei Kinder besuchen die erste Jahrgangsstufe einer Montessori-Schule, die Kontrollkinder eine Sonderpädagogische Diagnose- und Förderklasse (DFK) 1 in einer Schule zur Lernförderung bzw. einem SFZ;
– Intelligenz: Die Intelligenz der Kinder soll im durchschnittlichen Bereich liegen, das entspricht einem IQ zwischen 85 und 115. Erhoben wird die Intelligenz bei allen Kindern mit der Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC); diese ergibt zunächst Standardwerte, die anschließend in IQ-Punkte umgerechnet werden.
– Zahlbegriffsniveau: Die Kinder sollen ein vergleichbares unterdurchschnittliches Zahlbegriffsniveau aufweisen (Zahlbegriffsniveau D bzw. E im Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsbildung (OTZ)), da sich die Studie an Kinder mit Rechenschwierigkeiten richtet,
– Alter: Die Kinder der Studie sollen möglichst gleich alt sein. Für Schulanfänger in Bayern gilt generell folgende Regelung:

> „Mit Beginn des Schuljahres werden alle Kinder schulpflichtig, die bis zum 30. September sechs Jahre alt werden oder bereits einmal von der Aufnahme in die Grundschule zurückgestellt wurden.“ (BayEUG Art. 37 Abs. 1[39]).

[39] Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) (idF v. 31.5.2000) Art. 37

Wird in einem schulpsychologischen Gutachten bestätigt, dass zu erwarten ist, dass ein Kind mit Erfolg am Unterricht teilnehmen kann, ist eine frühere Einschulung auf Antrag der Eltern möglich (vgl. ebd.). Für Erstklässler der Sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklassen trifft diese letztgenannte Regelung i. d. R. nicht zu, sie sind meistens mindestens 6, teilweise bereits 7 Jahre alt, wenn sie einmal von der Aufnahme in die Grundschule zurückgestellt wurden. Die Kinder, die für die Studie ausgewählt werden, sollen sich in einem Alter zwischen 6;0 und max. 7;0 Jahren befinden.

– Geschlecht: Die Untersuchungsgruppe soll sich aus Mädchen und Jungen zusammensetzen. Am besten besuchen je ein Mädchen und ein Junge eine Montessori-Klasse, ein weiteres Mädchen und ein weiterer Junge als Kontrollkinder eine Schule zur Lernförderung bzw. ein SFZ. Dadurch lassen sich die Ergebnisse auch bezüglich des Geschlechts vergleichen.

– Dauer der Intervention: Die Kinder der Untersuchungsgruppe müssen jeweils von der ersten Erhebung bis zur letzten Untersuchung in der Klasse verbleiben, damit die Ergebnisse entsprechend auswertbar sind. Für den Fall, dass Kinder die Klasse wegen eines Umzugs o. ä. verlassen, sollen nach Möglichkeit die Daten zusätzlicher Kinder aufgenommen werden.

6.4.3.1 Niveau der Zahlbegriffsentwicklung der Kinder vor der Intervention (Ist-Stand)

An dieser Stelle werden die Ergebnisse des Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsbildung (OTZ) zum ersten Testzeitpunkt angeführt. In der Schule zur Lernförderung in der Diagnose- und Förderklasse werden insgesamt 9 Kinder überprüft mit folgenden Ergebnissen. Farbig hervorgehoben sind Kinder, die aufgrund ihrer Werte für die Studie in Frage kommen (Risikokinder):

t_1 Oktober 2008	Kind A	Kind B	Kind C	Kind D	Kind E	Kind F	Kind G	Kind H	Kind I
OTZ Kompetenz-ergebnis	54	51	55	60	70	66	58	63	66
OTZ Kompetenz-niveau	D	E	D	D	B	C	E	C	C
Prozentrang (PR)	11-25	0-10	11-25	11-25	51-75	26-50	0-10	26-50	26-50
Ergebnis	schwach bis mäßig	sehr schwach bis schwach	schwach bis mäßig	schwach bis mäßig	befriedigend bis gut	mäßig bis befriedigend	sehr schwach bis schwach	mäßig bis befriedigend	mäßig bis befriedigend

Tab. 6.3: *Ergebnisse OTZ zum ersten Testzeitpunkt – DFK, Okt. 2008*

In der Montessori-Schule Clara Grundwald (Mo CG) gibt es nur ein Mädchen, das durch schwächere Leistungen, insbesondere im mathematischen Bereich auffällt (Kind J). In der Johann-Michael-Sailer-Montessori-Schule (Mo JMS) werden durch die Lehrkraft mehrere Kinder (Kinder K bis O) für eine erste Überprüfung vorgeschlagen. Die Ergebnisse in beiden Montessori-Schulen fasst folgende Tabelle zusammen:

t_1 Oktober 2008	Kind J	Kind K	Kind L	Kind M	Kind N	Kind O
OTZ Kompetenz-ergebnis	54	75	69	63	59	77
OTZ Kompetenz-niveau	D	B	B	D	D	A
Prozentrang (PR)	11-25	51-75	51-75	11-25	11-25	76-100
Ergebnis	schwach bis mäßig	befriedigend bis gut	befriedigend bis gut	schwach bis mäßig	schwach bis mäßig	sehr gut

Tab. 6.4: *Ergebnisse OTZ zum ersten Testzeitpunkt – Mo (CG) sowie Mo (JMS), Okt. 2008*

An der Studie sollen Kinder beteiligt sein, die Schwierigkeiten im mathematischen Bereich zeigen. In Frage kommen demnach Kinder mit einem sehr schwachen bzw. schwachen bis mäßigen Ergebnis im OTZ, also Kinder mit dem Kompetenzniveau D oder E. Da in den Montessori-Klassen kein Kind über das Kompetenzniveau E verfügt, sollen auch in der DFK Kontrollkinder ausgewählt werden, deren Ergebnis dem Kompetenzniveau D entspricht. Dieses Niveau entspricht einem Prozentrang (PR) von 11-25, d. h., dass nur 11 bis 25 % der Vergleichsgruppe schlechter abschneiden. Das Ergebnis dieser Kinder gehört damit zu den ca. 15 %, die mehr als die schwächsten 10 %, aber weniger als 75% der Kinder in dieser Altersgruppe erreicht haben.

6.4.3.2 Parallelisierung der Kinderpaare

Mit der ersten Durchführung des OTZ wurden Risikokinder ermittelt (s. o.), die für die Studie in Frage kommen. Neben dem Niveau des Zahlbegriffs sollen zusätzlich die Kriterien Alter, Intelligenz und Geschlecht eine Rolle spielen. Die Kinder werden deshalb nach diesen Aspekten parallelisiert. Alle sind in der ersten Klasse, zwischen 6;0 und 7;4 Jahre alt. Aus Gesprächen mit den Lehrkräften ergibt sich, dass keines der Kinder neben der Schule Nachhilfe oder anderweitige Unterstützung wie Ergotherapie o. ä. erhält.

Anhand der Ergebnisse zur Entwicklung des Zahlbegriffs und des Intelligenztestverfahrens (K-ABC) lassen sich folgende Kinderpaare bilden:

Kinderpaar 1 (Mädchen):

	Kind 1 (Mo) - Linda*	Kontrollkind 1 (DFK) - Sandy*
Alter (1.10.2008)	6;0	6;1
K-ABC		
SED (Skala einzelheitlichen Denkens)	SW 103 ± 9	SW 82 ± 8
SGD (Skala ganzheitlichen Denkens)	SW 114 ± 9	SW 100 ± 8
SIF (Skala intellektueller Fähigkeiten)	SW 108 ± 8 IQ 112 ± 12 → Ø	SW 91 ± 6 IQ 86,5 ± 9 → Ø
FS (Fertigkeitenskala)	SW 83 ± 8 → unterdurchschnittlich	SW 74 ± 7 → sehr niedrig
Rechnen *(innerhalb der FS)*	SW 87 ± 8 → unterdurchschnittlich	SW 86 ± 8 → unterdurchschnittlich
**alle Namen wurden geändert*		

Tab. 6.5: *Ergebnisse der K-ABC des 1. Kinderpaares*

Kind 1 aus der Montessori-Klasse entspricht Kind K aus der Montessori-Klasse zum 1. Testzeitpunkt, Kontrollkind 1 entspricht Kind C aus der DFK. Bei den Jungen werden die Kinder D (DFK) und M (Montessori-Klasse) für die Studie ausgewählt.

Kinderpaar 2 (Jungen):

	Kind 2 (Mo) - Josua*	Kontrollkind 2 (DFK) - Manuel*
Alter (1.10.2008)	6;11	6;11
K-ABC		
SED (Skala einzelheitlichen Denkens)	SW 73 ± 8	SW 96 ± 7
SGD (Skala ganzheitlichen Denkens)	SW 73 ± 7	SW 86 ± 7
SIF (Skala intellektueller Fähigkeiten)	SW 73 ± 6 IQ 59,5 ± 9 → sehr niedrig	SW 90 ± 7 IQ 85 ± 10,5 → gerade unter dem Durchschnitt
FS (Fertigkeitenskala)	SW 88 ± 4 → unterdurchschnittlich	SW 80 ± 7 → sehr niedrig
Rechnen *(innerhalb der FS)*	SW 89 ± 9 → unterdurchschnittlich	SW 83 ± 7 → sehr niedrig
**alle Namen wurden geändert*		

Tab. 6.6: *Ergebnisse der K-ABC des 2. Kinderpaares*

Beim Vergleich der Ausgangsbedingungen der Kinder zeigt sich, dass sich Kind 1 (Linda) sowie Kontrollkind 1 (Sandy) im durchschnittlichen Bereich (SW 90-110) befinden, was die Skala der intellektuellen Fähigkeiten (SIF) betrifft. Das Kontrollkind 2 (Manuel) weist einen leicht unterdurchschnittlichen Wert auf, Kind 2 (Josua) der Montessori-Klasse einen weit unterdurchschnittlichen Wert. Da aufgrund der Ergebnisse im OTZ keine anderen Jungen in den ausgewählten Montessori-Klassen für die Studie besser geeignet sind, wird er dennoch in die Stichprobe einbezogen.

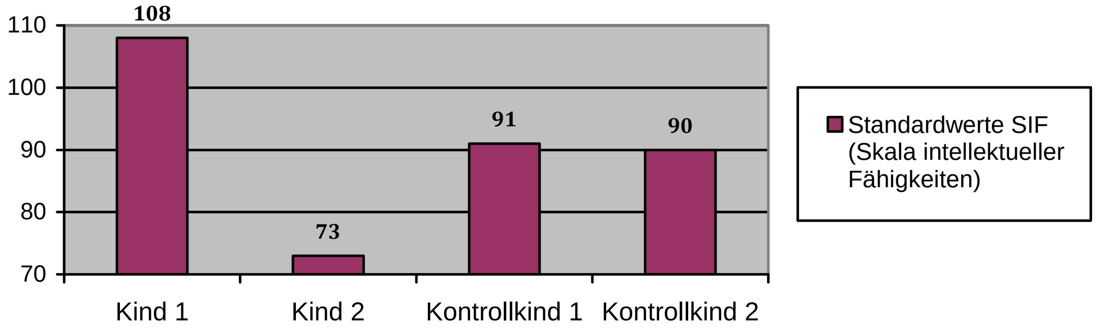


Abb. 6.2: *Standardwerte Skala intellektueller Fähigkeiten (SIF)*

Da sich mathematische Kompetenzen besser anhand des Vorwissens vorhersagen lassen als in Bezug auf die Intelligenz (vgl. KRAJEWSKI/ KÜSPERT/ SCHNEIDER 2002a, 12; SODIAN 2008, 462; STERN 2003, 207), gewinnt das Ergebnis der Fertigkeitenskala in der K-ABC mehr an Wert. Dort liegen alle vier Kinder im unterdurchschnittlichen bis weit unterdurchschnittlichen Bereich. Die niedrigeren Werte erreichen dort jedoch die beiden Kontrollkinder in der sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklasse (DFK).

Ein Teilbereich innerhalb der Fertigkeitenskala ist das Rechnen. Dort schneiden wiederum drei Kinder unterdurchschnittlich ab, der Junge der DFK erzielt ein weit unterdurchschnittliches Ergebnis. Insgesamt sind die Ergebnisse hier jedoch weniger heterogen als bezogen auf die Skala intellektueller Fähigkeiten.

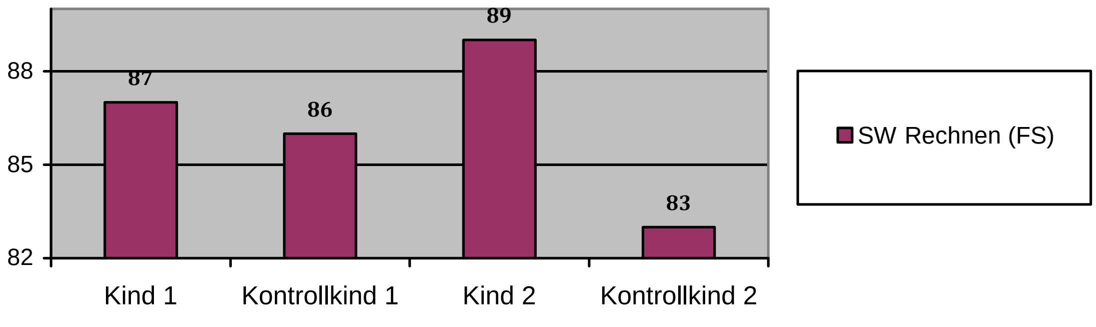


Abb. 6.3: *Standardwerte Rechnen innerhalb der Fertigkeitenskala (FS)*

6.4.4 Auswertung der Verfahren

Alle durchgeführten Verfahren werden von der Untersuchungsleiterin selbst mit Hilfe der jeweiligen Handbücher ausgewertet. Auch Prozentränge werden – soweit vorgesehen – berechnet und angegeben. Aufgrund der kleinen Stichprobe werden keine weiteren statistischen Methoden angewendet, da sie über keine Aussagekraft verfügen.

Im Rahmen dieser Studie kann es mit der geringen Anzahl teilnehmender Kinder nicht um statistisch relevante Aussagen gehen. Vielmehr soll geprüft werden, ob sich die ausgewählten Verfahren sowie das Design prinzipiell eignen, die relevanten Fragestellungen zu klären. Die Zahlen, die sich ergeben, können somit nur erste Anhaltspunkte darstellen und gewisse Tendenzen aufzeigen. In einer größer angelegten Studie könnten diese dann entsprechend überprüft werden.

6.5 Beschreibung der Intervention

Da die Intervention nicht von der Untersuchungsleiterin selbst durchgeführt wird, weil das zeitlich und organisatorisch nicht zu bewerkstelligen ist, soll im Folgenden eine genaue Beschreibung des Mathematikunterrichts erfolgen. Zunächst geht es um den Ablauf des Mathematikunterrichts in den ersten Klassen der beiden Montessori-Schulen. Da dieser in weiten Zügen identisch ist, erfolgt die Darstellung nicht differenziert nach den beiden Schulen. Falls wesentliche Unterschiede auftreten, werden diese getrennt aufgeführt. Im Anschluss daran wird der Erstrechenunterricht an der Schule zur Lernförderung erläutert, den die Kinder der Kontrollgruppe erfahren.

6.5.1 Mathematikunterricht in der ersten Klasse der Montessori-Schulen

Die Angaben zum Mathematikunterricht in den ersten Klassen der Montessori-Schulen werden im Gespräch mit den jeweiligen Lehrkräften erhoben.

Übereinstimmend wird von den beiden Lehrerinnen genannt:

– Grundlage des Mathematikunterrichts in der Montessori-Schule stellt der Bayerische Lehrplan für die Grundschule dar.

– Im Unterschied zur Schule zur Lernförderung oder Grundschulen generell werden in der Montessori-Schule keine Trimesterpläne erstellt, woraus ersichtlich ist, zu welchem Zeitraum welche Inhalte angeboten werden. Dies ist bedingt durch die starke Orientierung am Kind, d. h. es gibt z. B. keine Begrenzung auf gewisse Zahlenräume. Der Lehrplan beschreibt eher eine Art Mindestanforderung und es kann sein, dass ein Kind in der zweiten Klasse auf dem Schachbrett der Multiplikation Malaufgaben im Zahlenraum bis zur Million löst.

– In beiden Montessori-Klassen ist die Freiarbeit ein zentrales Element und Kernstück des Unterrichts. Die Mathematikstunden haben deshalb keinen festen Platz im Stundenplan, z. B. am Montag in der zweiten Stunde, sondern sind integriert in die Freiarbeitsphasen im Laufe des Vormittags. Dies findet man so auch in der Literatur:

> „Schon auf Grund der großen Heterogenität der Lerngruppen durch jahrgangsübergreifende Klassen […], natürliche unterschiedliche Leistungsstände, vielfach auch Integration von behinderten Kindern verbietet sich in Montessori-Schulen ein gleichschrittiges Mathematiklernen, bei dem Frontalunterricht und lehrerzentrierte Phasen vorherrschende Bestandteile der Unterrichtsorganisation sind.“ (BRAND 2008, 117; Auslassung: A. L.).

Wiederum in beiden Montessori-Klassen gilt die Regel, dass jedes Kind in einer Freiarbeitsphase auf jeden Fall eine Deutsch- und eine Mathematikarbeit erledigen muss. Es kommt also nicht vor, dass sich ein Kind in einer Woche z. B. nur mit Lesen und Schreiben beschäftigt ohne zu rechnen.

– Generell werden in den Eingangsklassen der Montessori-Schulen die ersten Materialien eingeführt, die im Kapitel 3.2.6.3 vorgestellt wurden und zwar bis zum Goldenen Perlenmaterial. Die Kinder lernen also den Zahlenraum bis 1000 kennen, wobei sie noch nicht die richtigen Zahlennamen lernen. Die Zahl 283 wird beispielsweise gesprochen als 2 Hunderter, 8 Zehner, 3 Einer.

– Anhand des Perlenmaterials werden in jedem Fall auch die Operationen der Addition und Subtraktion eingeführt, i. d. R. darüber hinaus auch die Multiplikation und Division.

– Zusätzlich zu den aufgeführten Materialien werden noch die bunten Perlenstangen[40] verwendet, wo jeder Zahl von 1 bis 10 eine Perlenstange in einer bestimmten Farbe

[40] feste Perlen, Kunststoff, Art.-Nr. 0.190.00 (Firma Nienhuis, URL: http://www.nienhuis.com/de/; letzter Zugriff: 20.03.2012)

zugeordnet ist. Die Einerperle ist rot, die Zweierperlenstange für die Zahl Zwei ist grün, die Drei ist rosa, die Vier gelb, die Fünf hellblau, die Sechs lila, die Sieben weiß, die Acht braun, die Neun dunkelblau. Zehner sind – wie im Goldenen Perlenmaterial – goldfarben. Mit diesem Material lassen sich alle Aufgaben im Zahlenraum bis 20 legen und zählend lösen.

Abb. 6.4: *Bunte Perlenstangen*

Die Kinder zählen anfangs die Perlenketten ab, sollen aber bald erkennen bzw. wissen, dass z. B. die gelbe Perlenstange aus vier Perlen besteht, ohne sie abzuzählen.

- In beiden Klassen sind zwei Pädagogen tätig. In der einen ist es die Klasslehrkraft und eine weitere Grundschullehrerin, in der anderen ist die zweite Kraft eine Erzieherin. Das bedeutet, dass in der Freiarbeitsphase immer die Möglichkeit besteht, dass sich ein Erwachsener individuell mit einer kleinen Gruppe von Kindern oder einem einzelnen befassen kann.
- Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Montessori-Klassen besteht darin, dass in einem Fall jahrgangsübergreifend gearbeitet wird, d. h. es befinden sich nur 5 Erstklässler in der Klasse, außerdem jeweils ca. 4-6 Kinder aus den Jahrgangsstufen 2-4. Im zweiten Fall besuchen 24 Erstklässler die Klasse.

6.5.2 Mathematikunterricht in der Sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklasse 1

Um den Mathematikunterricht in der DFK 1 darzustellen, eignen sich besonders die Trimesterpläne, die die Lehrkraft für das Schuljahr erstellt. Der erste Trimesterplan umfasst die Inhalte von Schuljahresbeginn im September bis Weihnachten, der zweite die folgenden Monate bis zu den Osterferien, der dritte Trimesterplan beinhaltet den Unterrichtsstoff bis zum Schuljahresende im Juli.

6.5.2.1 Inhalte des Mathematikunterrichts im ersten Trimester

Im September geht es im Mathematikunterricht der DFK 1 um die Lernplanziele Raumerfahrung und Raumvorstellung im Bereich Geometrie (vgl. BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS 2000, 89), außerdem um die Lebenswelt der Kinder im Hinblick auf Zahlen (Abschnitt 1.2.1 im Lehrplan) (vgl. a.a.O., 90). Im Folgenden werden nur die Bereiche näher aufgeführt, die entweder aus dem Lehrplanbereich *1.2 Zahlen* bzw. *1.3 Rechnen* stammen, da diese im Rahmen der Studie von Interesse sind. Die anderen werden in Klammern und Kursivdruck in der linken Spalte ohne nähere Ausführungen in der zweiten Spalte erwähnt.

September 2008	
(1.1.1 Raumerfahrung und Raumvorstellung) 1.2.1 Zahlen aus der Lebenswelt entdecken und deuten	– Bezeichnung der Klasse (1a) – Geburtsdaten – Kalender – Datum
Oktober 2008	
1.2.1 Zahlen aus der Lebenswelt entdecken und deuten - Mengen bilden und auszählen - Mengen durch 1:1-Zuordnungen vergleichen - Die Ziffern von 0 bis 9 lesen und schreiben - Elemente von Mengen durch grafische Zeichen darstellen, zählen und Anzahlen vergleichen	– natürliche Zählanlässe anbieten (Kinder zählen, Mädchen, Buben...) – Mengen vielfältig handelnd bilden (bauen, legen, stempeln, zeichnen...) – Anzahl klatschen, klopfen u. ä. – unterschiedliche Mengendarstellungen (Bilder, Punkte, Plättchen...) – Mengen vergleichen – Zählraum individuell festlegen – Zahlen den Mengen zuordnen – Zahlen lesen, ordnen, schreiben – Gegenstandsvertreter finden – Strichlisten führen
1.2.2 Zahlen erfassen und auf verschiedene Weise darstellen - Anzahlen bestimmen	– akustisch: Trommelschläge hören u. ä. – optisch: Mengen am Overheadprojektor abzählen u. ä. – taktil: im Tastsack Anzahl bestimmen u. ä.
1.2.4 Zahlen und Rechenausdrücke vergleichen - Zahlen und Größen vergleichen Zeichen <, >, =	– Mengen nach der Anzahl vergleichen – Symbole einführen
November 2008	
1.2.4 Größen vergleichen – Begriffe: größer – kleiner; länger – kürzer	– Personen/ Gegenstände nach der Größe/ Länge vergleichen – entsprechende Symbole zuordnen
1.2.3 Zahlen bis 3 zerlegen – verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren	– handelnd mit Gegenständen, Zerlegeschachtel, Steckwürfeln u. ä. eigene Möglichkeiten finden lassen

Dezember 2008	
1.2.3 Zahlen bis 3 zerlegen – verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen – bis 3 addieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung – Tauschaufgaben der Addition bilden	– vgl. November – zu konkreten Handlungen Gleichungen notieren – Darstellungsebenen miteinander verknüpfen 2+1=3, 1+2=3 – Darstellungen im Heft festhalten
1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen – Addition und Subtraktion verschieden darstellen – durch Handlung/ zeichnerisch/ +,- Zeichen	– konkret handelnd → verbalisieren – Plus- /Minus- Ergänzungsgeschichten finden lassen – auf unterschiedliche Weise darstellen – (handeln, bauen, legen, zeichnen, stempeln...)

Tab. 6.7: *Trimesterplan 1 – September bis Dezember 2008*

6.5.2.2 Inhalte des Mathematikunterrichts im zweiten Trimester

Im zweiten Trimester stehen wiederum v. a. Inhalte aus den Themenbereichen Zahlen (1.2) bzw. Rechnen (1.3) im Vordergrund. Im Februar gibt es zusätzlich Unterrichtseinheiten zur Geometrie, die an dieser Stelle nicht näher aufgeführt sind. Ebenso nicht ausführlich angegeben sind Inhalte zur Sachbezogenen Mathematik, die im März Thema sind.

Januar 2009	
1.2.3 Zahlen bis 5 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 5 addieren	– vgl. November – zu konkreten Handlungen Gleichungen notieren – Darstellungsebenen miteinander verknüpfen 2+1=3, 1+2=3 – auf unterschiedliche Weise darstellen (handeln, bauen, legen, zeichnen, stempeln...) – Darstellungen im Heft festhalten
1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden	– Zeichen <, >, = wiederholen – auf richtige Verbalisierung achten
1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen: durch Handlung/ zeichnerisch/ +,- Zeichen	– zeitlich sukzessiven und räumlich simultanen Aspekt berücksichtigen – Operationen am Zahlenstrahl als Vorwärts-/ Rückwärtsbewegung darstellen – handelnd am Zahlenstrahl, mit Bildern, mit mathematischen Symbolen
Februar 2009	
1.2.3 Zahlen bis 6 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 6 addieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen *(1.1.2 Flächenformen)*	– vgl. Januar

März 2009	
1.2.3 Zahlen bis 7 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 7 addieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen *(1.4.2 Arbeit an Sachsituationen)*	– vgl. Januar
April 2009	
1.2.3 Zahlen bis 8 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 8 addieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Nachbaraufgaben anwenden 1.2.4 Zahlen und Rechenausdrücke bis 8 vergleichen und ordnen - Zahlen ordnen, Zahlenfolgen bilden und darstellen	– vgl. Januar – Nachbaraufgaben lösen (2+1= , 3+1=) – mit didaktischem Material legen – wenn möglich: Regel ableiten – Simultanerfassung üben – Zahlen in auf- und absteigender Reihe ordnen – Zahlenfolgen bilden – Unterstützung auf dem Zahlenstrahl

Tab. 6.8: *Trimesterplan 2 – Januar bis April 2009*

6.5.2.3 Inhalte des Mathematikunterrichts im dritten Trimester

Abgesehen vom Juli, wo eine kleine Einheit zum Sachrechnen geplant ist, erfolgen im dritten Trimester sonst ausschließlich Inhalte zu den Themen Zahlen bzw. Rechnen.

Mai 2009	
1.2.3 Zahlen bis 9 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 9 addieren, subtrahieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Nachbaraufgaben anwenden	– vgl. Januar – Nachbaraufgaben lösen (2+1= , 3+1=) – mit didaktischem Material legen – Rechnen mit dem Abacus – wenn möglich: Regel ableiten

1.2.4 Zahlen und Rechenausdrücke bis 9 vergleichen und ordnen - Zahlen ordnen, Zahlenfolgen bilden und darstellen	– Simultanerfassung üben – Zahlen in auf- und absteigender Reihe ordnen – Zahlenfolgen bilden – Unterstützung auf dem Zahlenstrahl
Juni 2009	
1.2.3 Zahlen bis 10 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 10 addieren, subtrahieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung 1.2.4 Zahlen und Rechenausdrücke bis 10 vergleichen und ordnen - Zahlen ordnen, Zahlenfolgen bilden und darstellen	– vgl. Januar – Rechnen mit dem Abacus – wenn möglich: Regel ableiten – das Doppelte – die Hälfte – Umkehraufgaben verschieden notieren – Rechenwege beschreiben – Rechenstrategien beschreiben – Budenberg Übungsprogramme – Simultanerfassung üben – Zahlen in auf- und absteigender Reihe ordnen – Zahlenfolgen bilden – Unterstützung auf dem Zahlenstrahl
Juli 2009	
1.2.3 Zahlen bis 10 zerlegen - verschiedene Zerlegungen entdecken und mit dem Zeichen „+“ notieren 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - bis 10 addieren, subtrahieren 1.3.2 Einspluseinssätze und deren Umkehrung - Tauschaufgaben der Addition bilden 1.3.1 Addition und Subtraktion verstehen - Addition und Subtraktion verschieden darstellen *(1.4.2 Arbeit an Sachsituationen)*	– Weiterführung Vormonat

Tab. 6.9: *Trimesterplan 3 – Mai bis Juli 2009*

6.5.3 Zusammenfassung der Intervention

In beiden Klassen gilt der Lehrplan für die bayerische Grundschule. Die Inhalte der ersten beiden Jahrgangsstufen verteilen sich allerdings in der Schule zur Lernförderung auf drei Jahre. Es ist also zu erwarten, dass in der ersten Klasse der Montessori-Schule bereits mehr Inhalte, z. B. ein größerer Zahlenraum, in Mathematik behandelt werden. Dies bestätigt auch der Inhalt der Trimesterpläne der DFK.

6.6 Ergebnisdarstellung und Interpretation

Im Folgenden werden alle Ergebnisse der Testverfahren dargestellt, die zu den insgesamt vier Testzeitpunkten durchgeführt wurden. Da die Kinder für die Studie nach der ersten Messung mit dem OTZ ausgewählt wurden, beziehen sich die Ausführungen auf diese vier Kinder, einen Jungen und ein Mädchen in einer Montessori-Klasse sowie die beiden Kontrollkinder aus der DFK 1. Im Anschluss an die einzelnen Ergebnisse erfolgt in einem zweiten Abschnitt deren Interpretation, damit die Darstellung und Deutung nicht zu weit auseinanderliegen.

Sowohl bei der Ergebnisdarstellung als auch bei der Interpretation wird differenziert zwischen den Ergebnissen zum Zahlbegriff, zu den Zählfertigkeiten, zur Zahlenverarbeitung sowie zur Rechenleistung. Damit lassen sich die Resultate auch in Bezug auf die Fragestellungen bzw. Hypothesen betrachten. Entsprechend der Durchführungsreihenfolge werden als erstes die Ergebnisse zum Zahlbegriff in den Blick genommen.

Des Weiteren sei noch angemerkt, dass aufgrund der verschiedenen Testverfahren häufig keine direkten Vergleiche zwischen den einzelnen Testzeitpunkten erfolgen können. Von einer positiven Wirkung des Einsatzes des Montessori-Materials soll dann ausgegangen werden, wenn die Kinder in einem der standardisierten Verfahren nicht im kritischen Bereich von PR ≤ 10 bzw. PR ≤ 25 liegen. Wie KAUFMANN [u.a] anführen, ermöglicht der TEDI-MATH eine Auswertung auch mit dem großzügigeren Cut-off-Wert von PR ≤ 25. Das soll insbesondere dazu dienen, dass Kinder mit einem PR knapp über 10 möglicherweise nicht als Risikokinder erkannt werden, weil das Diagnosekriterium von PR ≤ 10 den Standardmessfehler des Verfahrens nicht berücksichtigt (vgl. KAUFMANN [u.a] 2009, 91).

6.6.1 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse zum Zahlbegriff

6.6.1.1 Darstellung der Ergebnisse zum Zahlbegriff nach dem ersten Testzeitpunkt (Ist-Stand)

Aus allen Kindern, deren Kompetenz in Bezug auf den Zahlbegriff im Oktober 2008 erhoben wird, wurden folgende vier ausgewählt: Linda, Josua, Sandy und Manuel (Namen alle geändert) (vgl. Kapitel 6.4.3.1 bzw. 6.4.3.2). Die Ergebnisse werden hier noch einmal aufgeführt. Als erstes sind jeweils die Kinder der Montessori-Klasse genannt, danach die beiden Kontrollkinder aus der DFK:

t_1 Oktober 2008: OTZ	Linda (Mo)	Josua (Mo)	Sandy (DFK)	Manuel (DFK)
Alter am Testtag:	6;1	7;0	6;2	6;11
Kompetenzergebnis	58	63	55	60
Kompetenzniveau	D	D	D	D
Prozentrang (PR)	11-25	11-25	11-25	11-25

Tab. 6.10: *Ergebnisse OTZ zum ersten Testzeitpunkt – Stichprobe – Okt. 2008*

6.6.1.2 Interpretation der Ergebnisse zum Zahlbegriff nach dem ersten Testzeitpunkt (Ist-Stand)

Es zeigt sich, dass nach der ersten Erhebung alle Kinder bezüglich des Zahlbegriffs über eine vergleichbare Ausgangslage verfügen. Ein Prozentrang von 11-25 zeigt ein schwaches bis mäßiges Ergebnis (vgl. VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 27). Das Ergebnis der Kinder gehört damit „[…] zu den ca. 15 %, die mehr als die schwächsten 10%, aber weniger als 75 % der Kinder in dieser Altersgruppe erreicht haben […]“ (ebd.; Auslassungen: A. L.). Die Kinder sind zwar zwei verschiedenen Altersgruppen zuzuordnen, gehören mit ihrem Ergebnis aber alle zur Risikogruppe, Rechenschwierigkeiten zu entwickeln. Die Autoren schlagen vor, dass möglicherweise für diese Kinder „[…] eine besondere Förderung in Form eines (kurzen) Förderprogramms angezeigt […]“ (a.a.O., 28; Auslassungen: A. L.) sei.

6.6.1.3 Darstellung der Ergebnisse zum Zahlbegriff nach dem zweiten Testzeitpunkt

Nach dem ersten Testzeitpunkt nehmen die Kinder am regulären Mathematikunterricht in ihrer Klasse teil: Zwei Kinder werden in der sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklasse unterrichtet, die beiden Kinder aus den Montessori-Klassen arbeiten mit den Materialien MONTESSORIS. Mitte Februar 2009 – also am Ende des ersten Schulhalbjahres – erfolgt dann eine weitere Messung. Hier wird zum zweiten Mal der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung eingesetzt, allerdings in der Parallelform B. Die Tabelle stellt die Ergebnisse der Kinder dar.

t_2 Februar 2009: OTZ	Linda (Mo)	Josua (Mo)	Sandy (DFK)	Manuel (DFK)
Alter am Testtag:	6;5	7;3	6;5	7;3
Kompetenzergebnis	65	64	69	62
Kompetenzniveau	**B**	D	**B**	D
Prozentrang (PR)	51-75	11-25	51-75	11-25

Tab. 6.11: *Ergebnisse OTZ zum zweiten Testzeitpunkt – Feb. 2009*

6.6.1.4 Interpretation der Ergebnisse zum Zahlbegriff nach dem zweiten Testzeitpunkt

Um das Niveau des Zahlbegriffs der Kinder festzustellen, wurde sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt der OTZ durchgeführt. Dies sind die Kompetenzergebnisse in der Übersicht, in Klammern findet sich jeweils das damit erzielte Zahlbegriffsniveau:

OTZ	Kompetenzergebnis (Kompetenzniveau)	
	t_1 – Okt. 2008	t_2 – Feb. 2009
Linda (Mo)	58 (D)	65 (**B**)
Josua (Mo)	63 (D)	64 (D)
Sandy (DFK)	55 (D)	69 (**B**)
Manuel (DFK)	60 (D)	62 (D)

Tab. 6.12: *Vergleich der Ergebnisse des OTZ*

An den absoluten Werten ist abzulesen, dass sich alle Kinder vom 1. zum 2. Testzeitpunkt verbessern können. Generell ist das angesichts des Zeitfensters von einigen Monaten auf die natürliche kindliche Entwicklung zurückzuführen (vgl. KRAJEWSKI/ NIEDING/ SCHNEIDER 2008, 144). Da sich die Jungen im Kompetenzergebnis nur um einen (Josua) bis zwei (Manuel) Skalenpunkte verbessern, ändert sich dadurch nichts am erreichten Kompetenzniveau (D). In Prozenträngen angegeben entspricht dieses Niveau PR 11-25, d. h. 75 % der Kinder der Vergleichsgruppe erzielen ein besseres Resultat. Im Unterschied dazu verbessern sich beide Mädchen jeweils um zwei Niveaustufen vom Zahlbegriffsniveau D auf B, was eine beachtliche Leistungssteigerung darstellt. Das Kompetenzniveau B entspricht einem Prozentrang von 51-75 und damit einem befriedigenden bis guten Resultat (vgl. VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 27). Die Mädchen gehören damit zu den 25 % ihrer Altersgruppe, die gerade über dem Durchschnitt liegen (vgl. ebd.).

Unten stehende Abbildung veranschaulicht die Veränderung der Werte vom 1. zum 2. Testzeitpunkt, insbesondere die Verbesserung von Sandy in der DFK ist sehr deutlich:

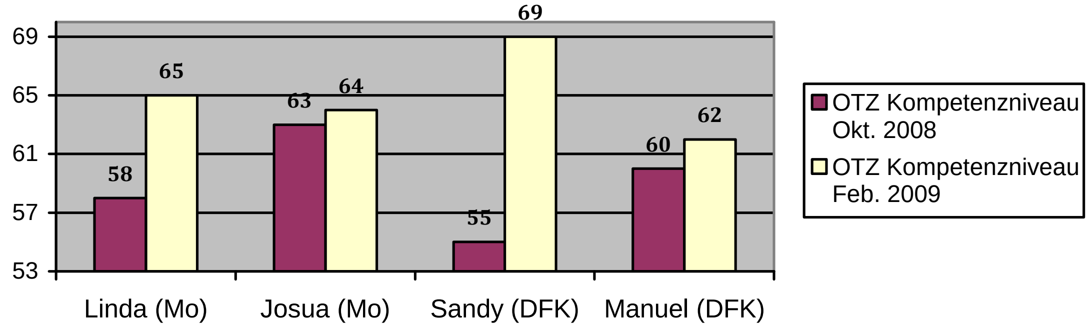


Abb. 6.5: *Veränderungen zum 2. Messzeitpunkt*

Damit zeigt sich, dass die erreichten Werte wohl unabhängig sind von der Unterrichtung in einer Montessori-Klasse bzw. der DFK, weil die zwei Kinder, die sich stark verbessern, unterschiedliche Schulen besuchen. Das Mädchen, das sich am meisten verbessert, wird in der DFK unterrichtet. Eher scheint das Ergebnis mit dem Alter zusammenzuhängen: zum ersten Testzeitpunkt sind die beiden Mädchen 6;1 bzw. 6;2 Jahre alt, die beiden Jungen bereits 6;11 bzw. 7;0 Jahre. Nachdem der OTZ Leistungen überprüft, die sich v. a. auf vorschulisches Wissen beziehen, ergibt sich bei den jüngeren Kindern eine deutliche Steigerung, während die Siebenjährigen auf ihrem Niveau stagnieren. Das bestätigt die Angaben des Testmanuals, denn dort heißt es:

> „Speziell beim Zählen ist bis zum Alter von etwa sieben Jahren eine deutliche Entwicklung zu erkennen; […]“ (VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 8; Auslassung: A. L.).

Der Unterschied könnte auch darin begründet sein, dass eine Förderung jeweils möglichst früh beginnen muss und die beiden jüngeren Mädchen sich deshalb viel mehr steigern können. Wenig wahrscheinlich ist es, dass es sich um einen geschlechtsspezifischen Unterschied handelt.

6.6.2 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse zu den Zählprinzipien

Die Zählfertigkeiten der Kinder werden zum dritten Testzeitpunkt t_3 (Juli 2009) mit dem TEDI-MATH erhoben. Dieser bietet einen Aufgabenkomplex, der sich auf Zählprinzipien bezieht. Außerdem wird ein fakultativer Untertest (*Abzählen*) durchgeführt, bei dem innerhalb der einzelnen Aufgaben verschiedene Tiere abgezählt werden müssen. Dabei wird über das einfache Zählen hinaus erfragt, ob es z. B. genauso viele sind, wenn auf der anderen Seite der Reihe zu zählen begonnen wird. Auch wird beobachtet, ob die Kinder die einzelnen Elemente berühren. Zu betonen ist an dieser Stelle, dass der Subtest *Abzählen* kein Teil der Aufgabensammlung zu den Zählprinzipien ist, sondern einen Zusatzwert bietet.

Beim TEDI-MATH werden neben den Prozenträngen C-Werte angegeben.

> „C-Werte stellen eine recht grobe Normierungsart dar, mit einem Mittelwert von 5 und einer Standardabweichung von 2. C-Normen werden verwendet, wenn der zugehörige Rohwertbereich selbst ebenfalls wenig differenziert ist." (KAUFMANN [u.a.] 2009, 87).

Die Angabe von C-Werten kann nur für Untertests der Kernbatterie erfolgen, Werte aus zusätzlichen Subtests sind dann jeweils als Prozentrang abzulesen (vgl. ebd.). Bei der Ergebnisdarstellung in dieser Arbeit werden beide Werte angegeben, soweit sie verfügbar sind.

6.6.2.1 Darstellung der Ergebnisse zu den Zählprinzipien nach dem dritten Testzeitpunkt

Die Kinder erreichen in der Gesamtkomponente Zählprinzipien bzw. im Untertest *Abzählen* folgende Werte. C-Werte werden für den Subtest *Abzählen* nicht angegeben, da er nicht zur Kernbatterie zu rechnen ist.

t_3 Juli 2009	Linda (Mo)		Josua (Mo)		Sandy (DFK)		Manuel (DFK)	
TEDI-MATH	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR
Gesamtkomponente Zählprinzipien	1	0	5	46	4	26	1	0
Untertest Abzählen	--	26	--	6	--	26	--	12

Tab. 6.13: *Teil-Ergebnisse TEDI-MATH (Zählprinzipien bzw. Abzählen) zum dritten Testzeitpunkt – Juli 2009*

6.6.2.2 Interpretation der Ergebnisse zu den Zählprinzipien nach dem dritten Testzeitpunkt

Innerhalb der Gesamtkomponente der Zählprinzipien ergibt sich ein uneinheitliches Bild: Mit einem Prozentrang von 0 fallen sowohl das Mädchen aus der Montessori-Klasse als auch der Junge aus der DFK auf, während das Mädchen der DFK einen PR von 26 erreicht, der Junge der Montessori-Klasse einen PR von 46.

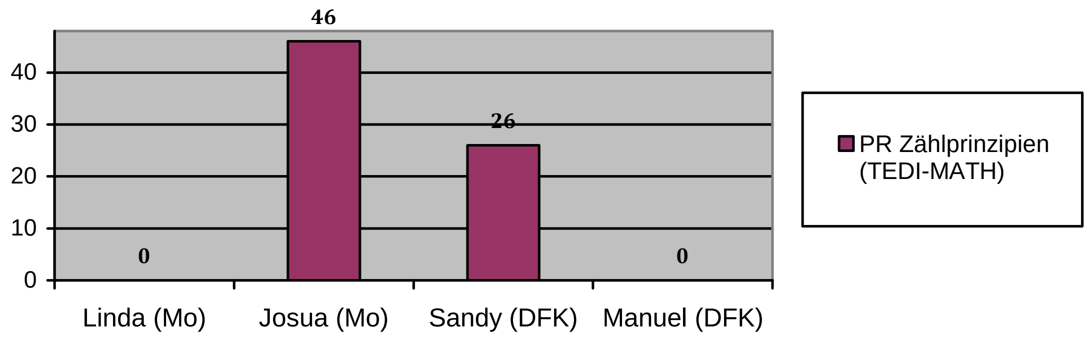


Abb. 6.6: *Prozentränge zu den Zählprinzipien (TEDI-MATH) - Juli 2009*

Wiederum lassen sich diese Ergebnisse nur schwer mit der Unterrichtung in Zusammenhang bringen. Ein Junge der Montessori-Klasse sowie das Mädchen der DFK schneiden wesentlich besser ab als die beiden anderen Kinder, die nur einen Prozentrang von 0 erreichen. Möglicherweise hat Josua im ersten Schuljahr viel aufgeholt, was ihm vorher – und noch bis Februar – an Kompetenzen gefehlt hat. Sandy liegt mit Prozentrang 26 über beiden Cut-off-Werten, die mit PR ≤ 10 bzw. PR ≤ 25 angegeben sind (vgl. a.a.O., 91f.). Damit liegen sowohl Josua als auch Sandy im Durchschnittsbereich, was die Zählprinzipien betrifft, und würden anhand dieses Ergebnisses nicht zu den Risikokindern zählen.

Widersprüchlich dazu scheinen die Ergebnisse im Untertest *Abzählen*, denn hier zeigt sich folgendes Bild:

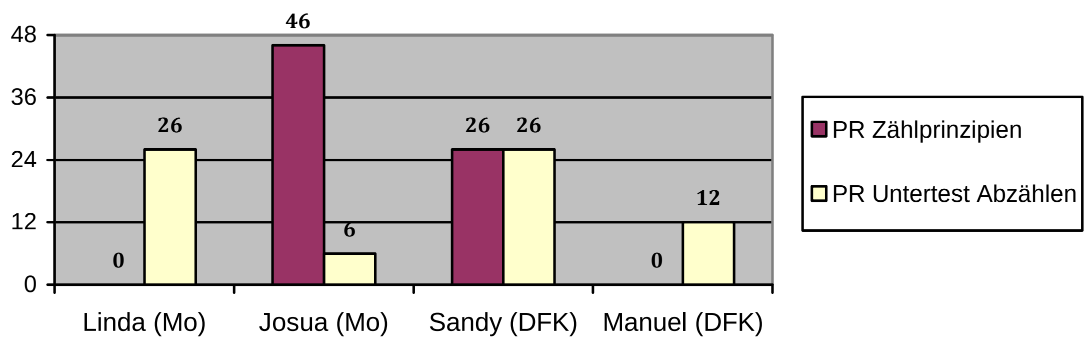


Abb. 6.7: *Vergleich Prozentränge zwischen Untertest Abzählen und Zählprinzipien (TEDI-MATH) - Juli 2009*

Linda zeigt durchschnittliche Fähigkeiten beim Zählen, jedoch das niedrigste Ergebnis bei den Zählprinzipien insgesamt. Bei den Kontrollkindern der Diagnose- und Förderklasse zeigt sich ein relativ ausgeglichenes Bild, insbesondere Sandy liegt mit beiden Werten im Durchschnittsbereich. Manuel zeigt beim *Abzählen* ein noch etwas besseres

Resultat, insgesamt jedoch unterdurchschnittlich, während er bei den Zählprinzipien mit PR 0 den niedrigsten Wert erzielt. Schwierig zu deuten ist das Ergebnis von Josua, der im Durchschnittsbereich liegt, was die Zählprinzipien betrifft, aber einen sehr niedrigen Wert beim *Abzählen* erreicht. Der Untertest *Abzählen* erfolgt bei der Testdurchführung gleich als zweites nach den Aufgaben zu den Zählprinzipien, lässt sich also auch kaum durch Ermüdung erklären. Möglicherweise ist an dieser Stelle die mangelnde Konzentration als Ursache für das schwache Resultat anzunehmen, weil Josua die Aufgaben leicht scheinen, und er sich dann verzählt. Dass er Zählen kann, beweist er ja bereits bei den vorhergehenden Aufgaben zu den Zählprinzipien.

Die Frage, ob sich das Mathematik-Material MONTESSORIS positiv auf die Zählfertigkeiten auswirkt, kann hier nicht klar mit Ja beantwortet werden.

6.6.3 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse zur Zahlenverarbeitung

Auch die Kompetenzen zur Zahlenverarbeitung werden mit dem TEDI-MATH überprüft. Hier werden die Aufgaben *Größenvergleich arabische Zahlen*, *Größenvergleich Zahlwörter*, *Zahlen schreiben nach Diktat* sowie *Zahlen lesen* in die Bewertung einbezogen.

6.6.3.1 Darstellung der Ergebnisse zur Zahlenverarbeitung nach dem dritten Testzeitpunkt

Die Auswertung ergibt Prozentränge sowohl für die jeweiligen Untertests als auch für die Gesamtkomponente der Zahlenverarbeitung. Hier sind also die aufgeführten Subtests Bestandteil der Gesamtkomponente.

t_3 Juli 2009	Linda (Mo)		Josua (Mo)		Sandy (DFK)		Manuel (DFK)	
TEDI-MATH	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR
Größenvergleich arabische Zahlen	5	46	4	39	6	70	3	16
Größenvergleich Zahlwörter	5	46	3	21	5	55	3	21
Zahlen schreiben nach Diktat	1	0	3	12	2	7	1	0
Zahlen lesen	1	2	2	8	3	16	0	0
Gesamtkomponente Zahlenverarbeitung	**Σ 12**	**9**	**Σ 12**	**9**	**Σ 16**	**28**	**Σ 7**	**1**

Tab. 6.14: *Teil-Ergebnisse TEDI-MATH (Zahlenverarbeitung)zum dritten Testzeitpunkt – Juli 2009*

Das Gesamtergebnis der Komponente Zahlenverarbeitung lässt sich zusätzlich in T-Werte umrechnen:

t_3 Juli 2009	Gesamtkomponente Zahlenverarbeitung			
TEDI-MATH	C-Wert-Summe	PR	T-Wert	T-Wert-Band
Linda (Mo)	12	9	37	31-43
Josua (Mo)	12	9	37	31-43
Sandy (DFK)	16	28	44	38-50
Manuel (DFK)	7	1	27	21-33

Tab. 6.15: *Teil-Ergebnisse TEDI-MATH (Zahlenverarbeitung) zum dritten Testzeitpunkt – Juli 2009*

6.6.3.2 Interpretation der Ergebnisse zur Zahlenverarbeitung nach dem dritten Testzeitpunkt

Im Bereich der Zahlenverarbeitung weisen die beiden Montessori-Kinder Linda und Josua mit einem Prozentrang von 9 ein unterdurchschnittliches Resultat auf. Kontrollkind Manuel erreicht einen sehr niedrigen Wert mit PR 1, Kontrollkind Sandy erreicht als einzige ein durchschnittliches Ergebnis mit PR 28. Folgende Graphik veranschaulicht dies:

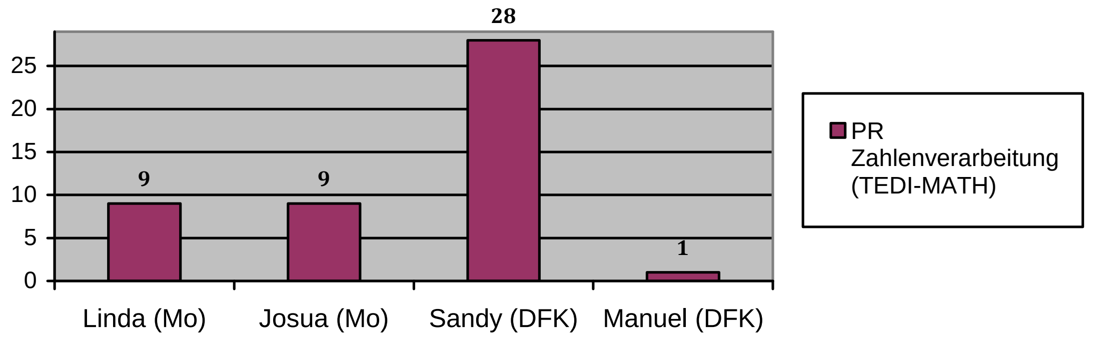


Abb. 6.8: *Prozentränge zur Zahlenverarbeitung (TEDI-MATH) - Juli 2009*

Insgesamt werden von drei Kindern auffällige Werte erzielt, was jedoch wiederum unabhängig von der Schulart bzw. Unterrichtung ist. Auch die beiden Kinder der Montessori-Klassen erreichen kein besseres Resultat als die Kinder der DFK. Vielmehr ist es das Mädchen der Kontrollkinder aus der Sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklasse, das ein durchschnittliches Ergebnis erreicht.

Ein Untertest aus dem Bereich der Zahlenverarbeitung soll herausgestellt werden, nämlich der Subtest, in dem der *Größenvergleich arabischer Zahlen* erfolgt. Hier zeigt sich, dass sich alle Kinder im Bereich der Prozentränge 16-70 befinden. Umgerechnet in C-Werte bedeutet das, dass sich alle Kinder im markierten Durchschnittsbereich (C-Wert 3-7) befinden, wenn auch in verschiedenen Abstufungen. Während sich Manuel im unteren Durchschnittsbereich einordnet, liegen Josua knapp unter dem mittleren Durchschnitt Sandy leicht darüber.

C-Werte Subtest Größenvergleich arabische Zahlen	C-Werte	2	3	4	5	6	7	8
Linda					x			
Josua				x				
Sandy						x		
Manuel			x					

Abb. 6.9: *C-Werte zum Subtest* Größenvergleich arabische Zahlen *(TEDI-MATH) - Juli 2009*

Sowohl bezogen auf die einzelnen Untertests als auch insgesamt lässt sich damit nicht belegen, dass die Kinder der Montessori-Klasse im Bereich der Zahlenverarbeitung besser abschneiden. Während zwar ein Kind aus der Montessori-Klasse beim *Zahlen schreiben nach Diktat* den PR 12 erreicht, ist es wiederum Sandy aus der DFK, die beim *Zahlen lesen* einen Prozentrang von 16 erzielt.

6.6.4 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse zur Rechenfähigkeit

Neben den Komponenten der Zählprinzipien und der Zahlenverarbeitung wird mit dem TEDI-MATH auch die Komponente Rechnen erfasst. Diese besteht aus den Untertests *Additive Zerlegung*, *Addition*, *Subtraktion*, *Multiplikation*, *Textaufgaben* und *Kenntnisse arithmetischer Konzepte.*

6.6.4.1 Darstellung der Ergebnisse zur Rechenfähigkeit nach dem dritten Testzeitpunkt

Die Auswertung der Gesamtkomponente Rechnen im TEDI-MATH ergibt Folgendes:

t_3 Juli 2009	Linda (Mo)		Josua (Mo)		Sandy (DFK)		Manuel (DFK)	
TEDI-MATH	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR	C-Wert	PR
Additive Zerlegung	4	28	3	11	0	1	3	19
Addition	4	26	4	26	0	0	0	0
Subtraktion	3	11	4	26	3	17	2	6
Multiplikation	3	21	2	10	4	28	2	10
Textaufgaben	4	39	3	16	2	9	2	5
Kenntnisse arithmetischer Konzepte	1	4	1	4	1	4	1	4
Gesamtkomponente Rechnen	**Σ 19**	**7**	**Σ 17**	**6**	**Σ 10**	**0**	**Σ 10**	**0**

Tab. 6.16: *Teil-Ergebnisse TEDI-MATH (Rechenfähigkeit) zum dritten Testzeitpunkt – Juli 2009*

Wiederum lässt sich das Gesamtergebnis der Komponente Rechnen gleichzeitig in T-Werten angeben.

t_3 Juli 2009	Gesamtkomponente Rechnen			
TEDI-MATH	C-Wert-Summe	PR	T-Wert	T-Wert-Band
Linda (Mo)	19	7	**35**	27-43
Josua (Mo)	17	6	**34**	26-42
Sandy (DFK)	10	0	**24**	17-32
Manuel (DFK)	10	0	**24**	17-32

Tab. 6.17: *Teil-Ergebnisse TEDI-MATH (Rechnen) zum dritten Testzeitpunkt – Juli 2009*

6.6.4.2 Interpretation der Ergebnisse zur Rechenfähigkeit nach dem dritten Testzeitpunkt

Die Prozentränge bei der Gesamtkomponente Rechnen liegen bei allen vier Kindern bei PR 7 oder darunter. Das bedeutet, dass mindestens 93 % der Kinder der betreffenden Klassenstufe der Normstichprobe bessere Werte erzielen. Damit erreichen die Kinder der Stichprobe unterdurchschnittliche Ergebnisse. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass der wahre Wert von Linda mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% im Bereich der T-Werte 27-43 bzw. bei Josua im Bereich von 26-42 liegt, wird maximal ein durchschnittliches Resultat erreicht. Die Ergebnisse der beiden Kontrollkinder sind dem weit unterdurchschnittlichen Bereich zuzuordnen. Anhand der Prozentränge ist ersichtlich, dass sich alle vier Kinder im kritischen Bereich von PR ≤ 10 befinden.

Vergleicht man darüber hinaus die erzielten Werte in den beiden Komponenten Zahlenverarbeitung und Rechnen, die mit dem TEDI-MATH erhoben wurden, bekommt man dieses Bild:

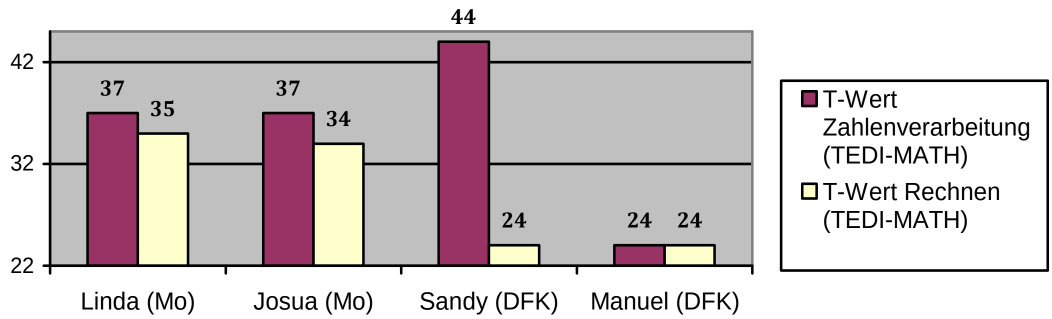


Abb. 6.10: *Vergleich T-Werte zwischen den Komponenten Zahlenverarbeitung und Rechnen (TEDI-MATH) - Juli 2009*

Während die beiden Kinder der Montessori-Klassen und auch eines der Kontrollkinder ein relativ ausgeglichenes Profil erreichen, weichen bei Sandy die beiden Werte sehr stark voneinander ab. Der Unterschied zwischen dem Wert der Zahlenverarbeitung und dem Rechnen ist signifikant. Auch hier lässt sich jedoch insgesamt nicht belegen, dass die Kinder der Montessori-Klasse deutlich besser abschneiden: Zwar erreichen beide ein deutlich besseres Ergebnis als der Junge der Kontrollkinder, jedoch befinden sich auch ihre Ergebnisse im unterdurchschnittlichen Bereich (T-Wert 37) bzw. gelten sogar als weit unterdurchschnittlich (T-Werte 34 bzw. 35 im Rechnen). Während Sandy im Rechnen ebenfalls einen weit unterdurchschnittlichen Wert erzielt, liegt sie bei der Komponente der Zahlenverarbeitung im Durchschnitt. Da in der DFK der behandelte Zahlenraum noch auf 10 beschränkt ist, ist das schwache Ergebnis von Sandy möglicherweise darauf zurückzuführen.

6.6.5 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse zu Beginn des zweiten Schulbesuchsjahres

Ende Oktober 2009, also ein Jahr nach der ersten Erhebung, findet eine abschließende Messung statt. Diese soll mehreren Zwecken dienen: Zunächst soll nach einer Phase ohne Mathematikunterricht – während der Sommerferien – die langfristige Wirkung der Intervention überprüft werden. Durch die Wahl des Testverfahrens kann außerdem festgestellt werden, inwieweit die Kinder die Inhalte des ersten Schuljahres im Bereich der Mathematik beherrschen.

6.6.5.1 Darstellung der Ergebnisse zu Beginn des zweiten Schuljahres

Unten stehende Tabelle zeigt die Ergebnisse der vier Kinder im Deutschen Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+). Die jeweils erreichten Prozentränge innerhalb der Untertests werden aufgeschlüsselt, außerdem werden die Gesamtwerte dargestellt.

t_4 Oktober 2009	Linda (Mo)	Josua (Mo)	Sandy (DFK)	Manuel (DFK)
DEMAT 1+				
– Mengen-Zahlen (MZ)	– MZ: PR 11	– MZ: PR 9	– MZ: PR 11	– MZ: PR 58
– Zahlenraum (ZR)	– ZR: PR 23	– ZR: PR 17	– ZR: PR 4	– ZR: PR 1
– Addition (AD)	– AD: PR 31	– AD: PR 71	– AD: PR 2	– AD: PR 1
– Subtraktion (SU)	– SU: PR 5	– SU: PR 80	– SU: PR 5	– SU: PR 5
– Zahlenzerlegung-Zahlenergänzung (ZZ)	– ZZ: PR 10	– ZZ: PR 16	– ZZ: PR 3	– ZZ: PR 8
– Teil-Ganzes (TG)	– TG: PR 10	– TG: PR 10	– TG: PR 10	– TG: PR 10
– Kettenaufgaben (KA)	– KA: PR 2	– KA: PR 44	– KA: PR 11	– KA: PR 3
– Ungleichungen (UG)	– UG: PR 5	– UG: PR 11	– UG: PR 5	– UG: PR 11
– Sachaufgaben (SA)	– SA: PR 3	– SA: PR 27	– SA: PR 3	– SA: PR 4
Prozentrang$_{(gesamt)}$	2	18	0	0
T-Wert$_{(gesamt)}$	22	41	14	17
T-Wert-Band	19-25	38-44	11-17	14-20

Tab. 6.18: *Ergebnisse DEMAT 1+ zum vierten Testzeitpunkt – Oktober 2009*

6.6.5.2 Interpretation der Ergebnisse zu Beginn des zweiten Schuljahres

Zunächst sollen die Gesamtergebnisse der Kinder genauer betrachtet werden. Anhand der T-Werte lässt sich feststellen, dass Lindas wahrer Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % im Bereich zwischen T-Wert 19 und 25 liegt, was einem sehr niedrigen Wert entspricht. Der wahre Wert des Kontrollkinds Sandy liegt noch darunter, nämlich im Bereich zwischen T-Wert 11 und 17. Bei den Jungen erzielt Josua mit ca. 68%-iger Wahrscheinlichkeit eine Leistung innerhalb der T-Werte von 38-44, was ein unterdurchschnittliches bis durchschnittliches Ergebnis bedeutet, während das Kontrollkind Manuel einen wahren Wert zwischen T-Wert 14 und 20 erreicht, was als weit unterdurchschnittlich einzuschätzen ist. Die Prozentränge des Gesamttests werden noch einmal gesondert herausgestellt. Josua aus der Montessori-Klasse zeigt mit PR 18 im Vergleich zu den drei anderen Kindern ein signifikant besseres Ergebnis und befindet sich damit als einziger im unteren Durchschnittsbereich. Die anderen drei Kinder erzielen insgesamt ein sehr schwaches Resultat mit PR 0 bzw. 2. Das bedeutet, das 98-100 % der normierten Vergleichsgruppe besser abschneiden als diese Kinder der Studie.

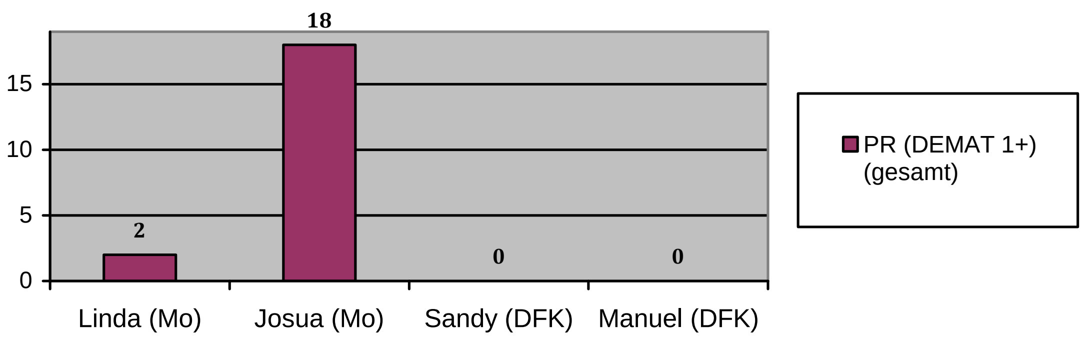


Abb. 6.11: *Prozentränge DEMAT 1+ (gesamt) - Oktober 2009*

An dieser Stelle sollen außerdem die Ergebnisse der Kinder der Montessori-Klassen sowie der Kontrollkinder einander gegenübergestellt werden:

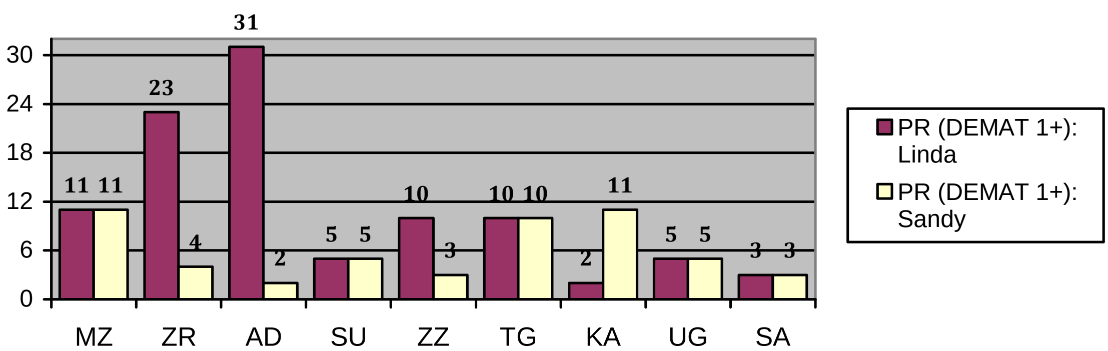


Abb. 6.12: *Vergleich Prozentränge DEMAT 1+ zwischen Kind 1 und Kontrollkind 1 - Oktober 2009*

Bei den beiden Mädchen zeigt sich, dass sie in den Untertests *Mengen-Zahlen*, *Subtraktion*, *Teil-Ganzes*, *Ungleichungen* sowie *Sachaufgaben* das gleiche Ergebnis erzielen. Bei den Subtests *Zahlenraum*, *Addition* und *Zahlenzerlegung/-ergänzung* schneidet das Mädchen der Montessori-Klasse besser, z. T. deutlich besser ab. Nur in einem Subtest – den

Kettenaufgaben – erreicht das Kontrollkind aus der DFK einen höheren Wert. Insgesamt liegen die beiden Mädchen bei den meisten Aufgaben im weit unterdurchschnittlichen bis unterdurchschnittlichen Bereich, oft unter PR 10, meist unter PR 25. Nur ein einziger Wert liegt über der Cut-off-Grenze von PR 25 und diesen erzielt Linda bei der Addition.

Bei einem Vergleich der erzielten Werte im DEMAT 1+ für die Jungen ergibt sich Folgendes:

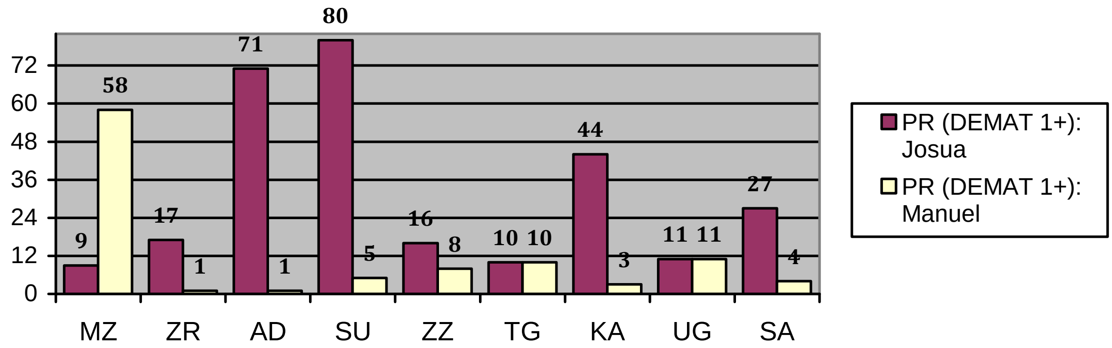


Abb. 6.13: *Vergleich Prozentränge DEMAT 1+ zwischen Kind 2 und Kontrollkind 2 - Oktober 2009*

Die Profile der Jungen sind weniger einheitlich als die der Mädchen. Bereits auf den ersten Blick sieht man die Überlegenheit des Jungen der Montessori-Klasse. Nur im Untertest *Mengen-Zahlen* schneidet Manuel aus der DFK entscheidend besser ab und erzielt ein durchschnittliches Ergebnis. Ansonsten liegen die Werte des Jungen der DFK im unterdurchschnittlichen Bereich (PR 8, 10 bzw. 11) oder weit unter dem Durchschnitt (PR 1, 3, 4 bzw. 5). Auch Josuas Ergebnisse sind sehr heterogen: In den Subtests *Zahlenraum, Addition, Subtraktion, Zahlenzerlegung/-ergänzung, Kettenaufgaben* sowie *Sachaufgaben* liegen seine Werte im – z. T. unteren, teilweise auch oberen – Durchschnittsbereich, während er bei den Aufgaben *Mengen-Zahlen*, *Teil-Ganzes* und *Ungleichungen* unterdurchschnittliche Werte erreicht, zweimal auch PR $\leq$ 10.

6.6.6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Für alle Ergebnisse lässt sich zusammenfassen, dass sich jeweils kein eindeutiges Bild ergibt. Eine deutliche Überlegenheit der Kinder, die mit dem Material von MARIA MONTESSORI unterrichtet werden, ergibt sich nicht. In einigen Fällen, wo die Kinder der Montessori-Klassen bessere Ergebnisse erzielen als die Kontrollkinder, liegen die Resultate dennoch unter dem Durchschnitt oder unter einem Prozentrang von 25 (vgl. z. B. Ergebnisse DEMAT 1+). Ergebnisse, die auf gravierende Rechenschwierigkeiten hinweisen, können kaum als Beweis für eine positive Wirkung des Materials gelten. Teilweise liegt auch die Leistung eines der Kontrollkinder deutlich über der der anderen Kinder (vgl. Komponente Zahlenverarbeitung im TEDI-MATH).

6.7 Diskussion der Ergebnisse

Mit der vorliegenden Untersuchung sollte festgestellt werden, ob und inwieweit sich der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI auf die Entwicklung des Zahlbegriffs, auf die Zählfertigkeiten, die Zahlenverarbeitung und erste Rechenleistungen auswirkt.

Die Frage, ob ein Kausalzusammenhang zwischen der Intervention und den überprüften Kompetenzen in den einzelnen mathematischen Bereichen besteht, ist nicht klar zu bejahen. Bereits beim Vergleich der ersten beiden Messdaten ergibt sich ein uneinheitliches Bild: sowohl bei einem Kind aus den Montessori-Klassen als auch bei einem Kontrollkind der DFK ergeben sich Steigerungen, die bei den beiden anderen Kindern nicht in dem Maße auftreten. Möglicherweise besteht ein Zusammenhang mit dem Testalter der ausgewählten Kinder. Der Einfluss der Intelligenz ist dagegen eher auszuschließen, weil gerade ein Junge mit weit unterdurchschnittlicher Intelligenz in bestimmten Bereichen durchschnittliche Ergebnisse erzielt, während andere Kinder – aus der Montessori-Klasse oder der DFK – z. T. extrem niedrige Werte erzielen. Bei bestimmten Ergebnissen fällt es schwer, sie auf eine Ursache wie den Einsatz des Materials zu beziehen.

6.7.1 Diskussion der Hypothesen

An dieser Stelle sollen die Hypothesen wiederholt und abschließend möglichst verifiziert bzw. falsifiziert werden. Die Hypothese 1 *„Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI wirkt sich positiv auf die Entwicklung des Zahlbegriffs bei den Kindern aus“* lässt sich weder mit Sicherheit bejahen noch ablehnen. Während sich ein Kind um zwei Kompetenzniveaus verbessert, ändert das andere Kind sein erreichtes Niveau nicht. Ähnlich sieht es bei den Kontrollkindern aus. Hier liegt der Schluss nahe, dass andere Einflüsse ursächlich sind.

Auch bezüglich der Hypothesen 2 und 3, dass der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI sich positiv auswirkt auf die *Zählfertigkeiten* sowie die *Fähigkeit zur Zah-*

lenverarbeitung lassen die erzielten Ergebnisse nur bedingt einen endgültigen Schluss zu. Teilweise kann ein positiver Einfluss nicht ausgeschlossen werden, jedoch ist es anhand der vorliegenden Ergebnisse nicht möglich, die Hypothesen mit großer Sicherheit und eindeutig zu verifizieren. Die Hypothese 4 „*Der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI wirkt sich positiv auf die Rechenleistungen im ersten Schuljahr aus*“ kann ebenfalls nicht angenommen werden, da zwar ein Kind aus den Montessori-Klassen in den entsprechenden Untertests des DEMAT 1+ mindestens durchschnittliche Leistungen erzielt, sich das zweite Kind wie auch die Kontrollkinder jedoch immer im kritischen Bereich des Prozentrangs ≤ 25 befinden, z. T. sogar noch weit darunter.

Eine größer angelegte Studie wäre an dieser Stelle nötig, mögliche Zusammenhänge an einer größeren Stichprobe zu überprüfen, um herauszufinden, ob und inwieweit ein Einfluss der Mathematikmaterialien MONTESSORIS auf Bereiche wie Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und Rechenleistungen feststellbar ist.

6.7.2 Übertragbarkeit der Ergebnisse – Externe Validität

Sämtliche Daten wurden objektiv erhoben und ausgewertet. Dennoch ist die externe Validität der Studie als eher gering anzunehmen, wie es auch MÄRZ für eine vergleichbare Untersuchung angibt (vgl. MÄRZ 2007, 385f.). In der Arbeit mit Kindern, insbesondere im Grundschulalter, ist davon auszugehen, dass die Ergebnisse auch von der Person abhängen, die die Intervention durchführt. Innerhalb dieser Studie handelt es sich dabei um insgesamt drei verschiedene Lehrkräfte, die in den drei beteiligten Klassen Mathematikunterricht erteilen. MÄRZ schreibt, dass bei der Intervention die Kompetenzen des Pädagogen entscheidend und ähnliche Ergebnisse nur zu erwarten sind, wenn bei der Intervention darauf geachtet wird, dass die Pädagogen über die gleichen Kompetenzen verfügen (vgl. a.a.O., 386). Die Lehrkräfte wurden im Rahmen dieser Untersuchung nicht näher analysiert, von unterschiedlichen Ausbildungsinhalten wird jedoch ausgegangen, da es sich zum einen um einen Sonderpädagogen handelt, zum anderen um Grundschullehrkräfte mit Montessori-Ausbildung.

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie lassen sich auch aus einem weiteren Grund generell nicht übertragen oder verallgemeinern. Die Studie ist mit der geringen Stichprobe nicht dazu ausgelegt, Aussagen z. B. über die Signifikanz der Ergebnisse zu treffen. Die

Untersuchung weist lediglich explorativen Charakter auf, wodurch die Resultate eng an die ausgewählten Kinder der Studie gebunden sind (vgl. ebd.).

6.7.3 Diskussion der eingesetzten Verfahren

Für die Fragestellung der Studie sind die eingesetzten Verfahren wie der OTZ, der TEDI-MATH sowie der DEMAT 1+ generell geeignet. Um die Ergebnisse der einzelnen Testzeitpunkte gut vergleichen zu können, wäre es hilfreich, alle Daten mit insgesamt nur einem oder zwei Verfahren zu erheben. Damit könnten Fortschritte genau erfasst werden. Hier ergaben sich für die Studie allerdings Schwierigkeiten:

So ist es mit keinem der ausgewählten Verfahren möglich, sie an allen Untersuchungszeitpunkten einzusetzen. Der OTZ überprüft die Zahlbegriffsentwicklung und damit Vorläuferfähigkeiten für die Rechenleistung (vgl. VAN LUIT/ VAN DE RIJT/ HASEMANN 2001b, 8). Aufgaben, die über vorschulisches Zahlenwissen hinausgehen, oder Rechenaufgaben selbst beinhaltet er nicht. Damit ist er nicht geeignet, die Frage nach der Rechenkompetenz der Kinder am Ende des ersten Schuljahres zu beantworten. Darüber hinaus wurde der OTZ an Kindern im Alter zwischen 5 und 7;6 Jahren normiert. Bei einer Durchführung zum dritten Testzeitpunkt im Juli hätten damit für die älteren Kinder der Studie keine Tabellen mehr vorgelegen, eine standardisierte Auswertung wäre nicht möglich gewesen. Auch ein Vergleich der erhobenen Werte zu den verschiedenen Zeitpunkten wäre dann nur bedingt aussagekräftig. Dabei ist es im Rahmen von Einzelfallanalysen notwendig, zentrale Daten möglichst objektiv, reliabel und valide zu erheben (vgl. WEMBER 2008, 215).

Der TEDI-MATH, der von den gewählten Verfahren das breiteste Spektrum an Aufgabenstellungen zur Zahlenverarbeitung abdeckt (vgl. KAUFMANN [u.a.] 2009, 16f.), wäre prinzipiell für den Einsatz zu verschiedenen Testzeitpunkten geeignet (vgl. a.a.O., 14). Die Studie startet jedoch bereits im Herbst 2008, das Verfahren erscheint erst im Jahr 2009 und konnte daher frühestens zum dritten Testzeitpunkt verwendet werden. Zwar ist der Test in Halbjahresschritten normiert und erlaubt damit

> „[…] eine wesentlich genauere Einschätzung des Leistungsniveaus eines Kindes im Vergleich mit Kindern desselben Schuljahrganges, da die Lernzuwächse im Grundschulalter sehr groß sind.“ (a.a.O., 17; Auslassung: A. L.).

Dennoch kann das Verfahren nicht am Ende des Schuljahres, im Juli 2008, und gleich wieder am Anfang des Schuljahres (Oktober 2009) eingesetzt werden, weil die Abstände zu kurz wären. Dafür hätte die Abschlussmessung später erfolgen müssen, evtl. erst zum Halbjahr des zweiten Schulbesuchsjahres.

Am Ende der Studie sollte erhoben werden, wie die Ergebnisse der Kinder in einem standardisierten Verfahren bezogen auf die mathematischen Inhalte der ersten Jahrgangsstufe ausfallen. Dafür ist wiederum der TEDI-MATH nicht geeignet, da er „kein curricular orientiertes Diagnoseinstrument“ (a.a.O., 16) darstellt. Zu diesem Zweck wird u. a. der DEMAT vorgeschlagen (vgl. ebd.), der in der Studie auch eingesetzt wird. Die Verwendung verschiedener Verfahren erschwert bzw. verhindert jedoch den Vergleich der einzelnen Ergebnisse.

Der Deutsche Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)

> „[…] dient zur Überprüfung der mathematischen Kompetenz bei Grundschülern Ende des ersten und Anfang des zweiten Schuljahres.“ (KRAJEWSKI/ KÜSPERT/ SCHNEIDER 2002a, 7; Auslassung: A. L.).

Damit ist er geeignet zu ermitteln, inwieweit die Kinder Lehrplanvorgaben erfüllen können, da die Testkonstruktion auf den Mathematiklehrplänen aller Bundesländer basiert (vgl. ebd.; KRAJEWSKI/ KÜSPERT/ SCHNEIDER 2002b, 238). Da er jedoch erst am Ende des ersten Schuljahres einsetzbar ist, stellt er ein zusätzliches Verfahren in der Studie dar, das sich bedingt durch die Fragestellung kaum umgehen lässt.

6.7.4 Weitere Diskussionsansätze

Angesichts der Ergebnisse ist zu überlegen, ob unabhängig vom jeweiligen Unterricht dieser alleine bei zu großen Schwierigkeiten der Kinder ausreicht. Es wäre interessant zu überprüfen, ob eine Intervention z. B. in Form einer Zusatzförderung oder Lerntherapie erfolgversprechender wäre. So ergibt eine Sekundäranalyse von Einzelfallstudien eine Verbesserung bei spezifischen Interventionen, also dann, wenn eine Unterstützung bei konkreten Schwierigkeiten wie einer Lese-Rechtschreibstörung oder Rechenstörung erfolgt (vgl. METZGER/ STEIGER/ SCHLEY 2007, 66f.).

Betont wird zudem, dass eine Förderung jeweils möglichst früh erfolgen soll. Präventiv können so Lernschwierigkeiten evtl. ganz verhindert werden. Um diesen Aspekt zu berücksichtigen, sollte bei wiederholter Durchführung einer Untersuchung mit ähnlicher

Fragestellung diese vielleicht bereits im Kindergarten beginnen. Eine Schwierigkeit, die im Zusammenhang mit der vorliegenden Untersuchung auftritt, bezieht sich auf die sonderpädagogischen Diagnose- und Förderklassen. Geplant sind sie als Chance für Kinder mit Lernschwierigkeiten, damit diese ein Jahr länger Zeit haben, sich die Lehrplaninhalte der ersten beiden Grundschuljahre anzueignen. Dies ist gleichzeitig als Risiko zu sehen, da den Kindern die Chance genommen wird, z. B. schon im ersten Schuljahr einen größeren Zahlenraum kennenzulernen. Anhand des Trimesterplans für die DFK ist zu sehen, dass im Mathematikunterricht noch relativ kleinschrittig vorgegangen wird, was von vielen Autoren heute abgelehnt wird (vgl. GUDJONS 2001, 259; KRAUTHAUSEN/ SCHERER 2007, 139f.). Bei der Durchführung des DEMAT 1+, auch wenn diese erst zu Beginn des zweiten Schulbesuchsjahres erfolgt, ist eine Benachteiligung deutlich ersichtlich, weil die Kinder viele Aufgaben verstehen, aber aufgrund des Zahlenraums bis 20 noch nicht lösen können.

Des Weiteren ist zu bedenken, dass die Lehrkräfte in Montessori-Schulen und Sonderpädagogischen Förderzentren im Allgemeinen eine unterschiedliche Ausbildung absolvieren: So arbeiten in Montessori-Schulen v. a. Grundschullehrer, im Sekundärbereich Hauptschullehrer, während Kinder mit gravierenden Lernschwierigkeiten in sonderpädagogischen Förderzentren üblicherweise von Sonderschullehrkräften[41] unterrichtet werden. Aufgrund der unterschiedlichen Ausbildung der Lehrkräfte in der Studie – Sonderschullehrer bzw. Grundschullehrer mit Montessori-Diplom – wäre es sinnvoll, bei einer ähnlichen Untersuchung Lehrkräfte einzusetzen, die über Kompetenzen in beiden Bereichen verfügen, nämlich in der Sonderpädagogik und in der Montessori-Pädagogik. Erschwerend kommt in Einzelfällen dazu, dass in Privatschulen z. T. Lehrkräfte unterrichten, die aufgrund schlechter Noten in der Staatsprüfung in staatlichen Schulen gar keine Anstellung erhalten. Externe Stellenangebote für Lehrkräfte verschiedener Schularten werden beispielsweise auf der Seite des Kultusministeriums angeboten[42].

[41] seit 01.04.2011 Studienräte im Förderschuldienst
[42] vgl. Externe Stellenangebote, URL: http://www.km.bayern.de/lehrer/stellen.html (letzter Zugriff: 20.03.2012)

6.8 Schlussbetrachtung und Ausblick

Mit dieser Untersuchung sollte explorativ erhoben werden, ob und inwieweit sich der Einsatz des Mathematikmaterials von MONTESSORI auf verschiedene Komponenten des Mathematiklernens auswirkt. Mit Hilfe verschiedener Testverfahren wurden diese Komponenten wie Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und erste Rechenleistungen erhoben.

Vorher wurden im ersten Teil der Arbeit wichtige Grundlagen der empirischen Studie dargestellt. Diese setzen sich zusammen aus grundlegenden Begriffen und Konzepten, wesentlichen Grundannahmen der Pädagogik MONTESSORIS, der Entwicklung von Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und Rechenleistung sowie der Beschreibung von Rechenschwierigkeiten. Außerdem wurden bestimmte Aspekte der Pädagogik MONTESSORIS gezielt aus der Sicht der Lernbehindertenpädagogik betrachtet. Schließlich wurde die Bedeutung quasi-experimenteller Einzelfallstudien für die sonderpädagogische Forschung herausgestellt.

Die Ergebnisse der Studie sind nicht eindeutig zu interpretieren. Die Auswirkung des Einsatzes des Mathematikmaterials von MONTESSORI kann nicht abschließend beurteilt werden. Erst in größer angelegten Untersuchungen könnten allgemeingültige und repräsentative Aussagen getroffen werden, ob oder unter welchen Bedingungen mit dem Einsatz der Materialien MONTESSORIS positive Resultate erzielbar sind.

Mögliche neue oder ergänzende Fragestellungen könnten darüber hinaus lauten:

- Spielt das Schuleintrittsalter eine Rolle für die Entwicklung von Zahlbegriff, Zählfertigkeiten und Rechenleistungen?
- Inwieweit beeinflussen Leistungen in der Schriftsprache die rechnerischen Leistungen?
- Lassen sich mit dem Zahlbegriffsniveau vor Schulbeginn Vorhersagen über die Mathematikleistung in den ersten Grundschuljahren treffen?
- Welchen Einfluss hat die Gestaltung des Mathematikunterrichts (eher aktiv-entdeckend vs. eher lehrerzentriert) auf die Leistung der Kinder in diesem Fach?

Da an dieser Stelle die positive Wirkung des Montessori-Materials nicht endgültig nachgewiesen werden kann, ist es umso dringlicher, dass Förderprogramme für Kinder mit Rechenschwierigkeiten entwickelt und evaluiert werden, damit verantwortungsvolle Lehrkräfte nicht allein auf ihr Geschick angewiesen sind, ihren Mathematikunterricht sinnvoll und gewinnbringend zu planen und durchzuführen.

7.0 Literaturverzeichnis

AEBLI, HANS: Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf kognitionspsychologischer Grundlage. Stuttgart: Klett, 9. stark erw. und umgearb. Auflage 1976

AEBLI, HANS: Denken. Das Ordnen des Tuns. Band 2: Denkprozesse. Stuttgart: Klett, 1981

AEBLI, HANS: Einführung. In: PIAGET, JEAN: Psychologie der Intelligenz. Mit einer Einführung von Hans Aebli. Stuttgart: Klett-Cotta, 3. Auflage 1992, S. IX-XXI

AEBLI, HANS: Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation, der Lernzyklus. Stuttgart: Klett-Cotta, 11. Auflage 2001

ANDERLIK, LORE: Ein Weg für alle! Leben mit Montessori. Montessori-Therapie und -Heilpädagogik in der Praxis. Dortmund: verlag modernes lernen, 4. Auflage 2006

ANTELL, SUE E./ KEATING, DANIEL P.: Perception of numerical invariance in neonates. In: Child Development 54 (1983) 3, pp. 695-701

AUSBORN-BRINKER, SANDRA: Person und Personalität. Versuch einer Begriffsklärung. Tübingen: Mohr Siebeck, 1999

BAILLARGEON, RENÉE/ SPELKE, ELIZABETH S./ WASSERMAN, STANLEY: Object permanence in five-month-old infants. In: Cognition 20 (1985) 3, pp. 191-208

BAILEY, DONALD B./ BRUER, JOHN T./ SYMONS, FRANK J./ LICHTMAN, JEFF W.: Preface. In: BAILEY, DONALD B./ BRUER, JOHN T./ SYMONS, FRANK J./ LICHTMAN, JEFF W. (Eds.): Critical thinking about critical periods. Baltimore [et al]: Brookes, 2001, pp. xiii-xiv

BAROODY, ARTHUR J.: The development of preschoolers' counting skills and principles. In: BIDEAUD, JAQUELINE/ MELJAC, CLAIRE/ FISCHER, JEAN-PAUL (Eds.): Pathways to number. Children's developing numerical abilities. Hillsdale/ New Jersey/ London 1992, pp. 99-126

BARTH, KARLHEINZ: Lernschwächen früh erkennen im Vorschul- und Grundschulalter. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 1997

BARTH, KARLHEINZ: Früherkennung und Prävention schulischer Lernstörungen im Übergangsbereich Kindergarten – Grundschule. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 52-67

BAUMANN, HAROLD: Einführung des Herausgebers. In: MONTESSORI, MARIA: Psychoarithmetik. Psico Aritmética – Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren. Hrsg. u. eingeleitet v. Harold Baumann. Die dt. Übers. nach der span. Ausg. besorgten Maria Kunz u. Jürg Marti. Volken: edition paeda media, 2000 (span. Originalausg. von 1934), S. 13-17

BAUMANN, HAROLD: Montessori-Pädagogik und Faschismus – eine Entgegnung. In: FISCHER, REINHARD/ HEITKÄMPER, PETER (Hrsg.): Montessori Pädagogik aktuelle und internationale Entwicklungen. Festschrift für Prof. Dr. Harald Ludwig. Münster: LIT Verlag, 2005, S. 122-176

BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS (StMUK) (Hrsg.): Lehrplan für die bayerische Grundschule. München: Maiß-Verlag, 2000

BAYERISCHES STAATSMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT UND KULTUS (StMUK) (Hrsg.): Die bayerische Förderschule. München: StMUK, 2009

BECKER, JOSEPH: Preschoolers' use of number words to denote one-to-one correspondence. In: Child Development 60 (1989), pp. 1147-1157

BEHR, ISABEL: Aspekte inklusiver Qualität in Kindertageseinrichtungen aus Sicht 4- bis 6-jähriger Kinder mit und ohne besondere Bedürfnisse – eine Pilotstudie. Berlin: Verlag Dr. Köster, 2009

BENKMANN, RAINER: Entwicklungspädagogik und Kooperation. Sozial-konstruktivistische Perspektiven der Förderung von Kindern mit gravierenden Lernschwierigkeiten in der allgemeinen Schule. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1998

BENKMANN, RAINER: Das interaktionstheoretische Paradigma. In: WALTER, JÜRGEN/ WEMBER, FRANZ W. (Hrsg.): Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Band 2. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 81-92

BERCH, DANIEL B./ FOLEY, ELIZABETH J./ HILL, REBECCA J./ MCDONOUGH RYAN, PATRICIA: Extracting parity and magnitude from arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. In: Journal of Experimental Child Psychology 74 (1999) 4, pp. 286-308

BERGSSON, MARITA/ LUCKFIEL, HEIDE (Hrsg.): Umgang mit „schwierigen" Kindern. Auffälliges Verhalten, Förderpläne, Handlungskonzepte. Berlin: Cornelsen Scriptor, 4. Auflage 2003

BIEWER, GOTTFRIED: Montessori-Pädagogik mit geistig behinderten Schülern. Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2. Auflage 1997

BIEWER, GOTTFRIED: Vom Integrationsmodell für Behinderte zur Schule für alle Kinder. Neuwied/ Berlin: Luchterhand: 2001

BIJELJAC-BABIC, RANKA/ BERTONCINI, JOSIANE/ MEHLER, JACQUES: How do 4-day-old infants categorize multisyllabic utterances? In: Developmental Psychology 29 (1993) 4, pp. 711-721

BÖHM, WINFRIED: Maria Montessori. Hintergrund und Prinzipien ihres pädagogischen Denkens. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2. Auflage 1991

BÖHM, WINFRIED: Maria Montessori in der Pädagogik des 20. Jahrhunderts – implizit und explizit. In: BÖHM, WINFRIED/ FUCHS, BIRGITTA (Hrsg.): Erziehung nach Montessori. Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt, 2004a, S. 35-47

BÖHM, WINFRIED: Was bleibt „aktuell" an Montessori? In: BÖHM, WINFRIED/ FUCHS, BIRGITTA (Hrsg.): Erziehung nach Montessori. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2004b, S. 11-33

BÖHM, WINFRIED: Maria Montessori. Einführung mit zentralen Texten. Paderborn [u. a.]: Schöningh, 2010

BÖHM, WINFRIED/ FUCHS, BIRGITTA (Hrsg.): Erziehung nach Montessori. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2004

BÖTTINGER, CLAUDIA: Komponenten beim Wechsel der Repräsentationsebenen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2. bis 4.3.2005 in Bielefeld. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2005/Beitraege/boettinger-gdm05.pdf (letzter Zugriff: 07.07.2011)

BORN, ARMIN/ OEHLER, CLAUDIA: Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern. Ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten. Stuttgart: Kohlhammer, 2005

BORN, ARMIN/ OEHLER, CLAUDIA: Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern. Ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten. Stuttgart: Kohlhammer, 2. überarb. und erw. Auflage 2008

BORTZ, JÜRGEN/ DÖRING, NICOLA: Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. Heidelberg: Springer, 4. überarb. Auflage 2006

BRAND, GERHARD: Mathematische Bildung. In: LUDWIG, HARALD: Montessori-Schulen und ihre Didaktik. Basiswissen Grundschule Band 15. Hohengehren: Schneider Verlag, 2. aktual. u. ergänzte Auflage 2008, S. 113-126

BRANDTSTÄTTER, JOCHEN: Methodologische Grundfragen psychologischer Prävention. In: BRANDTSTÄTTER, JOCHEN/ EYE, ALEXANDER VON: Psychologische Prävention. Grundlagen, Programme, Methoden. Bern/ Stuttgart/ Wien: Huber, 1982, S. 37-79

BRONFENBRENNER, URIE: Die Ökologie der menschlichen Entwicklung. Natürliche und geplante Experimente. Stuttgart: Klett-Cotta, 1981

BRÜHL, HANS/ BUSSEBAUM, CHRISTIAN/ HOFFMANN, WOLFGANG/ LUKOW, HANS-JOACHIM/ SCHNEIDER, MARTINA/ WEHRMANN, MICHAEL: Rechenschwäche/ Dyskalkulie. Symptome, Früherkennung, Förderung. Materialien und Texte zur Aus- und Weiterbildung. Hrsg. v. Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung. Osnabrück: o. V., 2. Auflage 2007

BRUNER, JÉRÔME S.: Der Prozeß der Erziehung. Berlin: Berlin-Verlag, 1970

BUGGLE, FRANZ: Die Entwicklungspsychologie Jean Piagets. Stuttgart [u. a.]: Kohlhammer, 3. Auflage 1997

BUNDSCHUH, KONRAD: Diagnostik/ Förderdiagnostik. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007a, S. 48-52

BUNDSCHUH, KONRAD: Entwicklung. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007b, S. 58-62

BUNDSCHUH, KONRAD: Lernen. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007c, S. 178-181

BUNDSCHUH, KONRAD: Heilpädagogische Psychologie. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 4. Auflage 2008

BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI: Integration/Inklusion. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007, S. 136-139

BURGENER WOEFFRAY, ANDREA: Grundlagen der Schuleintrittsdiagnostik. Kritik traditioneller Verfahren und Entwurf eines umfassenden Konzepts. Bern [u.a.]: Haupt, 1996

CALUORI, FRANCO: Die numerische Kompetenz von Vorschulkindern. Theoretische Modelle und empirische Befunde. Hamburg: Kovač, 2004 (zugl.: Hannover, Univ., Diss., 2003); URL: http://edok01.tib.uni-hannover.de/edoks/e01dh04/377462268.pdf (letzter Zugriff: 19.4.2011)

CAPLAN, GERALD: Support systems and community mental health. Lectures on concept development. New York: Behavioral Publications, 1974

CASPARY, RALF (Hrsg.): Nur wer Fehler macht, kommt weiter. Wege zu einer neuen Lernkultur. Freiburg: Herder, 2008

CHOMSKY, NOAM: Aspekte der Syntax-Theorie. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 2. Auflage 1978

CLAUS, HEIDRUN/ PETER, JOCHEN: Finger, Bilder, Rechnen. Förderung des Zahlverständnisses im Zahlenraum bis 10. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 2005

CLEARFIELD, MELISSA W./ MIX, KELLY S.: Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. In: Psychological Science 10 (1999) 5, pp. 408-411

CLEARFIELD, MELISSA W./ MIX, KELLY S.: Amount versus number: infant's use of area and contour length to discriminate small sets. In: Journal of Cognition and Development 2 (2001) 3, pp. 243-260

COIE, JOHN D./ WATT, NORMAN F./ WEST, STEPHEN G./ HAWKINS, J. DAVID/ ASARNOW, JOAN R./ MARKMAN, HOWARD J./ RAMEY, SHARON L./ SHURE, MYRNA B./ LONG, BEVERLY: The science of prevention. A conceptual framework and some directions for a national research program. In: American Psychologist 48 (1993) 10, pp. 1013-1022

CSIKSZENTMIHALYI, MIHALY: FLOW. Das Geheimnis des Glücks. Aus dem Amerikanischen übersetzt von Annette Charpentier. Stuttgart: Klett-Cotta, 11. Auflage 2003

DAVIDSON, JANET E./ STERNBERG, ROBERT J.: Competence and performance in intellectual development. In: NEIMARK, EDITH D./ DE LISI, RICHARD/ NEWMAN, JUDITH L. (EDS.): Moderators of competence. Hillsdale, NJ/ London: Erlbaum, 1985, pp. 43-76

DEHAENE, STANISLAS: Varities of numerical abilities. In: Cognition 44 (1992) 1-2, pp. 1-42

DEHAENE, STANISLAS: Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können. Basel/ Boston/ Berlin: Birkhäuser, 1999

DEHAENE, STANISLAS/ BOSSINI, SERGE/ GIRAUX, PASCAL: The mental representation of parity and number magnitude. In: Journal of Experimental Psychology: General 122 (1993) 3, pp. 371-396

DESOETE, ANNEMIE/ GRÉGOIRE, JACQUES: Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. In: Learning and Individual Differences 16 (2006), pp. 351-367

DE VRIES, ROMKE: Zur Bedeutung der Abstraktion im Mathematikunterricht: Handlungstheoretische Grundlegungen für ein pädagogisches Förderkonzept des mathematischen Anfangsunterrichts. Hamburg: Kovač, 1998

DIEKMANN, ANDREAS: Empirische Sozialforschung. Grundlagen, Methoden, Anwendungen. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 20. Auflage 2009

DILLING, HORST/ MOMBOUR, WERNER/ SCHMIDT, MARTIN H. (HRSG.): Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10, Kapitel V (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien. Bern [u.a.]: Huber, 6., vollst. überarb. Auflage unter Berücks. der Änderungen entsprechend ICD-10-GM 2004/ 2008, 2008

DILLING, HORST/ MOMBOUR, WERNER/ SCHMIDT, MARTIN H./ SCHULTE-MARKWORT, ELISABETH (HRSG.): Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10, Kapitel V (F). Diagnostische Kriterien für Forschung und Praxis. Bern [u.a.]: Huber, 3. korrigierte Auflage 2004

DORNHEIM, DOROTHEA: Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos Verlag, 2008

DOWKER, ANN: Individual differences in arithmetic. Implications for psychology, neuroscience and education. Hove [u. a.]: Psychology Press, 2005

EGGERT, DIETRICH: Von den Stärken ausgehen... Individuelle Entwicklungspläne (IEP) in der Lernförderungsdiagnostik. Ein Plädoyer für andere Denkgewohnheiten und eine veränderte Praxis. Dortmund: Borgmann, 5., verb. und überarb. Auflage 2007

EINIG, ANDREA: Zahlbegriffsentwicklung im frühen Kindesalter. Eine Fallstudie zur Entwicklung des mathematischen Denkens bei 3- bis 4-jährigen Kindern. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 13.3. bis 18.3.2008 in Budapest. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_EINIG_Andrea.pdf (letzter Zugriff: 07.07.2011)

ELLGER-RÜTTGARDT, SIEGLIND: Geschichte der Sonderpädagogik. Eine Einführung. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2008

ENGLBRECHT, ARTHUR/ WEIGERT, HANS: Lernbehinderungen verhindern. Anregungen für eine für eine förderorientierte Grundschule. Frankfurt a. M.: Diesterweg, 2. Auflage 1994

ESSER, BARBARA/ WILDE, CHRISTIANE: Montessori-Schulen. Grundlagen, Erziehungspraxis, Elternfragen. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag, 11. Auflage 2007

FEIGENSON, LISA/ DEHAENE, STANISLAS/ SPELKE, ELIZABETH: Core systems of number. In: TRENDS in Cognitive Sciences 8 (2004) 7, pp. 307-314

FIMM, BRUNO: Aufmerksamkeit. In: KAUFMANN, LIANE/ NUERK, HANS-CHRISTOPH/ KONRAD, KERSTIN/ WILLMES, KLAUS (Hrsg.): Kognitive Entwicklungsneuropsychologie. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2007, S. 153-176

FISCHER, JEAN-PAUL: Subitizing: The discontinuity after three. In: BIDEAUD, JAQUELINE/ MELJAC, CLAIRE/ FISCHER, JEAN-PAUL (Eds.): Pathways to number. Children's developing numerical abilities. Hillsdale/ New Jersey/ London 1992, pp. 191-208

FISCHER, REINHARD: Empirische Ergebnisse der Montessori-Pädagogik. In: HELMING, HELENE: Montessori-Pädagogik. Ein moderner Bildungsweg in konkreter Darstellung. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 17. Auflage 1997, S. 187-203

FISCHER, REINHARD: Montessoripädagogik und die didaktischen Materialien. In: FISCHER, REINHARD/ HEITKÄMPER, PETER (Hrsg.): Montessori Pädagogik aktuelle und internationale Entwicklungen. Festschrift für Prof. Dr. Harald Ludwig. Münster: LIT Verlag, 2005, S. 349-366

FISCHER, REINHARD: Ergebnisse empirischer Forschungen zur Montessori-Pädagogik. 2007. URL: http://www.montessori-deutschland.de/fileadmin/freigabe/dachverband/Centenary_2007/Fischer_Ergebn__emp__Forsch_z_MontiPaed10_12_06_jb_v2.pdf (letzter Zugriff: 20.03.2012)

FRAGNIÈRE, NATHALIE/ JOST, NATHALIE/ MICHEL, ALEXANDRA/ WEISHAUPT, REBEKKA/ HENGARTNER, ELMAR: Arithmetische Fähigkeiten im Kindergartenalter. In: HENGARTNER, ELMAR (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 1999, S. 133-146

FREY, ANDREAS/ HEINZ, PETRA/ KRÖMMELBEIN, STEFAN: Maria Montessori und ihre Pädagogik. Klassiker der Pädagogik. Band 2. Landau: Verlag Empirische Pädagogik, 2007

FRITZ, ANNEMARIE: Bedingungsvariation und Fehleranalysen als Beobachtungszugänge zur Diagnostik arithmetischer Kompetenz. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 283-308

FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI: Rechenschwäche. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2008

FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT: Über die Schwierigkeit mit der Rechenschwäche – eine Zwischenbilanz zum Thema. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 452-468

FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009a

FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT: Vorwort. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009b, 9-10

FROSTIG, MARIANNE/ MASLOW, PHYLLIS: Lernprobleme in der Schule. Stuttgart: Hippokrates-Verlag, 1978

FRYE, DOUGLAS: Cognitive development, intention, and instruction. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 315-321

FRYDMAN, OLIVIER: The concept of number and the acquisition of counting concepts: The ‘when’, the ‘how’, and the ‘what’ of it. In: Cahiers de Psychologie Cognitive 14 (1995a) 6, pp. 653-684

FRYDMAN, OLIVIER: Knowledge about number and knowledge about knowledge: The insides and outsides of our windows. In: Cahiers de Psychologie Cognitive 14 (1995b) 6, pp. 764-774

FUCHS, BIRGITTA: Maria Montessori. Ein pädagogisches Porträt. Weinheim u. Basel: Beltz, 2003

FURTH, HANS G.: Piaget für Lehrer. Frankfurt a. M. [u. a.]: Ullstein, 1983

FUSON, KAREN C.: An analysis of the counting-on solution procedure in addition, In: CARPENTER, THOMAS P./ MOSER, JAMES M./ ROMBERG, THOMAS A.: Addition and Subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1982, pp. 67-81

FUSON, KAREN C.: Children's counting and concepts of number. New York [u. a.]: Springer, 1988

FUSON, KAREN C.: Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In: BIDEAUD, JAQUELINE/ MELJAC, CLAIRE/ FISCHER, JEAN-PAUL (Eds.): Pathways to number. Children’s developing numerical abilities. Hillsdale/ New Jersey/ London, 1992, pp. 127-149

FUSON, KAREN C.: Aspects and uses of counting: An AUC framework for considering research on counting to update the Gelman/ Gallistel counting principles. In: Cahiers de Psychologie Cognitive 14 (1995) 6, pp. 724-731

GAIDOSCHIK, MICHAEL: Förderung rechenschwacher Kinder. Wege und Irrwege. Vortrag auf dem Dyskalkulie-Symposium Klagenfurt, Dezember 2004. URL: http://rechenschwaeche.at/vertiefendes/wege-irrwege.pdf (letzter Zugriff: 15.08.2011)

GAIDOSCHIK, MICHAEL: Rechenschwäche vorbeugen. Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: övbhpt, 2007

GAIDOSCHIK, MICHAEL: Didaktogene Faktoren bei der Verfestigung des „zählenden Rechnens“. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 166-180

GAIDOSCHIK, MICHAEL: Zehner und Einer: Die ersten Schritte. Anregungen für die Erarbeitung von Stellenwertverständnis im Zahlenraum 99. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 182-189

GALLISTEL, CHARLES R./ GELMAN, ROCHEL: Preverbal and verbal counting and computation. Cognition 44 (1992) 1-2, pp. 43-74.

GANSER, BERND (Hrsg.): Rechenschwäche überwinden. Band 1. Fehleranalyse, Lernstandsdiagnose mit Materialien und Kopiervorlagen. Donauwörth: Auer, 3. Auflage 2006

GANSER, BERND: So kann Förderung bei Lernschwierigkeiten gelingen – aufgezeigt am Beispiel der Rechenschwäche. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009, S. 216-233

GARFINKLE, ANN N./ SCHWARTZ, ILENE S.: Peer imitation: Increasing social interactions in children with autism and other developmental disabilities in inclusive preschool classrooms. In: Topics in Early Childhood Special Education 22 (2002) 1, pp. 26-38

GATTEGNO, CALEB: Die Didaktik der Mathematik. In: GATTEGNO, CALEB: Zur Didaktik des Mathematikunterrichts. Neue Ansätze. Band 1. Hrsg. von Prof. Dr. Heinrich Roth. Hannover [u.a.]: Schrödel, 1969, S. 91-120

GEARY, DAVID C.: Mathematical Disabilities: Cognitive, neuropsychological, [sic!] and genetic components. In: Psychological Bulletin 114 (1993) 2, pp. 345-362

GEARY, DAVID C.: Mathematics and learning disabilities. In: Journal of Learning Disabilities 37 (2004) 1, pp. 4-15

GEARY, DAVID C./ BOW-THOMAS, C. CHRISTINE/ YAO, YUHONG: Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematical disabled children. In: Journal of Experimental Psychology 54 (1992) 3, pp. 372-391

GELMAN, ROCHEL: Constructing and using conceptual competence. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 305-313

GELMAN, ROCHEL/ GALLISTEL, CHARLES R.: The child's understanding of number. Cambridge/ London: Harvard Univ. Press, 1978

GELMAN, ROCHEL/ MECK, ELIZABETH: Preschoolers' counting: Principles before skill. In: Cognition 13 (1983) 3, pp. 343-359

GELMAN, ROCHEL/ MECK, ELIZABETH: Early principles aid initial but not later conceptions of number. In: BIDEAUD, JAQUELINE/ MELJAC, CLAIRE/ FISCHER, JEAN-PAUL (Eds.): Pathways to number. Children's developing numerical abilities. Hillsdale/ New Jersey/ London 1992, pp. 171-189

GERLACH, AXEL: Die Intervention. Versuch einer Definition. Hamburg [u.a.]: Metzner, 1967

GERRIG, RICHARD J./ ZIMBARDO, PHILIP G.: Psychologie. München [u.a.]: Pearson Studium, 18. aktual. Auflage 2008

GERSTER, HANS-DIETER: Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren. Diagnose und Therapie. Freiburg [u. a.]: Herder, 1982

GERSTER, HANS-DIETER: Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 248-268

GERSTER, HANS-DIETER: Schwierigkeiten beim Erwerb arithmetischer Konzepte im Anfangsunterricht. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 154-160

GERSTER, HANS-DIETER/ SCHULTZ, RITA: Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg im Breisgau, überarb. u. erw. Auflage 2004. URL: http://opus.bsz-bw.de/phfr/volltexte/2007/16/ (letzter Zugriff: 21.02.2011)

GINSBURG, HERBERT P./ OPPER, SYLVIA: Piagets Theorie der geistigen Entwicklung. Stuttgart: Klett-Cotta, 8., völlig überarb. und erg. Auflage 1998

GLASERSFELD, ERNST VON: Learning as a constructive activity. In: JANVIER, CLAUDE (Ed.): Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale, NJ/ London: Erlbaum, 1987, S. 215-225

GRAUMANN, GÜNTER: Mathematikunterricht im ersten Schuljahr. In: TOPSCH, WILHELM/ MOSCHNER, BARBARA (Hrsg.): Schulstart. Didaktische Perspektiven für das erste Schuljahr. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2008, 128-146

GRAY, EDWARD M.: An Analysis of diverging approaches to simple arithmetic: preference and its consequences. In: Educational Studies in Mathematics 22 (1991) 6, pp. 551-574

GREENO, JAMES G./ RILEY, MARY S./ GELMAN, ROCHEL: Conceptual competence and children's counting. In: Cognitive Psychology 16 (1984) 1, pp. 94-143

GRINDEL, ESTHER: Lernprozesse hochbegabter Kinder in der Freiarbeit der Montessori-Pädagogik. Eine empirische Analyse auf der Basis von Einzelfallstudien in Montessori-Grundschulen. Berlin: LIT Verlag, 2007

GRISSEMANN, HANS/ WEBER, ALFONS: Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie. Bern [u.a.]: Huber, 4. korr. u. erg. Auflage 2000

GRUBE, DIETMAR: Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter. Basale Fertigkeiten, Wissensabruf und Arbeitsgedächtniseinflüsse. Münster [u. a.]: Waxmann, 2006

GRUBE, DIETMAR: Kognitive Bedingungen der Rechenschwäche. In: Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 181-196

GRUBER, HANS/ PRENZEL, MANFRED/ SCHIEFELE, HANS: Spielräume für Veränderung durch Erziehung. In: KRAPP, ANDREAS/ WEIDENMANN, BERND (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. Weinheim: Beltz PVU, 4. vollst. überarb. Auflage 2001, S. 99-135

GUDJONS, HERBERT: Pädagogisches Grundwissen. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 7. Auflage 2001

GUDJONS, HERBERT: Didaktik zum Anfassen. Lehrer/in-Persönlichkeit und lebendiger Unterricht. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. durchgesehene Auflage 2003

HAEBERLIN, URS: Reflexionen zur Bedeutung des heilpädagogischen Leitsatzes „Nicht gegen den Fehler, sondern für Fehlendes erziehen". In: ALTHOF, WOLFGANG (Hrsg.): Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Opladen: Leske+Budrich, 1999, S. 89-99

HAECKEL, ERNST: Generelle Morphologie der Organismen. Allgemeine Grundzüge der organischen Formen-Wissenschaft, mechanisch begründet durch die von Charles Darwin reformirte Descendenz-Theorie. Bd. 2. Berlin, 1866; URL: http://www.biodiversitylibrary.org/item/52177#page/10/mode/1up (letzter Zugriff: 3.3.2012)

HAGEMEISTER, VOLKER: Eine Dokumentation: Unterrichtsmethoden, die Schwierigkeiten im Rechnen entstehen lassen. In: Heilpädagogik online 9 (2010) 1, S. 74-90. URL: http://www.heilpaedagogik-online.com/2010/heilpaedagogik_online_0110.pdf (letzter Zugriff am 9.8.2011)

HAGER, WILLI/ HASSELHORN, MARCUS: Pädagogisch-psychologische Interventionsmaßnahmen. In: SCHNEIDER, WOLFGANG/ HASSELHORN, MARCUS (Hrsg.): Handbuch der Pädagogischen Psychologie. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2008, S. 339-347

HAMMERER, FRANZ: Kinder brauchen Raum, um ihre Flügel ausbreiten zu können. In: KLEIN-LANDECK, MICHAEL/ FISCHER, REINHARD (Hrsg.): Kinder in Not. Chancen und Hilfen der Montessori-Pädagogik. Berlin: LIT Verlag, 2009, S. 42-61

HANNULA, MINNA M./ LEHTINEN, ERNO: Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. In: Learning and Instruction 15 (2005), pp. 237-256

HANSEN-SCHABERG, INGE/ SCHONIG, BRUNO (Hrsg.): Montessori-Pädagogik. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren, 2. Auflage 2005

HARTKE, BODO: Formen offenen Unterrichts. In: WALTER, JÜRGEN/ WEMBER, FRANZ W. (Hrsg.): Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Band 2. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 421-437

HASEMANN, KLAUS: Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg/ Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage 2007, Nachdruck 2010

HASSELHORN, MARCUS/ SCHUCHARDT, KIRSTEN: Lernstörungen. Eine kritische Skizze zur Epidemiologie. In: Kindheit und Entwicklung 15 (2006) 4, S. 208-215

HEBENSTREIT, SIGURD: Maria Montessori. Eine Einführung in ihr Leben und Werk. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 1999

HEDDERICH, INGEBORG: Einführung in die Montessori-Pädagogik. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2. Auflage 2005

HEFENDEHL-HEBEKER, LISA: Beispiele zum Spiralprinzip. In: KRAUTHAUSEN, GÜNTER/ SCHERER PETRA (Hrsg.): Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik. Ein Arbeitsbuch zur Lehrerbildung. Donauwörth: Auer Verlag 2004, S. 67-73

HEGEMANN, MICHAELA/ SCHMIDT, SIEGBERT: Förderung und Mathematikunterricht im Schnittfeld unterschiedlicher Begabungen von Grundschulkindern. In: GRÜßING, MEIKE/ PETER-KOOP, ANDREA (Hrsg.).: Die Entwicklung des mathematischen Denkens in kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Offenburg: Mildenberger Verlag, 3. Auflage 2010, S. 169-185

HEILAND, HELMUT: Maria Montessori. Reinbek bei Hamburg: rowohlt Taschenbuch Verlag, 11. Auflage 2010

HEIMLICH, ULRICH: Gemeinsamer Unterricht im Rahmen inklusiver Didaktik. In: HEIMLICH, ULRICH/ WEMBER, FRANZ B. (Hrsg.): Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 2007a, S. 69-80

HEIMLICH, ULRICH: Lernschwierigkeiten. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007b, S. 181-184

HEIMLICH, ULRICH: Reformpädagogik. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007c, S. 224-228

HEIMLICH, ULRICH: Lernschwierigkeiten. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2009

HEIMLICH, ULRICH: Inklusion und Sonderpädagogik. Die Bedeutung der Behindertenrechtskonvention (BRK) für die Modernisierung sonderpädagogischer Förderung. In: Zeitschrift für Heilpädagogik. 62 (2011) 2, S. 44-54

HEIMLICH, ULRICH/ LOTTER, MONIKA/ MÄRZ, MARTINA: Diagnose und Förderung im Förderschwerpunkt Lernen. Eine Handreichung für die Praxis. Donauwörth: Auer, 2005

HEIN, JAKOB/ BZUFKA, MICHAEL W./ NEUMÄRKER, KLAUS-JÜRGEN: The specific disorder of arithmetic skills. Prevalence studies in a rural and an urban population sample and their clinico-neuropsychological validation. In: European Child & Adolescent Psychiatry 9 (2000) Suppl. 2, pp. II/87-II/101

HEITKÄMPER, PETER: Neuropädagogische Begründungen der Montessori-Pädagogik. In: FISCHER, REINHARD/ HEITKÄMPER, PETER (Hrsg.): Montessori Pädagogik aktuelle und internationale Entwicklungen. Festschrift für Prof. Dr. Harald Ludwig. Münster: LIT Verlag, 2005, S. 75-90

HELLBRÜGGE, THEODOR: Die Montessori-Pädagogik und das behinderte Kind. Referate und Ergebnisse des 18. Internationalen Montessori-Kongresses. München: Kindler, 1978

HELLER, KURT A.: Individuelle Bedingungsfaktoren der Schulleistung: Literaturüberblick. In: WEINERT, FRANZ E./ HELMKE, ANDREAS (Hrsg.): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Beltz, Psychologie-Verlags-Union, 1997, S. 183-201

HELMING, HELENE: Montessori-Pädagogik. Ein moderner Bildungsweg in konkreter Darstellung. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 17. Auflage 1997

HELMKE, ANDREAS/ WEINERT, FRANZ E.: Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In: WEINERT, FRANZ E. (Hrsg.): Psychologie des Unterrichts und der Schule. Enzyklopädie der Psychologie. Serie Pädagogische Psychologie (Bd. 3). Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 1997, S. 71-176

HENGARTNER, ELMAR [u.a.]: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 2. aktual. u. erw. Auflage 2010

HENIK, AVISHAI/ TZELGOV, JOSEPH: Is three greater than five: The relation between physical and semantic size in comparison tasks. In: Memory & Cognition 10 (1982) 4, pp. 389-395

HILDEBRAND, HILLE: Offene Aufgaben zur Differenzierung im arithmetischen Anfangsunterricht. In: SCHERER, PETRA/ BÖNIG, DAGMAR (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt a. M.: Grundschulverband – Arbeitskreis Grundschule e. V., 2004, S. 86-96

HILLENBRAND, CLEMENS: Reformpädagogik und Lernförderung. In: HEIMLICH, ULRICH/ WEMBER, FRANZ B. (Hrsg.): Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 2007, S. 27-40

HILLMANN, KARL-HEINZ (Hrsg.): Wörterbuch der Soziologie. Stuttgart: Kröner, 5. vollst. überarb. u. erw. Auflage 2007

HINZ, ANDREAS: Von der Integration zur Inklusion – terminologisches Spiel oder konzeptionelle Weiterentwicklung. In: Zeitschrift für Heilpädagogik, 53 (2002) 9, S. 354-361

HOHMANN-BUSCH, CLAUDIA: Multiplikation mit Perlenstäbchen und Schachbrett – Zum Einsatz von Montessori-Materialien im Mathematikunterricht. In: SCHERER, PETRA/ BÖNIG, DAGMAR (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt a. M.: Grundschulverband – Arbeitskreis Grundschule e. V., 2004, S. 174-186

HOLTSTIEGE, HILDEGARD: Das Menschenbild bei Maria Montessori. Grundzüge ihrer Anthropologie im Kontext der aktuellen Diskussion. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 1999

HOLTSTIEGE, HILDEGARD: Modell Montessori. Grundsätze und aktuelle Geltung der Montessori-Pädagogik. Freiburg: Herder, 15. Auflage 2009

HOUDÉ, OLIVIER: Numerical development: from the infant to the child. Wynn's (1992) paradigm in 2- and 3-year olds. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 373-391

HUBACHER, ELISABETH/ HENGARTNER, ELMAR: Kinder entwickeln vielfältige Aufgaben: Zahlenmauern (1. Klasse). In: HENGARTNER, ELMAR (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 1999, S. 69-71

IRBLICH, DIETER/ RENNER, GEROLF: Testbesprechung. RZD 2-6. Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungs-Diagnostikum für die 2. bis 6. Klasse. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 38 (2006) 4, S. 196-199

JACOBS, CLAUS/ PETERMANN, FRANZ: Diagnostik von Rechenstörungen. Kompendium Psychologische Diagnostik Band 7. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2005a

JACOBS, CLAUS/ PETERMANN, FRANZ: RZD 2-6. Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungs- Diagnostikum für die 2. bis 6. Klasse. Manual. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2005b

JANSEN, PETER: Schulische Hilfen zur Prävention und Überwindung der Rechenschwäche. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009, S. 124-133

JETTER, KARLHEINZ: Kindliches Handeln und kognitive Entwicklung. Ein Beitrag zur Kognitionspsychologie des körperbehinderten Kindes auf der Grundlage der genetischen Theorie Jean Piagets. Bern/ Stuttgart/ Wien: Huber, 1975

JIMÉNEZ GONZÁLEZ, JUAN E./ GARCIA ESPÍNEL, ANA I.: Is IQ-achievement discrepancy relevant in the definition of arithmetic learning disabilities? In: Learning Disability Quaterly 22 (1999) 4, pp. 291-301

JULIUS, HENRI/ SCHLOSSER, RALF W./ GOETZE, HERBERT: Kontrollierte Einzelfallstudien. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2000

JÜRGENS, EIKO: Was ist guter Unterricht aus der Perspektive „der" Reformpädagogik? Vom Aktivitätsparadigma zum „Schüleraktiven Unterricht". In: JÜRGENS, EIKO/ STANDOP, JUTTA (Hrsg.): Was ist „guter" Unterricht? Namhafte Expertinnen und Experten geben Antwort. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2010, S. 39-81

KAHL, REINHARD: Lob des Fehlers. Von der belehrten zur lernenden Gesellschaft. Weinheim: Beltz, 1999

KAHNEMAN, DANIEL/ TREISMAN, ANNE/ GIBBS BRIAN J.: The reviewing of object-files. Object specific integration of information. In: Cognitive Psychology 24 (1992) 2, pp. 175-219

KANTER, GUSTAV O.: Lernbehinderungen und die Personengruppe der Lernbehinderten. In: KANTER, GUSTAV O./ SPECK, OTTO (Hrsg.): Pädagogik der Lernbehinderten. Handbuch der Sonderpädagogik, Bd. 4. Berlin: Marhold, 1977, S. 34-64

KAUFMAN, E. L./ LORD, M. W./ REESE, T. W./ VOLKMANN, J.[43]: The discrimination of visual number. In: The American Journal of Psychology 62 (1949) 4, pp. 498-525

KAUFMANN, LIANE/ NUERK, HANS-CHRISTOPH/ GRAF, MARTINA/ KRINZINGER, HELGA/ DELAZER, MARGARETE/ WILLMES, KLAUS: TEDI-MATH. Test zur Erfassung numerisch-rechnersicher Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse. Deutschsprachige Adaptation des Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques (TEDI-MATH) von Marie-Pascale Noël, Jacques Grégoire und Catherine Van Nieuwenhoven. Manual. Bern: Hans Huber, 2009

KAUFMANN, SABINE: Früherkennung von Rechenstörungen und entsprechende Fördermaßnahmen. In: GRÜßING, MEIKE/ PETER-KOOP, ANDREA (Hrsg.).: Die Entwicklung des mathematischen Denkens in kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Offenburg: Mildenberger Verlag, 3. Auflage 2010, S. 160-168

KELLER, HEIDI (Hrsg.): Handbuch der Kleinkindforschung. Bern: Hans Huber, 4. vollst. überarb. Auflage 2011

KLANT, MICHAEL (Hrsg.): SchulSpott. Karikaturen aus 2500 Jahren Pädagogik. Hannover: Fackelträger, 2. Auflage 1983

[43] Vornamen nicht eruierbar

KLAUER, KARL JOSEF: Kommentar: Zur Diagnostik mathematischer Kompetenzen. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 349-358

KLEIN, GERHARD: Frühe Kindheit und Vorschulalter. In: WALTER, JÜRGEN/ WEMBER, FRANZ W. (Hrsg.): Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Band 2. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 220-244

KLICPERA, CHRISTIAN/ GASTEIGER-KLICPERA, BARBARA: Aufbau von Lesefertigkeiten. In: LAUTH, GERHARD W./ GRÜNKE, MATTHIAS/ BRUNSTEIN, JOACHIM C. (Hrsg.): Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2004, S. 268-278

KLIEME, ECKHARD./ LEUTNER, DETLEV: Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. In: Zeitschrift für Pädagogik 52 (2006), S. 876-903

KOCH, KATJA/ KNOPP EVA: Pädagogische Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: NOVOTNÝ, KATHARINA (Hrsg.): Pädagogik in der Sonderpädagogik. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren, 2010, S. 41-69

KOLLER, INGRID/ ALEXANDROWICZ, RAINER W.: Eine psychometrische Analyse der ZAREKI-R mittels Rasch-Modellen. In: Diagnostica 56 (2010) 2, S. 57-67

KORNMANN, REIMER: Rechenschwäche – ein Aufgabengebiet der Sonderpädagogik? In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 34-50

KRAJEWSKI, KRISTIN: Entwicklung und Förderung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenz und ihre Bedeutung für die mathematischen Schulleistungen. In: SCHULTE-KÖRNE, GERD (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Verlag Dieter Winkler, 2007, S. 325-332

KRAJEWSKI, KRISTIN: Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovač, 2., korrigierte Auflage 2008a

KRAJEWSKI, KRISTIN: Prävention der Rechenschwäche. In: SCHNEIDER, WOLFGANG/ HASSELHORN, MARCUS (Hrsg.): Handbuch der Psychologie, Bd. Pädagogische Psychologie. Göttingen: Hogrefe, 2008b, S. 360-370

KRAJEWSKI, KRISTIN: Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: PETERMANN, FRANZ/ SCHNEIDER, WOLFGANG (Hrsg.): Enzyklopädie der Psychologie, Bd. 7: Angewandte Entwicklungspsychologie. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2008c, S. 275-304

KRAJEWSKI, KRISTIN/ KÜSPERT, PETRA/ SCHNEIDER, WOLFGANG: DEMAT 1+. Deutscher Mathematiktest für erste Klassen. Manual. Göttingen: Beltz, 2002a

KRAJEWSKI, KRISTIN/ KÜSPERT, PETRA/ SCHNEIDER, WOLFGANG: Kurzkommentar zur Testbesprechung des DEMAT 1+. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 34 (2002b) 4, S. 238

KRAJEWSKI, KRISTIN/ SCHNEIDER, WOLFGANG: Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties. Findings from a four-year longitudinal study. In: Learning and Instruction 19 (2009) 6, pp. 513-526

KRAJEWSKI, KRISTIN/ NIEDING, GERHILD/ SCHNEIDER, WOLFGANG: Förderboxen für KiTa und Anfangsunterricht. Mengen, zählen, Zahlen (MZZ). Die Welt der Mathematik verstehen. Berlin: Cornelsen, 2007

KRAJEWSKI, KRISTIN/ NIEDING, GERHILD/ SCHNEIDER, WOLFGANG: Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen". In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 40 (2008) 3, S. 135–146

KRAJEWSKI, KRISTIN/ RENNER, AGNES/ NIEDING, GERHILD/ SCHNEIDER, WOLFGANG: Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 10 (2008) Sonderheft 11, S. 91-103

KRAMER, RITA: Maria Montessori. Leben und Werk einer großen Frau. Frankfurt a. M.: Fischer Taschenbuchverlag, 6. Auflage 2004

KRAUTHAUSEN, GÜNTER: Zwischen Invention und Konvention – Überlegungen zur Rolle der Lehrerin. In: SCHERER, PETRA/ BÖNIG, DAGMAR (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt a. M.: Grundschulverband – Arbeitskreis Grundschule e. V., 2004, S. 142-151

KRAUTHAUSEN, GÜNTER/ SCHERER PETRA: Lernbiografien von Studierenden im Fach Mathematik und Folgerungen für die Lehrerbildung. In: KRAUTHAUSEN, GÜNTER/ SCHERER PETRA (Hrsg.): Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik. Ein Arbeitsbuch zur Lehrerbildung. Donauwörth: Auer Verlag 2004, S. 74-82

KRAUTHAUSEN, GÜNTER/ SCHERER PETRA: Einführung in die Mathematikdidaktik. München: Elsevier, 3. Auflage 2007

KRETSCHMANN, RUDOLF: Manchmal ist Rechnenlernen schwer – eine entwicklungsökologische und systemische Problemsicht. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 179-200

KRIST, HORST/ SCHWARZER, GUDRUN: Entwicklung von Wahrnehmung und Aufmerksamkeit. In: HASSELHORN, MARCUS/ SCHNEIDER, WOLFGANG (Hrsg.): Handbuch der Entwicklungspsychologie. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 232-243

LACHMAN, ROY/ LACHMAN, JANET L./ BUTTERFIELD, EARL C.: Cognitive psychology and information processing. An introduction. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1979

LAMNEK, SIEGFRIED: Qualitative Sozialforschung. Weinheim/ Basel: Beltz, 5. überarb. Auflage 2010

LANDERL, KARIN/ BEVAN, ANNA/ BUTTERWORTH, BRIAN: Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. In: Cognition 93 (2004) 2, pp. 99-125

LANDERL, KARIN/ KAUFMANN, LIANE: Dyskalkulie. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2008

LANDESINSTITUT FÜR SCHULE UND MEDIEN BERLIN-BRANDENBURG (Hrsg.): Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. Potsdam: G & S Druck & Medien, 2008

LASCHKOWSKI, WERNER: Wenn Üben nicht mehr hilft – Beratungs- und Interventionsansätze bei Rechenstörungen. In: EBERLE, GERHARD/ KORNMANN, REIMER (Hrsg.): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Weinheim: Dt. Studien-Verlag, 1996, S. 85-101

LASCHKOWSKI, WERNER/ BAUERNSCHMIDT, UTA/ DRECHSEL, HANS-MARTIN/ PRADE, BIRGIT/ SCHUSTER, DAGMAR: Arbeitsmaterialien zur Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC). Erlangen, 1999. URL: http://www.sfz-e.de/tz2/seiten/download/k-abc.pdf (letzter Zugriff: 20.3.2012)

LASCHKOWSKI, WERNER/ BIRMANN, CHRISTINE/ GEYER, THOMAS/ LECHNER, THOMAS/ MERK-SEEBERGER, IRMGARD/ SCHNEIDER, HEIDRUN/ FOLTIN, CHRISTIANE: Arbeitshilfen für den Mobilen Sonderpädagogischen Dienst (MSD). Nach Art. 21 BayEUG. Erlangen, 2003. URL: http://www.sfz-e.de/tz2/seiten/download/msdskript0_9.pdf (letzter Zugriff: 12.3.2012)

LAUTENBACH, ERNST: Lexikon Goethe Zitate. Auslese für das 21. Jahrhundert. Aus Werk und Leben. München: Iudicium Verlag, 2004

LAUTER, JOSEF: Fundament der Grundschulmathematik. Pädagogisch-didaktische Aspekte des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Donauwörth: Auer, 1991

LAUTH, GERHARD W./ GRÜNKE, MATTHIAS: Interventionen bei Lernstörungen. In: Monatsschrift Kinderheilkunde 153 (2005) 7, S. 640-648

LAUTH, GERHARD W./ GRÜNKE, MATTHIAS/ BRUNSTEIN, JOACHIM C.: Vorwort der Herausgeber. In: LAUTH, GERHARD W./ GRÜNKE, MATTHIAS/ BRUNSTEIN, JOACHIM C. (Hrsg.): Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2004, S. 9f.

LEC, STANISLAW JERZY: Das große Stanislas Jerzy Lec Buch. Hrsg. u. aus d. Poln. von Karl Dedecius. München: Goldmann, 1990

LEENDERS, HÉLÈNE: Der Fall Montessori. Die Geschichte einer reformpädagogischen Erziehungskonzeption im italienischen Faschismus. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2001

LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT: Dyskalkulie: Wahrnehmungen und Fakten. Ergebnisse und Ausblicke. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dykalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 15-31

LESLIE, ALAN M./ XU, FEI/ TREMOULET, PATRICE D./ SCHOLL, BRIAN J.: Indexing and the object concept: Developing „what" and „where" systems. In: Trends in Cognitive Sciences 2 (1998) 1, pp. 10-18

LEUTNER, DETLEV: Bildungspsychologie auf der Mikroebene: Individuelle Bedingungen des Lehrens und Lernens. In: SPIEL, CHRISTIANE/ SCHOBER, BARBARA/ WAGNER, PETRA/ REIMANN, RALPH (Hrsg.): Bildungspsychologie. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2010a, S. 359-376

LEUTNER, DETLEV: Perspektiven pädagogischer Interventionsforschung. In: HASCHER, TINA/ SCHMITZ, BERNHARD (Hrsg.): Pädagogische Interventionsforschung. Theoretische Grundlagen und empirisches Handlungswissen. Weinheim/ München: Juventa, 2010b, S. 63-72

LEWIS, CLIVE/ HITCH, GRAHAM, J./ WALKER, PETER: The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year-old boys and girls. In: Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines 35 (1994) 2, pp. 283-292

LILLARD, ANGELINE STOLL: Montessori. The Science behind the Genius. Updated Edition with a foreword by Renilde Montessori. Oxford [u. a.]: Oxford University Press, 2008

LILLARD, ANGELINE STOLL/ ELSE-QUEST, NICOLE: Evaluating Montessori Education. In: Science 313 (2006), pp. 1893f.

LIPOWSKY, FRANK: Offene Lernsituationen im Grundschulunterricht. Eine empirische Studie zur Lernzeitnutzung von Grundschülern mit unterschiedlicher Konzentrationsfähigkeit. Frankfurt a. M. [u. a.]: Lang, 1999

LOMPSCHER, JOACHIM: Selbständiges Lernen anleiten. Ein Widerspruch in sich? In: Friedrich-Jahresheft: Lernmethoden, Lehrmethoden, XV (1997), S. 46-49

LORENZ, JENS HOLGER: Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. Göttingen/ Toronto/ Zürich: Hogrefe, 1992

LORENZ, JENS HOLGER: Anschauung im Arithmetikunterricht der Eingangsklassen. In: EBERLE, GERHARD/ KORNMANN, REIMER (Hrsg.): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Weinheim: Dt. Studien-Verlag, 1996, S. 65-84

LORENZ, JENS HOLGER: Überblick über Theorien zur Entstehung und Entwicklung von Rechenschwächen. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 144-162

LORENZ, JENS HOLGER: Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche. Frühhinweise auf Rechenschwäche. Diagnostisches Vorgehen. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2. Auflage 2005

LORENZ, JENS HOLGER: Schulische Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche. In: SCHULTE-KÖRNE, GERD (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Verlag Dieter Winkler, 2007, S. 389-398

LORENZ, JENS HOLGER: Zur Relevanz des Repräsentationswechsels für das Zahlenverständnis und erfolgreiche Rechenleistungen. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009a, S. 230-247

LORENZ, JENS HOLGER: Aspekte der Diagnose und Therapie einer Rechenschwäche – Überlegungen an einem Fallbeispiel. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009b, S. 354-372

LORENZ, JENS HOLGER: Kognitive Faktoren, deren Störung den Erwerb mathematischer Inhalte erschwert. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dykalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 39-46

LORENZ, JENS HOLGER/ RADATZ, HENDRIK: Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schrödel, 1993

LUDWIG, HARALD: 100 Jahre Montessori-Kinderhaus – Eine pädagogische Zeitreise. In: LUDWIG, HARALD/ FISCHER, REINHARD/ KLEIN-LANDECK, MICHAEL (Hrsg.): 100 Jahre Montessori-Kinderhaus. Geschichte und Aktualität eines pädagogischen Konzepts. Berlin: LIT Verlag, 2009, S. 41-68

MANDL, HEINZ: Lernumgebungen problemorientiert gestalten – Zur Entwicklung einer neuen Lernkultur. In: JÜRGENS, EIKO/ STANDOP, JUTTA (Hrsg.): Was ist „guter“ Unterricht? Namhafte Expertinnen und Experten geben Antwort. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2010, S. 19-38

MÄRZ, MARTINA: Die Auswirkungen musikalischer Förderung in der frühen Kindheit auf die Entwicklung schulrelevanter Basiskompetenzen. Ein präventiver Ansatz zur Vermeidung von drohenden Lernschwierigkeiten (Schriftenreihe EUB. Erziehung - Unterricht - Bildung, Bd. 133). Hamburg: Kovač, 2007

MATURANA, HUMBERTO R./ VARELA, FRANCISCO J.: Der Baum der Erkenntnis. Die biologischen Wurzeln menschlichen Erkennens. Frankfurt a. M.: Fischer, 2009 (Originalausgabe 1984)

MECK, WARREN H./ CHURCH, RUSSELL M.: A mode control model of counting and timing processes. In: Journal of Experimental Psychology. Animal Behaviour Processes 9 (1983) 3, pp. 320-334

METZGER, MARIUS/ STEIGER, KARIN/ SCHLEY, WILFRIED: Interventionen bei Lernschwierigkeiten: Wirksames Handeln bei Lernschwierigkeiten von Kindern und Jugendlichen. In: Heilpädagogik online (2007) 4, S. 60-74. URL: http://www.heilpaedagogik-online.com/2007/heilpaedagogik_online_0407.pdf (letzter Aufruf: 09.08.2011)

MEYER, HILBERT: Merkmale guten Unterrichts – Ein Kriterienmix. In: JÜRGENS, EIKO/ STANDOP, JUTTA (Hrsg.): Was ist „guter“ Unterricht? Namhafte Expertinnen und Experten geben Antwort. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2010, S. 159-174

MILZ, INGEBORG: Rechenschwächen erkennen und behandeln. Teilleistungsstörungen im mathematischen Denken neuropädagogisch betrachtet. Dortmund: Borgmann, 6. neu bearb. Auflage 2006

MONTADA, LEO: Die geistige Entwicklung aus der Sicht Jean Piagets. In: OERTER, ROLF/ MONTADA, LEO (Hrsg.): Entwicklungspsychologie. Weinheim: Beltz PVU, 5. vollst. überarb. Auflage 2002, S. 418-442

MONTADA, LEO: Fragen, Konzepte, Perspektiven. In: OERTER, ROLF/ MONTADA, LEO (Hrsg.): Entwicklungspsychologie. Weinheim: Beltz PVU, 6. vollst. überarb. Auflage 2008, S. 3-48

MONTESSORI, MARIA: Selbsttätige Erziehung im frühen Kindesalter. Nach den Grundsätzen der wissenschaftlichen Pädagogik methodisch dargelegt. Stuttgart: Hoffmann, 1913 (später: Die Entdeckung des Kindes)

MONTESSORI, MARIA: Psico Aritmética. La aritmética desarrollada con arreglo a las directrices señaladas por la psicología infantil, durante veinticinco años de experiencia. Ilustrada con 300 figuras en colores. Versión española. Primera edición de esta obra no publicada en otro idioma. Bercelona: Casa editorial Araluce, 1934

MONTESSORI, MARIA: Dem Leben helfen. Das Kind in der Familie und andere Vorträge. Nach der Rückkehr aus Indien. Über die Bildung des Menschen. Hrsg. und eingeleitet von Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2. Auflage 1992a

MONTESSORI, MARIA: Die Macht der Schwachen. Vertrauen statt Kampf: Abrüstung in der Erziehung. Frieden und Erziehung. Spannungsfeld Kind – Gesellschaft – Welt. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2. Auflage 1992b

MONTESSORI, MARIA: Die Entdeckung des Kindes. Hrsg. von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 11. Auflage 1994

MONTESSORI, MARIA: Gott und das Kind. Grundgedanken: Gott und das Kind. Religiöse Erziehung: Buchauszüge und Kursusvorträge. Unbekannte Texte aus dem Nachlaß. Hrsg. u. eingel. von Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 4. Auflage 1995

MONTESSORI, MARIA: Schule des Kindes. Montessori-Erziehung in der Grundschule. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 6. Auflage 1996

MONTESSORI, MARIA: Erziehung für eine neue Welt: Die Anfänge. Erziehung für eine neue Welt. Weltanalphabetismus. Hrsg. und eingeleitet von Harald Ludwig und Günter Schulz-Benesch. Freiburg: Herder, 1998

MONTESSORI, MARIA: Psychoarithmetik. Psico Aritmética – Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren. Hrsg. u. eingeleitet v. Harold Baumann. Die dt. Übers. nach der span. Ausg. besorgten Maria Kunz u. Jürg Marti. Volken: edition paeda media, 2000 (span. Originalausg. von 1934)

MONTESSORI, MARIA: Entwicklungsmaterialien in der Schule des Kindes. Übersetzt von Mag. Karin Pellegrini. Dörfles: Renate Götz Verlag, 2003

MONTESSORI, MARIA: „Kosmische Erziehung“. Die Stellung des Menschen im Kosmos. Menschliche Potentialität und Erziehung. Von der Kindheit zur Jugend. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 7. Auflage 2005

MONTESSORI, MARIA: Das kreative Kind. Der absorbierende Geist. Hrsg. und eingeleitet von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 17. Auflage 2007

MONTESSORI, MARIA: Lernen ohne Druck. Schöpferisches Lernen in Familie und Schule. Hrsg. von Ingeborg Becker-Textor. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2007

MONTESSORI, MARIA: Grundgedanken der Montessori-Pädagogik. Quellentexte und Praxisberichte. Hrsg. von Paul Oswald und Günter Schulz-Benesch. Überarb. u. akt. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 21. Auflage 2008

MONTESSORI, MARIA: Kinder sind anders. Mit einem Vorwort v. Ingeborg Waldschmidt. Übersetzt v. Percy Eckstein u. Ulrich Weber; bearb. v. Helene Helming. Stuttgart: Klett-Cotta, 14. durchgesehene u. um ein Vorwort erw. Auflage 2009

MONTESSORI, MARIA: Die Entdeckung des Kindes. Hrsg. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2010

MONTESSORI, MARIA: Praxishandbuch der Montessori-Methode. Hrsg. von Harald Ludwig. Freiburg/ Basel/ Wien: Herder, 2010

MORGENTHAU, LENA: Was ist offener Unterricht? Wochenplan und Freie Arbeit organisieren. Mülheim a. d. Ruhr: Verlag an der Ruhr, 2003

MOSER, VERA/ SASSE, ADA: Theorien der Behindertenpädagogik. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2008

MOSER OPITZ, ELISABETH: Rechenschwäche/ Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern/ Stuttgart/ Wien: Haupt, 2007a

MOSER OPITZ, ELISABETH: Erstrechnen. In: HEIMLICH, ULRICH/ WEMBER, FRANZ B. (Hrsg.): Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 2007b, S. 253-265

MOSER OPITZ, ELISABETH: Zählen – Zahlbegriff – Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen. Bern/ Stuttgart/ Wien: Haupt, 3. Auflage 2008

MOYER, ROBERT S./ LANDAUER, THOMAS K.: Time required for judgements of numerical inequality. In: Nature 215 (1967) 5109, pp. 1519-1520

MRAZEK, PATRICIA J./ HAGGERTY, ROBERT J. (Eds.): Reducing Risks for Mental Disorders. Frontiers for Preventive Intervention Research. Washington: National Academies Press, 1994

MÜLLER, GERHARD N.: Mathematiklernen als konstruktiver, entdeckender Prozeß nicht nur in der Grundschule, sondern auch in der Lehrerbildung? – dargestellt an der Arithmetik. In: BARDY, PETER (Hrsg.): Mathematische und mathematikdidaktische Ausbildung von Grundschullehrerinnen/-lehrern. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1997, 95-113

MÜLLER, GERHARD/ WITTMANN, ERICH CH.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Ziele, Inhalte, Prinzipien, Beispiele. Braunschweig/ Wiesbaden: Vieweg, 3. neubearb. Auflage 1984

MUÑOZ, RICARDO E./ MRAZEK, PATRICIA J./ HAGGERTY, ROBERT J.: Institute of Medicine Report on prevention of mental disorders. In: American Psychologist 51 (1996) 11, pp. 1116-1122

NEISE, KARL: Empirische Untersuchungen über Effekte Montessori-orientierten Unterrichts bei geistigbehinderten Schülern. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 35 (1984) 6, S. 389-397

NESTLE, WERNER: Ursachen von „Rechenschwäche“ bzw. „Schwierigkeiten im Mathematikunterricht“ und notwendige Hilfen. In: Heilpädagogik online (2004) 1, S. 26-57. URL: http://www.heilpaedagogik-online.com/2004/heilpaedagogik_online_0104.pdf

NESTLE, WERNER: Das lern- und entwicklungstheoretische Paradigma. In: WALTER, JÜRGEN/ WEMBER, FRANZ W. (Hrsg.): Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Band 2. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 117-127

NEUMÄRKER, KLAUS-JÜRGEN/ BZUFKA, MICHAEL W.: Diagnostik und Klinik der Rechenstörungen. In: ASTER, MICHAEL VON/ LORENZ, JENS HOLGER (Hrsg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2005, S. 73-92

NOLTE, MARIANNE: Rechenschwächen – Möglichkeiten und Grenzen der Förderung im Schulalltag. In: SCHULTE-KÖRNE, GERD (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Verlag Dieter Winkler, 2007, S. 403-413

NOLTE, MARIANNE: Rechenschwäche und Fördermöglichkeiten. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009, S. 80-91

NÜHRENBÖRGER, MARCUS/ VERBOOM, LILO: SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G8: Eigenständig lernen – Gemeinsam lernen. Kiel: o. V., 2005: URL: http://www.sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/Materialien/Modul8.pdf (letzter Zugriff: 29.2.2012)

NUTBROWN, CATHY/ CLOUGH, PETER/ SELBIE, PHILIP: Early Childhood Education. History, Philosophy and Experience. Los Angeles/ London/ New Delhi/ Singapore: Sage, 2008

O' DONNELL, MARION: Maria Montessori. Continuum Library of Educational Thought. London/ New York: Continuum, 2007

OERTER, ROLF: Montessori aus der Sicht der heutigen Entwicklungspsychologie. In: HARTH-PETER, WALTRAUD (Hrsg.): „Kinder sind anders“. Maria Montessoris Bild vom Kinde auf dem Prüfstand. Würzburg: Ergon-Verlag, 1996, S. 183-201

ÖNGÖREN, SEMA/ TURCAN, ALI İHSAN: The effectiviness of Montessori Education Method in the acquisition of concept of geometrical shapes. In: Procedia Social and Behavioral Sciences 1 (2009) 1, pp. 1163-1166

OSWALD, PAUL: Die Anthropologie Maria Montessoris. Münster: Coppenrath, 1970

PADBERG, FRIEDHELM: Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. München: Elsevier, 3. erw., völlig überarb. Auflage 2005

PAUEN, SABINA: Zeitfenster der Gehirn- und Verhaltensentwicklung: Modethema oder Klassiker? In: HERRMANN, ULRICH (Hrsg.): Neurodidaktik. Grundlagen und Vorschläge für gehirngerechtes Lehren und Lernen. Weinheim u. Basel: Beltz, 2. erw. Auflage 2009, S. 31-40

PELSTER, JOSEF: Kinder mit Sensorischen Integrationsstörungen aus kinderärztlicher Sicht. In: KESPER, GUDRUN (Hrsg.): Sensorische Integration und Lernen. Grundlagen, Diagnostik und Förderung. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag: 2002, S. 99-110

PIAGET, JEAN: Mathematische Strukturen und operatorische Strukturen des Denkens. In: GATTEGNO, CALEB [u. a.] (Hrsg.): Zur Didaktik des Mathematikunterrichts. Band 1. Neue Ansätze. Hannover [u. a.]: Schrödel, 1969, S. 13-27

PIAGET, JEAN: Einführung in die genetische Erkenntnistheorie. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1973

PIAGET, JEAN: Die Entwicklung des Erkennens. Band I: Das mathematische Denken. Gesammelte Werke, Band 8, Studienausgabe. Stuttgart: Klett, 1975

PIAGET, JEAN: Die Äquilibration der kognitiven Strukturen. Stuttgart: Klett, 1976

PIAGET, JEAN: Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde. Einführung von Hans Aebli. Aus dem Französischen von Bernhard Seiler. München: Deutscher Taschenbuch Verlag, ungekürzte Auflage 1992a

PIAGET, JEAN: Psychologie der Intelligenz. Mit einer Einführung von Hans Aebli. Stuttgart: Klett-Cotta, 3. Auflage 1992b

PIAGET, JEAN: Über Pädagogik. Aus dem Französischen von Irène Kuhn und Ralf Stamm. Weinheim/ Basel: Beltz, 1999

PIAGET, JEAN/ INHELDER, BÄRBEL: Die Entwicklung der elementaren logischen Strukturen. Teil I. Düsseldorf: Pädagogischer Verlag Schwann, 1973a

PIAGET, JEAN/ INHELDER, BÄRBEL: Die Entwicklung der elementaren logischen Strukturen. Teil II. Düsseldorf: Pädagogischer Verlag Schwann, 1973b

PIAGET, JEAN/ INHELDER, BÄRBEL: Die Entwicklung des inneren Bildes beim Kind. Übers. von Annette Roellenbleck. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1979

PIAGET, JEAN/ INHELDER, BÄRBEL: Die Psychologie des Kindes. Aus dem Französ. von Lorenz Häfliger. München: Deutscher Taschenbuch Verlag, ungekürzte Ausgabe, 6. Auflage 1996

PIAGET, JEAN/ SZEMINSKA, ALINA: Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Gesammelte Werke, Band 3, Studienausgabe. Stuttgart: Klett-Cotta, 2. Auflage 1994

PREUSS, ULRICH: Kaufman Assessment Battery for Children: Die psychometrischen Eigenschaften des Untertests „Gesichter und Orte“ nach 14 Jahren Anwendung. In: Kindheit und Entwicklung 15 (2006) 2, S. 76-82

PREUSS, ULRICH/ SCHNYDER, ROMAINE: Testinformationen: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern, ZAREKI von M. von Aster unter Mitwirkung von M. Weinhold (2001). In: Diagnostica 49 (2003) 1, S. 43-47

PÜTZ, TANJA: *„Dann vergesse ich die Zeit!“* – Frei(arbeits)räume für die Lernbedürfnisse von Kindern. In: KLEIN-LANDECK, MICHAEL/ FISCHER, REINHARD (Hrsg.): Kinder in Not. Chancen und Hilfen der Montessori-Pädagogik. Berlin: LIT Verlag, 2009, S. 100-109

RADATZ, HENDRIK: Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig [u.a.]: Vieweg, 1980

RADATZ, HENDRIK/ SCHIPPER, WILHELM/ EBELING, ASTRID/ DRÖGE, ROTRAUT: Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover: Schrödel, 1996

RADATZ, HENDRIK/ SCHIPPER, WILHELM/ EBELING, ASTRID/ DRÖGE, ROTRAUT: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schrödel, 1999

RANSCHBURG, PAUL: Die Leseschwäche (Legasthenie) und Rechenschwäche (Arithmasthenie) der Schulkinder im Lichte des Experiments. Berlin: Springer, 1916

RATZ, CHRISTOPH: Fachorientierung im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung am Beispiel von mathematischem Lernen. In: Sonderpädagogische Förderung heute 55 (2010) 2, S. 147-165

RATZ, CHRISTOPH/ WITTMANN, ERICH CH.: Mathematisches Lernen im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In: RATZ, CHRISTOPH (Hrsg.): Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Oberhausen: ATHENA-Verlag 2011, S. 129-153

RAUH, HELLGARD: Vorgeburtliche Entwicklung und frühe Kindheit. In: OERTER, ROLF/ MONTADA, LEO (Hrsg.): Entwicklungspsychologie. Weinheim: Beltz PVU, 6. vollst. überarb. Auflage 2008, 149-224

REICHEN, JÜRGEN: Hannah hat Kino im Kopf. Die Reichen-Methode LESEN DURCH SCHREIBEN und ihre Hintergründe für LehrerInnen, Studierende und Eltern. Hamburg: Heinevetter, 5. Auflage 2008

REISS, KRISTINA/ HEINZE, AISO/ PEKRUN, REINHARD: Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. In: PRENZEL, MANFRED/ GOGOLIN, INGRID/ KRÜGER, HEINZ-HERMANN (Hrsg.): Kompetenzdiagnostik. Sonderheft 8 der Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Wiesbaden: VS-Verlag, 2007, S. 107-127

RESNICK, LAUREN B.: A developmental theory of number understanding. In: GINSBURG, HERBERT P. (Ed.): The development of mathematical thinking. New York [a.o.]: Academic Press, 1983, pp. 109-151

RESNICK, LAUREN B.: Developing mathematical knowledge. In: American Psychologist, 44 (1989) 2, pp. 162-169

RICHTER, MAX: Fehlende pränumerische Voraussetzungen: Zentrales Lernhindernis für den Zahlbegriffserwerb. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 25.3. bis 30.3.2007 in Berlin. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2007/Richter.pdf (letzter Zugriff: 07.03.2011)

RICKEN, GABI: Psychometrische und entwicklungsorientierte Verfahren zur Diagnostik des Rechnens. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 260-282

RITTLE-JOHNSON, BETHANY/ SIEGLER, ROBERT S.: The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics. A review. In: DONLAN, CHRIS (Ed.): The development of mathematical skills. Hove: Psychology Press: 1998, pp. 75-110

ROCHMANN, KATJA/ WEHRMANN, MICHAEL: „Bloß kein minus… … lieber plus!“. Die Subtraktion – ein Buch mit sieben Siegeln? Ein Lehr- und Lernbuch für den Grundschulstoff. Hrsg. u. verlegt v. Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung gemeinnützige GmbH. Osnabrück, 2009

RYDL, KAREL: Der Freiheitsbegriff in der Erziehung und die Montessori-Methode. In: FISCHER, REINHARD/ HEITKÄMPER, PETER (Hrsg.): Montessori Pädagogik aktuelle und internationale Entwicklungen. Festschrift für Prof. Dr. Harald Ludwig. Münster: LIT Verlag, 2005, S. 91-102

SANDER, ALFRED: Prävention und Integration im Primarbereich. In: BAIER, HERWIG/ BLEIDICK, ULRICH (Hrsg.): Handbuch der Lernbehindertendidaktik. Stuttgart: Kohlhammer 1983, S. 34-39

SANDER, ALFRED: Prävention. In: BUNDSCHUH, KONRAD/ HEIMLICH, ULRICH/ KRAWITZ, RUDI (Hrsg.): Wörterbuch Heilpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 3. überarb. Auflage 2007, S. 209-212

SAß, HENNING/ WITTCHEN, HANS-ULRICH/ ZAUDIG, MICHAEL/ HOUBEN, ISABEL (Hrsg.): Diagnostisches und Statistisches Manual Psychischer Störungen. Textrevision - DSM-IV-TR. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2003

SCHERER PETRA: Aktiv-entdeckendes Lernen – auch für schulschwache Kinder!. In: HENGARTNER, ELMAR (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 1999, S. 152-160

SCHERER PETRA: Offene Lernumgebungen im Mathematikunterricht – Schwierigkeiten und Möglichkeiten lernschwacher Schülerinnen und Schüler. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 58 (2007) 8, S. 291-297

SCHERER PETRA: Produktives Mathematiklernen – auch in der Förderschule?! In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 434-447

SCHERER PETRA/ HOFFROGGE, BRIGITTE: Informelle Rechenstrategien im Tausenderraum – Entwicklungen während eines Schuljahres. In: SCHERER, PETRA/ BÖNIG, DAGMAR (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt a. M.: Grundschulverband – Arbeitskreis Grundschule e. V., 2004, S. 152-162

SCHICK, HELLA: Entwicklungspsychologie der Kindheit und Jugend. Ein Lehrbuch für die Lehrerausbildung und schulische Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 2012

SCHIEDER, MARTIN: Tätigkeit und Entwicklung. Probleme in der Montessori-Pädagogik aus der Sicht der Schulpraxis. In: HARTH-PETER, WALTRAUD (Hrsg.): „Kinder sind anders“. Maria Montessoris Bild vom Kinde auf dem Prüfstand. Würzburg: Ergon-Verlag, 1996, S. 299-312

SCHIERSMANN, CHRISTIANE: Frauenleben – im Lichte Maria Montessoris. In: FUCHS, BIRGITTA/ HARTH-PETER, WALTRAUD (HRSG.): Montessori-Pädagogik und die Erziehungsprobleme der Gegenwart. Würzburg: Königshausen u. Neumann. 1989, S. 116-127

SCHIPPER, WILHELM: Mathematikdidaktik als Berufswissenschaft der Grundschullehrerinnen. In: BARDY, PETER (Hrsg.): Mathematische und mathematikdidaktische Ausbildung von Grundschullehrerinnen/-lehrern. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1997, 117-131

SCHIPPER, WILHELM: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel, 2009a

SCHIPPER, WILHELM: Prozessorientierte Diagnostik von Rechenstörungen. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009b, S. 92-111

SCHIPPER, WILHELM: Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dykalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 103-121

SCHMASSMANN, MARGRET: Lernförderung und zeitgemäße Mathematikdidaktik. Aktiv-entdeckendes Lernen bei mathematischen Lernschwierigkeiten. In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dykalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 209-216

SCHMIDT, SIEGBERT: Zur Bedeutung und Entwicklung der Zählkompetenz für die Zahlbegriffsentwicklung bei Vor- und Grundschulkindern. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 15 (1983) 2, S. 101-111

SCHMIDT, SIEGBERT: Was können Kinder am Schulanfang mathematisch wissen? In: SCHERER, PETRA/ BÖNIG, DAGMAR (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt a. M.: Grundschulverband – Arbeitskreis Grundschule e. V., 2004, S. 14-25

SCHMIDT, SIEGBERT: Arithmetische Kenntnisse am Schulanfang. Befunde aus mathematikdidaktischer Sicht. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 77-97

SCHMIDT, SIEGFRIED J.: Der Diskurs des Radikalen Konstruktivismus. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 9. Auflage 2003

SCHMUTZLER, HANS-JOACHIM: 100 Jahre Montessori Kinderhaus 1907-2007 – Was ist und welche Zukunft hat die Montessoripädagogik? In: Informationsschrift Recht und Bildung des Instituts für Bildungsforschung und Bildungsrecht 4 (2007) 2, S. 3-9

SCHMUTZLER, HANS-JOACHIM: Personale und soziale Integration nach Montessori. In: LUDWIG, HARALD/ FISCHER, REINHARD/ KLEIN-LANDECK, MICHAEL (Hrsg.): 100 Jahre Montessori-Kinderhaus. Geschichte und Aktualität eines pädagogischen Konzepts. Berlin: LIT Verlag, 2009, S. 312-319

SCHNELL, RAINER/ HILL, PAUL B./ ESSER, ELKE: Methoden der empirischen Sozialforschung. München: Oldenbourg, 9. aktual. Auflage 2011

SCHOR, BRUNO J.: Inklusive Schule. Das neue bayerische Schulgesetz fordert zum Aufbruch, aber auch zum Diskurs heraus. In: Spuren. Sonderpädagogik in Bayern 55 (2012) 2, S. 11-23

SCHRÖDER, ULRICH: Lernbehindertenpädagogik. Grundlagen und Perspektiven sonderpädagogischer Lernhilfe. Stuttgart: Kohlhammer, 2. Auflage 2005

SCHULZ, ANDREA: Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Grundsätzliche Überlegungen zum Erkennen, Verhindern und Überwinden von Lernschwierigkeiten – dargestellt am Beispiel der Klassenstufe 3. Berlin: Paetec, 2. Auflage 1999

SCHULZ, ANDREA: Dyskalkulie bei Grundschulkindern – Ursachen, Diagnostik, Therapie. Eine Betrachtung aus fachdidaktischer Sicht. In: SCHULTE-KÖRNE, GERD (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Verlag Dieter Winkler, 2007, S. 359-375

SCHULZ, ANDREA: Entwickeln effektiver Zahlvorstellungen und sicherer Rechenstrategien zum Verhindern von Rechenschwäche. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009, S. 112-123

SCHULZ-BENESCH, GÜNTER: Erlebnisse und Ergebnisse. Erfahrungen mit „Montessori“ 1946-1988. In: FUCHS, BIRGITTA/ HARTH-PETER, WALTRAUD (Hrsg.): Montessori-Pädagogik und die Erziehungsprobleme der Gegenwart. Würzburg: Königshausen u. Neumann, 1989, S. 128-143

SCHÜTTE, SYBILLE: Mehr Offenheit im mathematischen Anfangsunterricht. In: Die Grundschulzeitschrift 10 (1996) 96, S. 16-19

SCHWARZ, MARGRET: Förder- und Hilfsmöglichkeiten bei Dyskalkulie in Elternhaus und Schule. In: FISCHER, CHRISTIAN/ WESTPHAL, URSEL/ FISCHER-ONTRUP, CHRISTIANE (Hrsg.): Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung. Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. Rechenschwierigkeiten. Berlin [u.a.]: LIT Verlag, 2009, S. 134-147

SCHWEGMANN, MARJAN: Maria Montessori. Kind ihrer Zeit – Frau von Welt. Weinheim/ Basel: Beltz, 2002

SEKRETARIAT DER STÄNDIGEN KONFERENZ DER KULTUSMINISTER IN DER BRD: Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Bonn, 16.12.2004. URL: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf (letzter Zugriff: 15.08.2011)

SERON, XAVIER/ PESENTI, MAURO/ NOËL, MARIE-PASCALE/ DELOCHE, GÉRARD/ CORNET, JACQUES-ANDRÉ: Images of numbers: “When 98 is upper left and 6 sky blue”. In: Cognition 44 (1992) 1-2, pp. 159-196

SHALEV, RUTH S./ AUERBACH, JUDITH G./ MANOR, OHAD/ GROSS-TSUR, VARDA: Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. In: European Child and Adolescent Psychiatry, 9 (2000) Suppl. 2, pp. 58-64

SHRAGER, JEFF/ SIEGLER, ROBERT S.: SCADS: A Model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. In: Psychological Science 9 (1998) 5, pp. 405-410

SIEGLER, ROBERT S.: The perils of averaging data over strategies: an example from children’s addition. In: Journal of Experimental Psychology: General 116 (1987) 3, pp. 250-264

SIEGLER, ROBERT S.: Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. In: Journal of Experimental Psychology: General 117 (1988) 3, pp. 258-275

SIEGLER, ROBERT S.: Beyond competence – toward development. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 323-332

SIEGMÜLLER, JULIA: Sprachentwicklung. In: KAUFMANN, LIANE/ NUERK, HANS-CHRISTOPH/ KONRAD, KERSTIN/ WILLMES, KLAUS (Hrsg.): Kognitive Entwicklungsneuropsychologie. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2007, S. 119-136

SIMON, HENDRIK: Interventionen bei Störungen des Erwerbs arithmetischer Konzepte. Lengerich [u.a.]: Pabst Science Publisher, 2007

SIMON, HENDRIK/ GRÜNKE, MATTHIAS: Förderung bei Rechenschwäche. Stuttgart: Kohlhammer, 2010

SIMON, TONY J.: Reconceptualizing the origins of number knowledge: A "non-numerical" account. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 349-372

SINGER, WOLF: Was kann ein Mensch wann lernen? Vortrag anlässlich des ersten Werkstattgespräches der Initiative McKinsey bildet in der Deutschen Bibliothek, Frankfurt a. M. am 12. Juni 2001. URL: http://www.brain.mpg.de/fileadmin/user_upload/images/ Research/Emeriti/Singer/mckinsey.pdf (letzter Zugriff: 30.12.2011)

SODIAN, BEATE: Entwicklung des Denkens. In: OERTER, ROLF/ MONTADA, LEO (Hrsg.): Entwicklungspsychologie. Weinheim: Beltz PVU, 6. vollst. überarb. Auflage 2008, S. 436-479

SOPHIAN, CATHERINE: Limitations on preschool children's knowledge about counting: Use counting to compare two sets: In: Developmental Psychology 24 (1988a) 5, pp. 634-640

SOPHIAN, CATHERINE: Early developments in children's understanding of number: Inferences about numerosity and one-to-one correspondence. In: Child Development 59 (1988b) 5, pp. 1397-1414

SOPHIAN, CATHERINE: Learning about numbers: Lessons for mathematics education from preschool number development. In: BIDEAUD, JAQUELINE/ MELJAC, CLAIRE/ FISCHER, JEAN-PAUL (Eds.): Pathways to number. Children's developing numerical abilities. Hillsdale/ New Jersey/ London 1992, pp. 19-40

SOPHIAN, CATHERINE: The trouble with competence models. In: Cahiers de Psychologie Cognitive 14 (1995) 6, pp. 753-759

SOPHIAN, CATHERINE: Beyond competence: the significance of performance for conceptual development. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 281-303

SOPHIAN, CATHERINE: A developmental perspective on children's counting. In: DONLAN, CHRIS (Ed.): The development of mathematical skills. Hove: Psychology Press: 1998, pp. 27-46

SPECK, OTTO: System Heilpädagogik. Eine ökologisch reflexive Grundlegung. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 5., neu bearb. Auflage 2003

SPEICHERT, HORST: Maria Montessori – Aus ihrem Leben, ihre Sicht auf das Kind und ihre Vorschläge für den Umgang mit Kindern. In: HANSEN-SCHABERG, INGE/ SCHONIG, BRUNO (Hrsg.): Montessori-Pädagogik. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren, 2. Auflage 2005, S. 13-51

SPELKE, ELIZABETH S./ KINZLER, KATHERINE D.: Core knowledge. In: Developmental Science 10 (2007) 1, pp. 89-96

SPIEGEL, HARTMUT/ SELTER CHRISTOPH: Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Seelze-Velber: Kallmeyer, 2. Auflage 2004

STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG MÜNCHEN (Hrsg.): Handreichung. Kinder fordern uns heraus. Bausteine für eine positiv wirksame Erziehung. Donauwörth: Auer, 2005

STANDING, EDWIN M.: Maria Montessori. Her Life and Work. New York: Plume, 1998

STARKEY, PRENTICE/ SPELKE, ELIZABETH S./ GELMAN, ROCHEL: Core knowledge. In: Science 222 (1983) 4620, pp. 179-181

STEELE, DIANA F.: Learning mathematical language in the zone of proximal development. In: Teaching Children Mathematics 6 (1999) 1, pp. 38-42

STEENBERG, ULRICH (Hrsg.): Handlexikon zur Montessori-Pädagogik. Münster: Klemm & Oelschläger, 6. Auflage 2007

STEFFE, LESLIE P./ THOMPSON, PATRICK W./ RICHARDS, JOHN: Children's counting in arithmetical problem solving. In: CARPENTER, THOMAS P./ MOSER, JAMES M./ ROMBERG THOMAS A. (Eds.): Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1982, pp. 83-97

STEINER, GERHARD: Lernen und Wissenserwerb. In: KRAPP, ANDREAS/ WEIDENMANN, BERND (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. Weinheim: Beltz PVU, 4. vollst. überarb. Auflage 2001, S. 137-205

STERN, ELSBETH: Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich [u. a.]: Pabst Science Publisher, 1998

STERN, ELSBETH: Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. In: HASSELHORN, MARCUS/ MARX, HARALD/ SCHNEIDER WOLFGANG (Hrsg.): Entwicklung, Lehren und Lernen. Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2003, S. 207-217

STERN, ELSBETH: Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. Tätigkeitsbericht der Max-Planck-Gesellschaft. Berlin: 2004, S. 45-50. URL: http://www.mpg.de/858105/pdf.pdf (letzter Zugriff: 20.08.2011)

STERN, ELSBETH: Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In: ASTER, MICHAEL VON/ LORENZ, JENS HOLGER (Hrsg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2005, S. 137-149

STÖTZNER, HEINRICH E.: Schulen für schwachbefähigte Kinder. Erster Entwurf zur Begründung derselben. Vollst. Nachdr. der Orig.-Ausgabe von 1864. Berlin-Charlottenburg: Marhold, 1963

STRAßBURG, KATJA: Die Fehleranalyse als diagnostische Methode im Prozess des Lernens. In: EBERWEIN, HANS/ KNAUER, SABINE (Hrsg.): Handbuch Lernprozesse verstehen. Wege einer neuen (sonder-)pädagogischen Diagnostik. Weinheim/ Basel: Beltz, 1998, S. 209-218

STRAUSS, MARK S./ CURTIS LYNNE E.: Infant perception of numerosity. In: Child Development 52 (1981) 4, pp. 1146-1152

STROBEL, MARKUS/ WARNKE, ANDREAS: Das medizinische Paradigma. In: WALTER, JÜRGEN/ WEMBER, FRANZ W. (Hrsg.): Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Band 2. Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2007, S. 65-80

SUFFENPLAN, WILHELM: Empirische Untersuchungen über Effekte Montessori-orientierten Unterrichts bei lernbehinderten Schülern. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 35 (1984) 6, S. 398-413

SUFFENPLAN, WILHELM: Die Lernstandsergebnisse von VERA 2004 bei Montessori-Schulen und Montessori-Schulzweigen Nordrhein-Westfalens. In: Montessori. Zeitschrift für Montessori-Pädagogik (2006) 1/2, S. 18-60

THIEL, OLIVER: Wie entstehen Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht? In: LENART, FRIEDERIKE/ HOLZER, NORBERT/ SCHAUPP, HUBERT (Hrsg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dykalkulie. Erkennung. Prävention. Förderung. Graz: Leykam, unveränderter Nachdruck 2010 (1. Auflage 2003), S. 217-226

THOM, SANDRA: Der ‚mathematische Geist' als Wirkkraft entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht Maria Montessoris. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2010. Vorträge auf der 44. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 08.03.2010 bis 12.03.2010 in München. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/ BzMU10_THOM_Sandra_Montessori.pdf (letzter Zugriff: 07.03.2011)

THRELFALL, JOHN: Flexible mental calculation. In: Educational Studies in Mathematics 50 (2002) 1, pp. 29-47

TIETZ, WALTER: Kompetenzschwerpunkte in der zweiten und dritten Phase der Lehrerbildung. In: HEIMLICH, ULRICH/ WEMBER, FRANZ B. (Hrsg.): Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Stuttgart: Kohlhammer, 2007, S. 395-408

VAN LOOSBROEK, ERIK/ SMITSMAN, AD W.: Visual perception of numerosity in infancy. In: Developmental Psychology 26 (1990) 6, pp. 916-922

VAN LUIT, JOHANNES E. H. / VAN DE RIJT, BERNADETTE A. M./ HASEMANN, KLAUS: OTZ. Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2001a

VAN LUIT, JOHANNES E. H. / VAN DE RIJT, BERNADETTE A. M./ HASEMANN, KLAUS: OTZ. Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung. Manual. Göttingen [u.a.]: Hogrefe, 2001b

VEREINTE NATIONEN: Übereinkommen über die Rechte von Menschen mit Behinderungen (zwischen Deutschland, Liechtenstein, Österreich und der Schweiz abgestimmte Übersetzung). In Kraft getreten am 03.05.2008. URL: http://www.institut-fuer-menschenrechte.de/de/menschenrechtsinstrumente/vereinte-nationen/menschenrechtsabkommen/behindertenrechtskonvention-crpd.html#c1911 (letzter Zugriff: 5.3.2012)

VOIGT, FRIEDRICH: Entwicklungslinien des Zahlbegriffs im Vorschulalter: eine Längsschnittstudie. Inauguraldissertation zur Erlangung des Grades eines Dr. Phil. an der Fakultät für Sozial- und Verhaltenswissenschaften an der Universität Heidelberg, 1983

VON ASTER, MICHAEL: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI). Frankfurt a. M.: Harcourt Test Services, 2001

VON ASTER, MICHAEL: Wie kommen Zahlen in den Kopf? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen: In: ASTER, MICHAEL VON/ LORENZ, JENS HOLGER (Hrsg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2005, S. 13-33

VON ASTER, MICHAEL: Neurowissenschaftliche Ergebnisse und Erklärungsansätze zu Rechenstörungen. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 197-213

VON ASTER, MICHAEL/ KUCIAN, KARIN/ MARTIN, ERNST: Gehirnentwicklung und Dyskalkulie. In: Sprache – Stimme – Gehör. Zeitschrift für Kommunikationsstörungen 30 (2006) 4, S. 154-159

VON ASTER, MICHAEL/ SCHWEITER, MARTIN/ WEINHOLD ZULAUF, MONIKA: Rechenstörungen bei Kindern. Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 39 (2007) 2, S. 85–96

VON ASTER, MICHAEL/ WEINHOLD ZULAUF, MONIKA/ HORN, RALF: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI-R). Frankfurt a. M.: Harcourt Test Services, 2006

VON ASTER, MICHAEL/ KUCIAN, KARIN/ SCHWEITER, MARTIN/ MARTIN, ERNST: Rechenstörungen im Kindesalter. In: Monatsschrift Kinderheilkunde 153 (2005) 7, S. 614-622

VYGOTSKIJ, LEV S.: Denken und Sprechen. Psychologische Untersuchungen. Weinheim u. Basel: Beltz, 2002 (russ. Originalausgabe: 1934)

WALDSCHMIDT, INGEBORG: Maria Montessori. Leben und Werk. München: C. H. Beck, 2. Auflage 2006

WALTHER, GERD/ GEISER, HELMUT/ LANGEHEINE, ROLF/ LOBEMEIER, KIRSTIN: Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe. In: BOS, WILFRIED/ LANKES EVA-MARIA/ PRENZEL MANFRED/ SCHWIPPERT, KNUT/ WALTER, GERD/ VALTIN, RENATE (Hrsg.): Erste Ergebnisse aus IGLU. Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich. Münster [u.a.]: Waxmann, 2003, S. 189-226

WEDEL-WOLFF, ANNEGRET VON: Üben im Rechtschreibunterricht. Systematische Vorschläge für die Klassen 2 bis 4. Braunschweig: Westermann, 2003

WEIGERT, HANS: Pädagogische Interventionen bei drohenden und manifesten Lernbehinderungen in der Grundschule. Frankfurt a. M./ Bern/ New York: Lang, 1987a

WEIGERT, HANS: Pädagogische Interventionen bei drohenden (Lern-)Behinderungen im Schuleingangsbereich. In: RUMPLER, FRANZ (Hrsg.): Zur Theorie und Praxis sonderpädagogischer Diagnose- und Förderklassen. Erlangen: edacta, 1987b, S. 45-81

WEINERT, SABINE: Die Anfänge der Sprache: Sprachentwicklung im Kleinkindalter. In: KELLER, HEIDI (Hrsg.): Handbuch der Kleinkindforschung. Bern: Hans Huber, 4. vollst. überarb. Auflage 2011, S. 610-642

WEINGARDT, MARTIN: Fehler zeichnen uns aus. Transdisziplinäre Grundlagen zur Theorie und Produktivität des Fehlers in Schule und Arbeitswelt. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2004

WEIßHAUPT, STEFFI/ PEUCKER, SABINE: Entwicklung arithmetischen Vorwissens. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag, 2. erw. u. aktual. Auflage 2009, S. 52-76

WEMBER, FRANZ B.: Piagets Bedeutung für die Lernbehindertenpädagogik. Untersuchung zur kognitiven Entwicklung und zum schulischen Lernen bei Sonderschülern. Heidelberg: Schindele, 1986

WEMBER, FRANZ B.: Die quasi-experimentelle Einzelfallstudie als Methode der empirischen sonderpädagogischen Forschung. In: VHN 58 (1989a), S. 176-189

WEMBER, FRANZ B.: Die sonderpädagogische Förderung elementarer mathematischer Begriffsbildung auf entwicklungspsychologischer Grundlage. Das Beispiel des Zahlbegriffs. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 40 (1989b) 7, S. 433-443

WEMBER, FRANZ B.: Möglichkeiten und Grenzen der empirischen Evaluation sonderpädagogischer Interventionen in quasi-experimentellen Einzelfallstudien. In: Heilpädagogische Forschung 20 (1994), S. 99-117

WEMBER, FRANZ B.: Anzahl und Ordnungszahl, Anschauer und Zähler – Über Streitfragen mit Tradition und Möglichkeiten einer kontentvaliden Lernstandsmessung im elementaren mathematischen Lernbereich. In: EBERLE, GERHARD/ KORNMANN, REIMER (Hrsg.): Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung. Weinheim: Dt. Studien-Verlag, 1996, S. 105-136

WEMBER, FRANZ B.: Die Entwicklung des Zahlbegriffs aus psychologischer Sicht. In: FRITZ, ANNEMARIE/ RICKEN, GABI/ SCHMIDT, SIEGBERT (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/ Basel/ Berlin: Beltz, 2003, S. 48-64

WEMBER, FRANZ B.: Die Dokumentation und Evaluation sonderpädagogischer Förderung in explorativen Fallstudien und quasi-experimentellen Einzelfallanalysen. In: HELLMICH, FRANK (Hrsg.): Lehr-Lernforschung und Grundschulpädagogik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 2008, S. 207-222

WEMBER, FRANZ B.: Individuelle Förderung – Kern der sonderpädagogischen Förderung und zentrales Instrument der Qualitätssicherung In: WEMBER, FRANZ B./ PRÄNDL, STEPHAN (Hrsg.): Standards der sonderpädagogischen Förderung. München: Ernst Reinhardt Verlag, 2009, S. 89-108

WERNER, BIRGIT: Dyskalkulie – Rechenschwierigkeiten. Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen. Stuttgart: Kohlhammer, 2009

WERNING, ROLF: Lernen und Behinderung des Lernens. In: WERNING, ROLF/ BALGO, ROLF/ PALMOWSKI, WINFRIED/ SASSENROTH, MARTIN: Sonderpädagogik. Lernen, Verhalten, Sprache, Bewegung und Wahrnehmung. München/ Wien: Oldenbourg, 2002

WERNING, ROLF/ LÜTJE-KLOSE, BIRGIT: Einführung in die Pädagogik bei Lernbeeinträchtigungen. München/ Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 2. überarb. Auflage 2006

WERTHSCHULTE, WOLFGANG: Rechenschwäche – Früherkennung und Frühförderung. In: KRAUTHAUSEN, GÜNTER/ SCHERER PETRA (Hrsg.): Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik. Ein Arbeitsbuch zur Lehrerbildung. Donauwörth: Auer Verlag 2004, S. 162-170

WESSOLOWSKI, SILVIA: Erkennen von Rechenstörungen in der Schule. In: SCHULTE-KÖRNE, GERD (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Verlag Dieter Winkler, 2007, S. 315-323

WITTICH, CLAUDIA/ NÜHRENBÖRGER, MARCUS/ MOSER OPITZ, ELISABETH: Ablösung vom zählenden Rechnen – Eine Interventionsstudie für die Grund- und Förderschule. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2010. Vorträge auf der 44. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 08.03.2010 bis 12.03.2010 in München. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/BzMU10_WITTICH_Claudia_Zaehlendesrechnen.pdf (letzter Zugriff: 07.03.2011)

WITTMANN, ERICH CH.: Standard number representations in the teaching of arithmetic. In: Journal für Mathematik-Didaktik 19 (1998) H. 2/3, pp. 149-178

WYNN, KAREN: Children's understanding of counting. In: Cognition 36 (1990) 2, pp. 155-193

WYNN, KAREN: Addition and Subtraction by human infants. In: Nature 358 (1992a), pp. 749-750

WYNN, KAREN: Evidence against empiricist accounts of the origins of numerical knowledge. In: Mind and Language 7 (1992b) 4, pp. 315-331

WYNN, KAREN: Children's acquisition of the number words and the counting system. In: Cognitive Psychology 24 (1992c) 2, pp. 220-251

WYNN, KAREN: Origins of numerical knowledge. In: Mathematical Cognition 1 (1995) 1, pp. 35-60

WYNN, KAREN: Infant's individuation and enumeration of actions. In: Psychological Science 7 (1996) 3, pp. 164-169

WYNN, KAREN: Models of numerical development. In: Cognitive Development 12 (1997) 3, pp. 333-339

WYNN, KAREN: Numerical competence in infants. In: DONLAN, CHRIS (Ed.): The development of mathematical skills. Hove: Psychology Press: 1998, pp. 3-25

WYNN, KAREN/ BLOOM, PAUL/ CHIANG, WEN-CHI: Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. In: Cognition 83 (2002) 3, pp. B55-B66

XU, FEI/ SPELKE, ELIZABETH S.: Large number discrimination in 6-month-old infants. In: Cognition 74 (2000) 1, pp. B1-B11

XU, FEI/ SPELKE, ELIZABETH S./ GODDARD, SYDNEY: Number sense in human infants. In: Developmental Science 8 (2005) 1, pp. 88-101

ZIEGENHAIN, UTE: Erziehungs- und Entwicklungsberatung für die frühe Kindheit. In: PETERMANN, FRANZ/ SCHNEIDER, WOLFGANG (Hrsg.): Angewandte Entwicklungspsychologie (Enzyklopädie der Psychologie. Themenbereich C: Theorie und Forschung. Serie V: Entwicklungspsychologie. Bd. 7). Göttingen [u. a.]: Hogrefe, 2008, S. 163-204

ZUR OEVESTE, HANS: Kognitive Entwicklung im Vor- und Grundschulalter. Eine Revision der Theorie Piagets. Göttingen/ Toronto/ Zürich: Hogrefe, 1987

ZWACK-STIER, CHARLOTTE/ BÖRNER, ANNE: Kritik am Konzept der so genannten Teilleistungsstörungen – dargestellt an den Lernprozessen in den Bereichen Schriftsprache und Mathematik. In: EBERWEIN, HANS/ KNAUER, SABINE (Hrsg.): Handbuch Lernprozesse verstehen. Wege einer neuen (sonder-)pädagogischen Diagnostik. Weinheim/ Basel: Beltz, 1998, S. 219-234